

## ANALISIS KESTABILAN MODEL PENYEBARAN PENGGUNA NARKOBA DENGAN FAKTOR EDUKASI

### *Stability Analysis of a Drug-Addict Epidemic Model with Education*

Moh. Rizal Husain<sup>1</sup>, Nurwan<sup>2</sup>, Resmawan<sup>3\*</sup>

<sup>1,2,3</sup>Prodi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Gorontalo  
Jln. Jendral Sudirman No.6, Kota Gorontalo 96128, Indonesia

e-mail: <sup>1</sup> [rizalhusain36@gmail.com](mailto:rizalhusain36@gmail.com) ; <sup>2</sup> [nurwan@ung.ac.id](mailto:nurwan@ung.ac.id) ; <sup>3\*</sup> [resmawan@ung.ac.id](mailto:resmawan@ung.ac.id)

Corresponding author\*

#### **Abstrak**

Artikel ini membahas tentang model penyebaran pengguna narkoba dengan faktor edukasi. Analisis diawali dengan melakukan kontruksi model. Selanjutnya, ditentukan titik kesetimbangan dan kondisi kestabilannya, dan pada bagian akhir diberikan simulasi numerik. Dari hasil analisis diperoleh dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas pengguna narkoba dan titik kesetimbangan endemik pengguna narkoba. Selanjutnya bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) sebagai nilai harapan terjadinya infeksi per satuan waktu ditentukan menggunakan pendekatan *Next Generation Matrix*. Berdasarkan simulasi, diperoleh setiap populasi stabil di sekitar titik kesetimbangan bebas pengguna narkoba pada kondisi  $R_0 < 1$ , artinya jumlah populasi pengguna narkoba akan berkurang dan dalam jangka waktu tertentu akan menghilang, dan stabil di sekitar titik kesetimbangan endemik narkoba pada kondisi  $R_0 > 1$ , artinya jumlah populasi pengguna narkoba akan terus bertambah sehingga terjadi penyebaran narkoba. Dari simulasi diperoleh bahwa semakin besar laju edukasi, semakin bertambah jumlah populasi rentan dengan edukasi dan mengakibatkan jumlah populasi rentan tanpa edukasi semakin berkurang.

**Kata Kunci :** *Pengguna narkoba, titik kesetimbangan, edukasi, bilangan reproduksi dasar*

#### **Abstract**

*This article discusses the model of drug addicts with education. The analysis begins by constructing the model. Next, the equilibrium point and its stability conditions are determined, and numerical simulation is given at the end. Two equilibrium points obtained, those are the drug-addicts free equilibrium point and the drug-addicts endemic equilibrium point. Then the basic reproduction number ( $R_0$ ) as the expected value of infection per unit time is determined using the Next Generation Matrix approach. Based on the numerical simulation, every population is stable near to the drug-free equilibrium point at  $R_0 < 1$ , means the population of the drug-addict constantly decrease and on a certain condition will be non-existent, and stable around to drug-endemic equilibrium point at  $R_0 > 1$ , means the drug-addict population will constantly increase so the drug epidemic occurred. Through the numerical simulation, the biggest education is given, the more population susceptible to education increase which caused the number population of susceptible without education decrease.*

**Keywords:** *Drug-addict, equilibrium, education, basic reproduction number*

Submitted: 13 August 2019

Revised: 30 December 2019

Accepted: 28 January 2020

This is an open access article under the [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license



## 1. PENDAHULUAN

Pemodelan matematika merupakan suatu proses merepresentasikan dan menjelaskan permasalahan yang terjadi di dunia nyata ke dalam bentuk pernyataan matematis [1]. Pemodelan matematika dapat diterapkan dalam berbagai bidang ilmu diantaranya biologi, ekonomi, kesehatan atau lainnya. Pemodelan matematika juga dapat menggambarkan permasalahan yang terjadi di kehidupan bermasyarakat. Salah satu permasalahan yang terjadi yaitu penyalahgunaan narkoba.

Narkoba adalah obat atau zat yang apabila dihisap, diminum, ditelan, atau disuntikan akan berpengaruh pada sistem kerja otak [2]. Narkoba dikatakan berbahaya apabila penggunaannya melebihi dosis dalam dunia medis. Hal inilah yang akan menimbulkan ketergantungan terhadap narkoba tersebut, sehingga menyebabkan terjadinya kasus-kasus penyalahgunaan narkoba.

Berdasarkan hasil penelitian Badan Narkotika Nasional dan Pusat Penelitian Kesehatan Universitas Indonesia pada tahun 2016, angka prevalensi setahun terakhir pakai narkoba pada kelompok usia pelajar dan mahasiswa mencapai 1,9%. Rincian penyalahgunaan narkoba yang terjadi pada kelompok pelajar dan mahasiswa yaitu SMP 88%, SMA 93%, dan mahasiswa 93%. Sekitar 40-50 orang meninggal akibat dampak penyalahgunaan narkoba dan kerugian mencapai  $\pm 72$  triliun per tahun [3].

Pemodelan matematika untuk penyebaran pengguna narkoba pertama kali dilakukan oleh White dan Comiskey [4] dimana dalam penelitiannya total populasi manusia dibagi menjadi tiga subpopulasi, yaitu populasi individu yang rentan (*susceptible*) menjadi pengguna narkoba, populasi individu pengguna narkoba tidak dalam masa pengobatan, dan populasi individu pengguna narkoba dalam masa pengobatan yang kemudian model ini disebut model White-Comiskey. Selanjutnya dalam [5] dibahas model SIRS pada penyebaran narkoba dimana dalam penelitian tersebut diperoleh dua titik yang kestabilannya dapat dilihat dari nilai bilangan reproduksi dasar. Artikel ini membahas model matematika penyebaran pengguna narkoba dengan memberikan edukasi pada individu yang rentan. Edukasi yang dimaksud adalah sosialisasi atau penyuluhan tentang dampak-dampak penyalahgunaan narkoba. Model yang diperoleh dilakukan analisis kestabilan dan pada bagian akhir diberikan simulasi numerik untuk melihat dampak edukasi terhadap dinamika populasi.

## 2. METODE PENELITIAN

Secara umum langkah-langkah yang akan dilakukan dalam penelitian ini yaitu:

- a. Penelusuran jurnal dan referensi yang berkaitan dengan model matematika penyebaran pengguna narkoba.
- b. Menentukan asumsi-asumsi untuk membuat skema model matematika penyebaran pengguna narkoba.
- c. Merumuskan model matematika penyebaran pengguna narkoba yang akan dipelajari berdasarkan asumsi yang diberikan.
- d. Mencari titik kesetimbangan dari model penyebaran pengguna narkoba.
- e. Melakukan analisis kestabilan titik kesetimbangan dari model penyebaran pengguna narkoba.
- f. Melakukan simulasi numerik untuk melihat dinamika populasi penyebaran pengguna narkoba.
- g. Interpretasi dan kesimpulan.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 3.1. Model Matematika

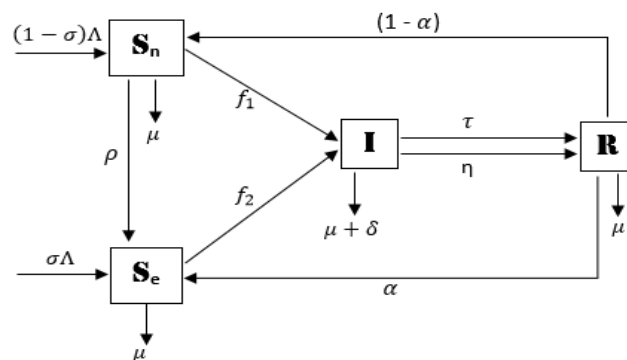
Pada model ini, populasi dibagi dalam empat subpopulasi yaitu populasi rentan menggunakan narkoba tanpa edukasi ( $S_n$ ), populasi rentan menggunakan narkoba dengan edukasi ( $S_e$ ), populasi pengguna narkoba ( $I$ ), dan populasi yang telah berhenti menggunakan narkoba ( $R$ ).

Berdasarkan penelitian Badan Narkotika Nasional dan Pusat Penelitian Kesehatan Universitas Indonesia bahwa kasus narkoba banyak terjadi dikalangan pelajar dan mahasiswa. Sehingga individu yang masuk dalam populasi rentan adalah individu yang berumur 15 tahun ke atas dengan laju rekrutmen menjadi rentan sebesar  $\Lambda$ . Mengacu pada [6], bagian dari individu rentan yang telah mendapat edukasi sebesar  $\sigma$  dan sisanya yang belum mendapat edukasi sebesar  $(1 - \sigma)$  dengan  $(0 < \sigma < 1)$ .

Populasi  $S_n$  dapat berpindah menjadi populasi  $S_e$  dengan laju perpindahan sebesar  $\rho$ , hal ini terjadi setelah individu pada populasi  $S_n$  mendapat edukasi. Interaksi sosial antara populasi  $S_n$ ,  $S_e$  dan  $I$  pada penelitian ini diasumsikan seperti gaya tarik menarik pada ilmu fisika mengacu pada [7], dimana laju interaksi antara  $S_n$  dan  $I$  sebesar  $f_1 = \frac{\beta_1 S_n I}{N}$  dan laju interaksi antara  $S_e$  dan  $I$  sebesar  $f_2 = \frac{\beta_2 S_e I}{N}$ , dengan  $\beta_1$  dan  $\beta_2$  berturut-turut adalah laju infeksi untuk  $S_n$  dan  $S_e$ . Dalam hal ini,  $N = S_n + S_e + I + R$  menyatakan total populasi.

Populasi  $I$  dapat berkurang karena adanya laju rehabilitasi terhadap pengguna narkoba sebesar  $\eta$ . Populasi  $I$  dapat berpindah menjadi populasi  $R$  dengan laju perpindahan sebesar  $\tau$ , hal ini terjadi karena ada pengguna narkoba yang berhenti menggunakan narkoba dengan kesadarannya terhadap bahaya penyalahgunaan narkoba. Setiap populasi berkurang karena laju kematian alami sebesar  $\mu$  dan untuk populasi  $I$  dapat berkurang karena laju kematian akibat penyakit yang disebabkan narkoba sebesar  $\delta$ . Terdapat peluang untuk populasi  $R$  menjadi populasi  $S_e$  dengan laju perpindahan sebesar  $\alpha$ , dan sisanya sebesar  $(1 - \alpha)$  merupakan laju perpindahan populasi  $R$  menjadi populasi  $S_n$ .

Secara skematis, pola penyebaran pengguna narkoba digambarkan dalam diagram kompartemen pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram Skematis Penyebaran Pengguna Narkoba

Berdasarkan skema pada Gambar 1, diperoleh model matematika penyebaran pengguna narkoba, yang diformulasikan pada persamaan (1).

$$\begin{aligned}
 \frac{dS_n}{dt} &= (1 - \sigma)\Lambda - \frac{\beta_1 S_n I}{N} - (\rho + \mu)S_n + (1 - \alpha)R \\
 \frac{dS_e}{dt} &= \sigma\Lambda + \rho S_n - \frac{\beta_2 S_e I}{N} - \mu S_e + \alpha R \\
 \frac{dI}{dt} &= \frac{\beta_1 S_n I}{N} + \frac{\beta_2 S_e I}{N} - (\tau + \eta + \mu + \delta)I \\
 \frac{dR}{dt} &= (\tau + \eta)I - (\mu + 1)R
 \end{aligned} \tag{1}$$

dengan:

$$N = S_n + S_e + I + R$$

Definisi parameter dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Parameter Model

Parameter	Keterangan
$\Lambda$	Laju rekrutmen untuk menjadi individu rentan
$\sigma$	Proporsi individu rekrutmen baru yang diberi edukasi
$\mu$	Laju kematian alami pada setiap populasi
$\delta$	Laju kematian akibat penyakit yang disebabkan narkoba
$\rho$	Laju perpindahan populasi rentan tanpa edukasi mendapatkan edukasi
$\beta_1$	Laju infeksi populasi pengguna narkoba pada populasi rentan tanpa edukasi
$\beta_2$	Laju infeksi populasi pengguna narkoba pada populasi rentan dengan edukasi
$\tau$	Laju perpindahan populasi pengguna narkoba menjadi populasi yang telah berhenti menggunakan narkoba
$\eta$	Laju populasi pengguna narkoba mendapat rehabilitasi
$\alpha$	Laju perpindahan populasi yang telah berhenti menggunakan narkoba kembali menjadi populasi rentan dengan edukasi

Sumber: [8]

### 3.2. Penentuan Titik Keseimbangan

Untuk menentukan titik keseimbangan pada sistem persamaan (1), dapat dicari dengan menyelesaikan persamaan tersebut dengan  $\frac{dS_n}{dt} = \frac{dS_e}{dt} = \frac{dI}{dt} = \frac{dR}{dt} = 0$  sebagaimana pada [9]. Dari penyelesaian persamaan tersebut diperoleh dua titik keseimbangan sebagai berikut:

1. Titik Keseimbangan Bebas Pengguna Narkoba ( $X_0$ ):

$$X_0 = \left( \frac{(1-\sigma)\Lambda}{\rho+\mu}, \frac{\rho(1-\sigma)\Lambda + (\rho+\mu)\sigma\Lambda}{(\rho+\mu)\mu}, 0, 0 \right) \quad (2)$$

2. Titik Keseimbangan Endemik ( $X_1$ ):

$$X_1 = (S_n^*, S_e^*, I^*, R^*) \quad (3)$$

dengan

$$S_n^* = \frac{(1-\sigma)p_3 - (p_2 - \beta_1)S_e^* \pm \sqrt{(S_e^* - v_1)(S_e^* - v_2)}}{2(p_1 - \beta_1)}$$

$$I^* = \frac{(\beta_1 - ((\tau + \eta + \mu + \delta)))S_n^* + \beta_2 - ((\tau + \eta + \mu + \delta))S_e^*}{(\tau + \eta + \mu + \delta)}$$

$$R^* = \frac{(\tau + \eta)[(\beta_1 - ((\tau + \eta + \mu + \delta)))S_n^* + \beta_2 - ((\tau + \eta + \mu + \delta))S_e^*]}{(\mu + 1)(\tau + \eta + \mu + \delta)}$$

$$v_{12} = \frac{2[(p_2 - \beta_1)p_3 - 2(p_1 - \beta_1)p_4](1 - \sigma) \pm \sqrt{D_v}}{2(p_2 - \beta_1)^2}$$

$$p_1 = \frac{\beta_1^2 + (\rho + \mu)\beta_1}{\tau + \eta + \mu + \delta}$$

$$p_2 = \frac{\beta_1\beta_2 + (\rho + \mu)\beta_2}{\tau + \eta + \mu + \delta}$$

$$p_3 = \frac{\beta_1\Lambda}{\tau + \eta + \mu + \delta}$$

$$p_4 = \frac{\beta_2\Lambda}{\tau + \eta + \mu + \delta}$$

$$D_v = [2((p_2 - \beta_1)p_3 - 2(p_1 - \beta_1)p_4)(1 - \sigma)]^2 - 4(p_2 - \beta_1)^2(1 - \sigma)^2p_3^2$$

$S_e^*$  diperoleh dari solusi persamaan berikut:

$$\left[ (q_1 - q_2) + \frac{(q_3 - q_4)(p_2 - \beta_1)}{2(p_1 - \beta_1)} - \frac{(q_7 - q_8)(p_2 - \beta_1)^2}{4(p_1 - \beta_1)^2} \right] S_e^2$$

$$\begin{aligned}
& + \left[ \frac{(q_3 - q_4)(1 - \sigma)p_3}{2(p_1 - \beta_1)} + \frac{q_6(p_2 - \beta_1)}{2(p_1 - \beta_1)} + \frac{2(q_7 - q_8)(p_2 - \beta_1)(1 - \sigma)p_3}{4(p_1 - \beta_1)^2} - q_5 \right] S_e \\
& \pm \left[ \frac{(q_3 - q_4)}{2(p_1 - \beta_1)} + \frac{2(q_7 - q_8)(p_2 - \beta_1)}{4(p_1 - \beta_1)^2} \right] S_e \sqrt{D} \pm \left[ \frac{q_6}{2(p_1 - \beta_1)} + \frac{2(q_7 - q_8)(1 - \sigma)p_3}{4(p_1 - \beta_1)^2} \right] \sqrt{D} \\
& - \frac{(q_7 - q_8)}{4(p_1 - \beta_1)^2} D - \left[ \frac{q_6(1 - \sigma)p_3}{2(p_1 - \beta_1)} + \frac{(q_7 - q_8)(1 - \sigma)^2 p_3^2}{4(p_1 - \beta_1)^2} \right] = 0
\end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned}
q_1 &= \frac{\beta_2^2 + \mu\beta_2}{(\tau + \eta + \mu + \delta)} + \frac{\alpha\beta_2(\tau + \eta)}{(\mu + 1)(\tau + \eta + \mu + \delta)} \\
q_2 &= \beta_2 + \frac{\alpha\beta_2^2(\tau + \eta)}{(\mu + 1)(\tau + \eta + \mu + \delta)^2} \\
q_3 &= \frac{\beta_1\beta_2 + \mu\beta_1}{(\tau + \eta + \mu + \delta)} + \frac{\alpha(\tau + \eta)}{(\mu + 1)} \\
q_4 &= \beta_2 + \frac{\rho\beta_2}{(\tau + \eta + \mu + \delta)} + \frac{2\alpha\beta_1\beta_2(\tau + \eta)}{(\mu + 1)(\tau + \eta + \mu + \delta)^2} \\
q_5 &= \frac{\beta_1\sigma\Lambda}{\tau + \eta + \mu + \delta}
\end{aligned}$$

### 3.3. Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar

Metode yang digunakan untuk menentukan bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) adalah metode *next generation matrix* [10]. Penggunaan metode *Next Generation Matrix* pada penentuan bilangan reproduksi dasar dapat dilihat pada [11]. *Next Generation Matrix* dapat diperoleh dari kelas terinfeksi ( $I$ ), sehingga dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{dI}{dt} = \gamma(S_n, S_e, I, R) - \psi(S_n, S_e, I, R) \quad (4)$$

dengan

$$\begin{aligned}
\gamma(S_n, S_e, I, R) &= \frac{\beta_1 S_n I}{N} + \frac{\beta_2 S_e I}{N} \\
\psi(S_n, S_e, I, R) &= (\tau + \eta + \mu + \delta)I
\end{aligned}$$

Sehingga berdasarkan persamaan (1) diperoleh *next generation matrix* sebagai berikut.

$$K = \left[ \frac{(\beta_1 S_n + \beta_2 S_e)(S_n + S_e)}{(\tau + \eta + \mu + \delta)(S_n + S_e + I + R)^2} \right] \quad (5)$$

Bilangan reproduksi dasar diperoleh dengan cara mensubstitusikan titik kesetimbangan bebas pengguna narkoba pada persamaan (5) sehingga diperoleh  $K$  sebagai berikut:

$$K = \left[ \frac{\beta_1 \mu (1 - \sigma) + \beta_2 \rho (1 - \sigma) + \beta_2 \sigma (\rho + \mu)}{(\tau + \eta + \mu + \delta)(\mu (1 - \sigma) + \rho (1 - \sigma) + (\rho + \mu) \sigma)} \right] \quad (6)$$

Berdasarkan Driessche dan Watmough [10], bilangan reproduksi dasar  $R_0$  merupakan radius spektral dari matriks  $K$  atau nilai eigen terbesar dari matriks  $K$ . Berdasarkan persamaan (6), maka diperoleh bilangan reproduksi dasar sebagai berikut:

$$R_0 = \frac{\beta_1 \mu (1 - \sigma) + \beta_2 \rho (1 - \sigma) + \beta_2 \sigma (\rho + \mu)}{(\tau + \eta + \mu + \delta)(\mu (1 - \sigma) + \rho (1 - \sigma) + (\rho + \mu) \sigma)} \quad (7)$$

### 3.4. Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan

Pada bagian ini dilakukan pelinearan pada model untuk memperoleh matriks *Jacobi* sebagaimana pada [12]. Selanjutnya substitusi titik kesetimbangan bebas pengguna narkoba pada matriks *Jacobi* diperoleh:

$$J(X_0) = \begin{bmatrix} -(\rho + \mu) & 0 & \frac{\beta_1 \mu(1 - \sigma)}{\mu(1 - \sigma) + \rho(1 - \sigma) + (\rho + \mu)\sigma} & (1 - \sigma) \\ \rho & -\mu & \frac{\beta_2 \rho(1 - \sigma) + \beta_2 \sigma(\rho + \mu)}{\mu(1 - \sigma) + \rho(1 - \sigma) + (\rho + \mu)\sigma} & \alpha \\ 0 & 0 & \frac{\beta_1 \mu(1 - \sigma) + \beta_2 \rho(1 - \sigma) + \beta_2 \sigma(\rho + \mu)}{\mu(1 - \sigma) + \rho(1 - \sigma) + (\rho + \mu)\sigma} - (\tau + \eta + \mu + \delta) & 0 \\ 0 & 0 & \tau + \eta & -(\mu + 1) \end{bmatrix}$$

Dari  $\det(J(X_0) - \lambda I_d) = 0$  dengan  $I_d$  adalah matriks identitas diperoleh nilai eigen sebagai berikut.

$$\lambda_1 = -(\rho + \mu)$$

$$\lambda_2 = -\mu$$

$$\lambda_3 = \frac{\beta_1 \mu(1 - \sigma) + \beta_2 \rho(1 - \sigma) + \beta_2 \sigma(\rho + \mu)}{\mu(1 - \sigma) + \rho(1 - \sigma) + (\rho + \mu)\sigma} - (\tau + \eta + \mu + \delta)$$

$$\lambda_4 = -(\mu + 1)$$

Karena semua parameter bernilai positif, maka  $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0, \lambda_4 < 0$ .

Mengacu pada [13], titik kesetimbangan bebas pengguna narkoba stabil jika kondisi berikut terpenuhi:

$$\lambda_3 < 0$$

$$\frac{\beta_1 \mu(1 - \sigma) + \beta_2 \rho(1 - \sigma) + \beta_2 \sigma(\rho + \mu)}{\mu(1 - \sigma) + \rho(1 - \sigma) + (\rho + \mu)\sigma} - (\tau + \eta + \mu + \delta) < 0$$

$$\frac{\beta_1 \mu(1 - \sigma) + \beta_2 \rho(1 - \sigma) + \beta_2 \sigma(\rho + \mu)}{\mu(1 - \sigma) + \rho(1 - \sigma) + (\rho + \mu)\sigma} < (\tau + \eta + \mu + \delta)$$

$$\frac{\beta_1 \mu(1 - \sigma) + \beta_2 \rho(1 - \sigma) + \beta_2 \sigma(\rho + \mu)}{(\tau + \eta + \mu + \delta)(\mu(1 - \sigma) + \rho(1 - \sigma) + (\rho + \mu)\sigma)} < 1$$

$$R_0 < 1$$

Sehingga diperoleh bahwa titik kesetimbangan bebas pengguna narkoba stabil jika  $R_0 < 1$ .

Untuk sifat kestabilan titik kesetimbangan endemik tidak dilakukan analisis, karena bentuknya yang sangat kompleks. Namun berdasarkan hasil analisis titik kesetimbangan bebas pengguna narkoba, dapat disimpulkan bahwa sistem tidak mungkin stabil pada dua kondisi yang bersamaan. Untuk itu, jika sistem stabil pada titik kesetimbangan bebas pengguna narkoba ( $X_0$ ) maka tidak stabil pada titik kesetimbangan endemik ( $X_1$ ), begitupun sebaliknya.

### 3.5. Simulasi Numerik

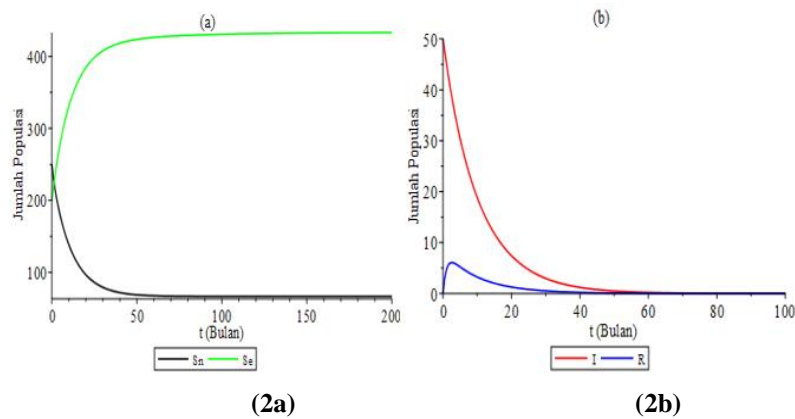
Pada bagian ini, dilakukan simulasi untuk melihat dinamika populasi penyebaran pengguna narkoba dengan menggunakan nilai awal yaitu  $S_n = 250, S_e = 200, I = 50$ , dan  $R = 0$ , dan nilai parameter pada Tabel 2.

**Tabel 2. Parameter Untuk Kondisi  $R_0 < 1$  dan  $R_0 > 1$**

Parameter	$R_0 < 1$	$R_0 > 1$	Sumber
$\sigma$	0,2	0,4	Asumsi
$\rho$	0,1	0,1	Asumsi
$\mu$	0,02	0,02	[14]
$\beta_1$	0,12	0,2	[15]
$\beta_2$	0,12	0,2	[15]
$\tau$	0,01	0,008	Asumsi
$\delta$	0,03	0,02	[14]
$\Lambda$	10	14	Asumsi
$\alpha$	0,09	0,09	Asumsi
$\eta$	0,15	0,07	[15]

#### 3.5.1 Dinamika Populasi Kondisi $R_0 < 1$

Dinamika populasi untuk kondisi  $R_0 < 1$  ditunjukkan pada Gambar 2 dengan menggunakan nilai awal dan nilai parameter pada Tabel 2.



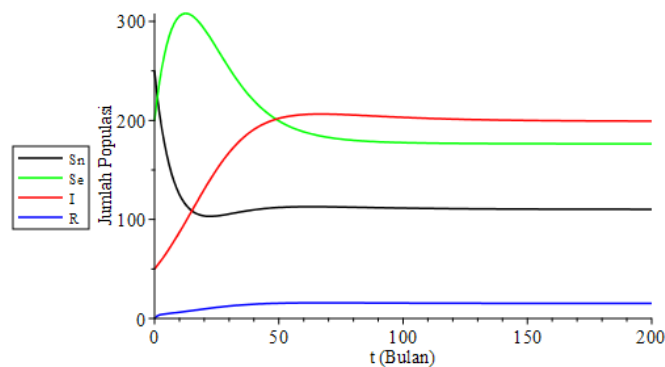
**Gambar 2. Dinamika Populasi Kondisi  $R_0 < 1$**

Gambar 2 menunjukkan bahwa populasi stabil di sekitar titik kesetimbangan bebas pengguna narkoba. Gambar 2(a) menunjukkan populasi rentan menggunakan narkoba tanpa edukasi ( $S_n$ ) mengalami penurunan jumlah populasi dari nilai hingga mencapai kondisi stabil pada  $S_n = 66,67$  atau sekitar 67 orang. Populasi rentan menggunakan narkoba dengan edukasi ( $S_e$ ) mengalami peningkatan jumlah populasi hingga mencapai kondisi stabil pada  $S_e = 433,33$  atau sekitar 433 orang. Hal ini terjadi karena populasi  $S_n$  berpindah ke populasi  $S_e$ , sehingga mengakibatkan populasi  $S_e$  mengalami peningkatan.

Gambar 2(b) menunjukkan populasi pengguna narkoba ( $I$ ) mengalami penurunan jumlah populasi hingga mencapai kondisi stabil pada  $I = 0$ . Populasi yang telah berhenti menggunakan narkoba ( $R$ ) awalnya mengalami peningkatan jumlah populasi kemudian kembali mengalami penurunan hingga mencapai kondisi stabil pada  $R = 0$ . Kondisi  $I = R = 0$  merupakan kondisi dimana tidak terdapat pengguna narkoba pada populasi sehingga penyebaran narkoba menghilang dari populasi.

### 3.5.2 Dinamika Populasi Kondisi $R_0 > 1$

Dinamika populasi untuk kondisi  $R_0 > 1$  ditunjukkan pada Gambar 3 dengan menggunakan nilai awal dan nilai parameter pada Tabel 2.

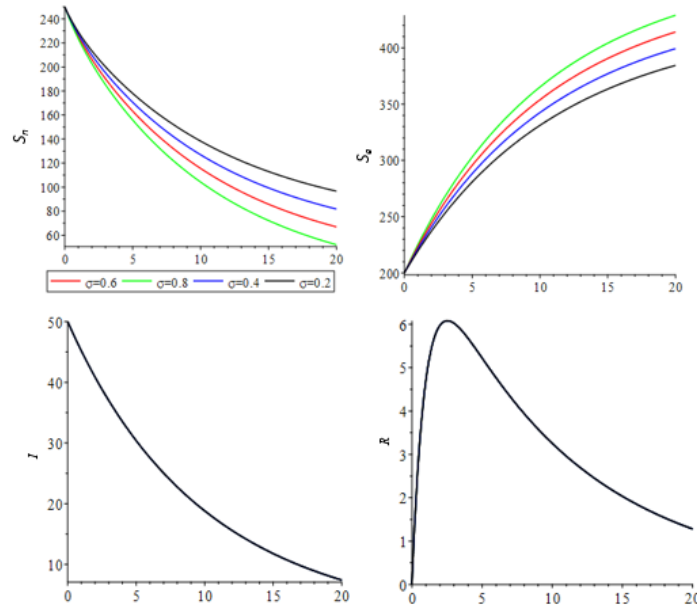


**Gambar 3. Dinamika Populasi Kondisi  $R_0 > 1$**

Gambar 3 menunjukkan bahwa populasi stabil disekitar titik kesetimbangan endemik. Populasi rentan menggunakan narkoba tanpa edukasi ( $S_n$ ) mengalami penurunan jumlah populasi dari nilai awal hingga mencapai kondisi stabil pada  $S_n = 110,18$  atau sekitar 110 orang. Populasi rentan menggunakan narkoba dengan edukasi ( $S_e$ ) mengalami peningkatan jumlah populasi kemudian mengalami penurunan hingga mencapai kondisi stabil pada  $S_e = 176,36$  atau sekitar 176 orang. Populasi pengguna narkoba ( $I$ ) mengalami peningkatan jumlah populasi kemudian mengalami penurunan kembali hingga mencapai kondisi stabil pada  $I = 199,12$  atau sekitar 199 orang. Populasi yang telah berhenti menggunakan narkoba ( $R$ ) mengalami peningkatan jumlah populasi hingga mencapai kondisi stabil pada  $R = 15,23$  atau sekitar 15 orang. Kondisi  $R_0 > 1$  stabil menuju titik kesetimbangan endemik sehingga pada kondisi ini terjadi penyebaran narkoba.

### 3.5.3 Simulasi Laju Edukasi ( $\sigma$ ) pada Kondisi $R_0 < 1$

Pada bagian ini dilakukan simulasi dengan mengubah nilai parameter laju edukasi ( $\sigma$ ) dalam kondisi  $R_0 < 1$ . Simulasi ini diperlukan untuk menunjukkan pengaruh parameter  $\sigma$  terhadap setiap populasi. Terdapat 4 nilai parameter  $\sigma$  yang diamati, yaitu 0,2 ; 0,4 ; 0,6 dan 0,8. Untuk nilai parameter lain dapat dilihat pada Tabel 1 untuk kondisi  $R_0 < 1$  kecuali nilai parameter  $\sigma$  dibuat bervariasi. Gambar 4 menunjukkan perubahan jumlah tiap populasi setelah nilai  $\sigma$  diperbesar, dengan menggunakan nilai awal  $S_n = 250$ ,  $S_e = 200$ ,  $I = 50$ , dan  $R = 0$ .



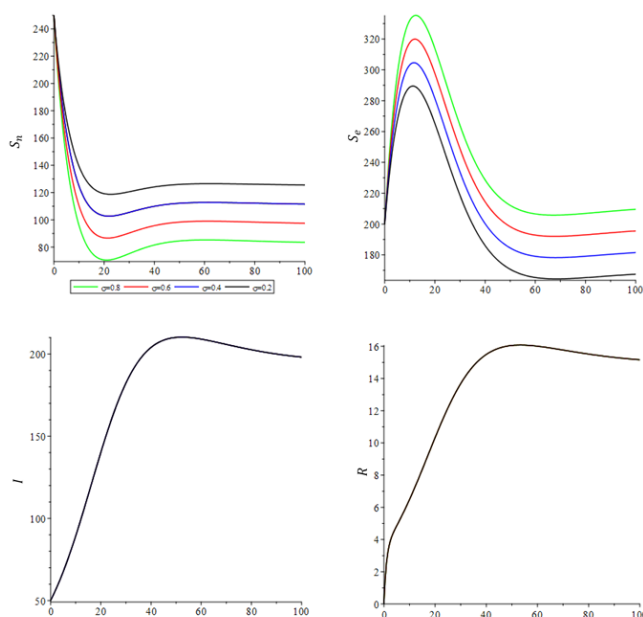
**Gambar 4. Dinamika Populasi Kondisi  $R_0 < 1$  Setelah Nilai Parameter Laju Edukasi ( $\sigma$ ) Diperbesar**

Gambar 4 menunjukkan dinamika untuk tiap populasi setelah nilai parameter  $\sigma$  diperbesar. Jika laju edukasi diperbesar, maka populasi rentan tanpa edukasi ( $S_n$ ) semakin berkurang sedangkan populasi rentan dengan edukasi ( $S_e$ ) semakin bertambah. Hal ini terjadi karena semakin besar nilai parameter laju edukasi, maka semakin besar juga jumlah populasi rentan dengan edukasi yang mengakibatkan populasi rentan tanpa edukasi semakin sedikit. Sedangkan dengan memperbesar laju edukasi, tidak mempengaruhi jumlah populasi  $I$  dan  $R$ . Hal ini terjadi karena laju edukasi hanya diberikan pada populasi rentan.

### 3.5.4 Simulasi Laju Edukasi ( $\sigma$ ) pada Kondisi $R_0 > 1$

Pada bagian ini dilakukan simulasi dengan mengubah nilai parameter laju edukasi ( $\sigma$ ) pada kondisi  $R_0 > 1$ . Simulasi ini diperlukan untuk menunjukkan pengaruh parameter  $\sigma$  terhadap setiap populasi. Terdapat 4 nilai parameter  $\sigma$  yang diamati, yaitu 0,2 ; 0,4 ; 0,6 dan 0,8. Untuk nilai parameter lain dapat dilihat pada Tabel 1 untuk kondisi  $R_0 > 1$  kecuali nilai parameter  $\sigma$  dibuat bervariasi.





**Gambar 5. Dinamika Populasi Kondisi  $R_0 > 1$  Setelah Nilai Parameter Laju Edukasi ( $\sigma$ ) Diperbesar**

Gambar 5 menunjukkan perubahan jumlah tiap populasi setelah nilai  $\sigma$  diperbesar, dengan menggunakan nilai awal  $S_n = 250$ ,  $S_e = 200$ ,  $I = 50$ , dan  $R = 0$ .

#### 4. KESIMPULAN

Analisis kestabilan dari model diperoleh bahwa titik kesetimbangan bebas pengguna narkoba stabil pada kondisi  $R_0 < 1$ , artinya jumlah pengguna narkoba akan berkurang dan dalam jangka waktu tertentu akan menghilang. Adapun titik kesetimbangan endemik stabil pada kondisi  $R_0 > 1$ , artinya jumlah pengguna narkoba akan terus bertambah sehingga dapat terjadi penyebaran narkoba. Semakin besar laju edukasi, semakin bertambah jumlah populasi rentan dengan edukasi dan mengakibatkan jumlah populasi rentan tanpa edukasi semakin berkurang.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Widowati dan Sutimin, *Buku Ajar Pemodelan Matematika*. Semarang: Universitas Diponegoro, 2007.
- [2] H.L. Martono dan S. Joewana, *Belajar Hidup bertanggung Jawab, Menangkal Narkoba dan Kekerasan*. Jakarta: Balai Pustaka, 2008.
- [3] Badan Narkotika Nasional dan Pusat Penelitian Kesehatan Universitas Indonesia, "Hari Anti Narkotika Internasional (Hani) 2017", *Kemdikbud*, 13 Juli 2017, [Online]. Tersedia: <http://www.kemdikbud.go.id/main/blog/2017/07/hari-anti-narkotika-internasional-hani-2017> [Diakses: 21 Juni 2019].
- [4] E. White and C. Comiskey, "Heroin Epidemics, Treatment and ODE Modelling," *Mathematical Biosciences*, 208, pp. 312-324, 2007.
- [5] F. M. Faisol, "Analisis Model SIRS pada Penyebaran Narkoba," Skripsi, Universitas Airlangga, Surabaya, 2016.
- [6] J. Li and M. Ma, "The Analysis of a Drug Transmission Model With Family Education and Public Health Education," *Infectious Disease Modelling*, doi:10.1016/j.idm.2018.03.007, 2018.
- [7] D. Agustine, "Model Matematika Penyakit Diabetes Dengan Pengaruh Transmisi Vertikal," *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan FMIPA UNY*, pp. 33-38, 9 November, 2013.
- [8] Lestari, "Pengembangan Model Penyebaran Pengguna Narkoba White-Comiskey," Tesis, Institut Pertanian Bogor, Bogor, 2012.
- [9] L. Perko, *Differential Equations and Dynamical System*, 3rd ed. New York: Springer-Verlag, 2001.

- [10] P.V.D. Driessche and J. Watmough, "Reproduction Numbers and Sub-threshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmission," *Mathematical Biosciences*, 180, pp. 29-48, 2002.
- [11] Resmawan dan Nurwan, "Konstruksi Bilangan Reproduksi Dasar pada Model Epidemik SEIRS-SEI Penyebaran Malaria dengan Vaksinasi dan Pengobatan," *Jurnal Matematika Integratif*, vol.13, no.2, pp. 105-114, 2017.
- [12] J. Hale and H. Kocak, *Dynamics and Bifurcations*, 3rd ed. New York: Springer-Verlag, 1991.
- [13] P.N.V. Tu, *Dynamical System: An Introduction with Applications in Economics and Biology*. New York: Springer-Verlag, 1994.
- [14] M.N. Burattini, E. Massad, and F.A.B. Coutinho, "A Mathematical Model of Impact of Crack-Cocaine Use on the Prevalence of HIV/AIDS Among Drug Users," *Math. Comput. Model*, vol.28, no.3, pp. 21-29, 1998.
- [15] F. Nyabadza and S.D.H. Musekwa, "From Heroin Epidemics to Methamphetamine Epidemics: Modelling Substance Abuse in a South African Province," *Mathematical Biosciences*, 225, pp. 132-140, 2010.