

APLIKASI MODEL ANTRIAN PADA OPTIMALISASI PELAYANAN PT KAI STASIUN LEMPUYANGAN YOGYAKARTA

Kris Suryowati^{*}, Maria Titah JP, Etika Permata Sari

Jurusan Statistika, Fakultas Sains Terapan, IST AKPRIND Yogyakarta

Jl. Bima Sakti No.3, Pengok, Yogyakarta

^{*}Email: suryowati@akprind.ac.id

ABSTRAK

Model antrian merupakan pemodelan matematika yang berkaitan dengan masalah mengantri. Pelayanan pada PT Kereta Api Indonesia Stasiun Lempuyangan Yogyakarta pada akhir pekan (*week end*) biasanya terjadi peningkatan kedatangan pelanggan cukup tinggi sehingga waktu antar kedatangan lebih kecil dari pada waktu pelayanan, dan garis tunggu (*waiting line*) cukup panjang. Hal ini menunjukkan tingkat pelayanan tidak optimal, sehingga pada penelitian ini dibahas pembentukan model antrian yang tepat dalam rangka peningkatan kualitas sistem pelayanan. Pada pembahasannya diasumsikan tidak ada pelanggan yang saling mendahului ataupun meninggalkan antrian sebelum selesai dilayani. Data survey waktu antar kedatangan, rata-rata jumlah kedatangan pelanggan per waktu, dan rata-rata pelayanan loket pembelian tiket jarak jauh, serta hasil uji hipotesis menunjukkan rata-rata tingkat kedatangan pelanggan berdistribusi Poisson, waktu antar kedatangan berdistribusi eksponensial, rata-rata waktu pelayanan berdistribusi eksponensial, sehingga bentuk modelnya $(M/M/1): (GD/\infty/\infty)$. Hasil simulasi diperoleh model optimal $(M/M/2): (GD/\infty/\infty)$. Model antrian pada pelayanan *check in* tiket $(M/M/2): (GD/\infty/\infty)$ menunjukkan sudah optimal. Pelayanan cetak tiket mandiri menunjukkan model *self service* dan modelnya berbentuk $(M/M/\infty): (GD/\infty/\infty)$, hal ini perlu ditingkatkan kualitas layanannya dengan mengganti komputer sesuai spesifikasinya dan diberi petugas, sehingga waktu pelayanan lebih efektif.

Kata Kunci : *Distribusi Poisson, distribusi eksponensial, $(M/M/2): (GD/\infty/\infty)$, self service*

1. PENDAHULUAN

Masyarakat pada akhir-akhir ini dalam melakukan perjalanan jarak jauh atau antar propinsi sering menggunakan kereta api, dikarenakan perjalanan bisa tepat waktu, lebih nyaman dan harganya terjangkau. Oleh karena fasilitas pendukung layanan di stasiun perlu ditingkatkan. Fasilitas layanan yang perlu ditingkatkan yaitu pelayanan loket, pelayanan *check in* tiket, penambahan komputer untuk cetak tiket mandiri serta waktu pelayanan singkat.

Stasiun Lempuyangan merupakan stasiun kereta api yang terletak di Kota Yogyakarta, berjarak sekitar 1 km di sebelah timur dari stasiun utama yaitu Stasiun Tugu di Yogyakarta. Layanan reservasi pada stasiun dibuka dari jam 7:30 sampai jam 19:30. Stasiun yang didirikan pada tanggal 2 Maret 1872 ini melayani semua Kereta Api ekonomi yang melintasi Yogyakarta dan melayani kereta api jarak dekat misalkan Pramex, Bogowonto dan Wijayakusuma. Adapun jumlah penumpang yang memanfaatkan jasa kereta api untuk KA Ekonomi mengalami peningkatan yaitu 12.047 orang tahun 2016 sedangkan pada tahun 2017 mencapai 16.509. Dan untuk total volume KA Lokal tahun 2017 mencapai 14.889 orang dan tahun 2016 mencapai 12.065 orang (Manajer Humas PT KAI, Des. 2017). Berkaitan dengan meningkatnya jumlah penumpang yang memanfaatkan jasa

kerata api maka perlu ditingkatkan kualitas layanan yang ada, khususnya pelayanan loket pembelian tiket, *check in* dan cetak tiket mandiri. Stasiun ini memiliki 3 loket pelayanan pembelian tiket dan masing-masing loket melayani satu tujuan keberangkatan. Tersedia dua pintu untuk *check in* tiket dengan dua petugas dan cetak tiket mandiri tersedia 5 komputer untuk pelayanan. Kualitas pelayanan di stasiun sangat penting berkaitan dengan tingkat kepuasan pelanggan yang menggunakan jasa kereta api. Peningkatan kualitas layanan dalam hal ini berkaitan dengan optimalisasi sistem pelayanan di stasiun.

Pada akhir pekan (*weekend*) yaitu hari Sabtu dan Minggu merupakan waktu sibuk karena pada hari tersebut kedatangan penumpang dari kota-kota lain mengalami lonjakan penumpang yang signifikan. Pada kedatangan calon penumpang yang akan melakukan perjalanan dari stasiun Lempuyangan Yogyakarta menuju kota lain baik jarak dekat maupun jarak jauh juga mengalami peningkatan, sementara waktu pelayanan mempunyai rata-rata tetap sehingga waktu antar kedatangan lebih kecil dari waktu pelayanan, hal ini berakibat terjadi *waiting line* atau garis tunggu atau antrian yang panjang [3]. Oleh karena itu menyebabkan pelanggan akan membutuhkan waktu lama untuk mendapatkan pelayanan, dengan antrian panjang maka jumlah pelanggan dalam antrian cukup banyak serta pada pelayanan menjadi sangat sibuk. Hal ini menunjukkan kualitas pelayanan kurang baik atau tingkat pelayanannya rendah khususnya pada jam sibuk. Kenyataan ini jauh dari harapan manajemen Stasiun Lempuyangan sebagai penyedia layanan bagi penumpang. Dengan demikian perlu perhatian yang khusus bagi pengelola stasiun untuk peningkatan kualitas layanan.

Pada penelitian ini untuk meningkatkan kualitas pelayanan yang baik khususnya pada waktu sibuk, berkaitan dengan ketersediaan layanan yang ada di Stasiun Lempuyangan maka diperlukan adanya optimalisasi pelayanan, meliputi optimalisasi pelayanan loket penjualan tiket, pelayanan loket *check in* tiket dan pelayanan cetak tiket mandiri bagi pelanggan yang sudah transaksi pembelian tiket secara *online*. Pada optimalisasi pelayanan secara umum memuat pelayanan yang optimal, sehingga antrian tidak panjang, waktu pelanggan dalam antrian singkat sehingga pelanggan berada dalam sistem antrian tidak begitu lama.

Penelitian tentang model antrian sudah diterbitkan pada beberapa jurnal antara lain, pada [1] membahas identifikasi model antrian pada antrian bus Kampus menggunakan model P-K satu pelayanan. Pada Kajian Antrian *self service* dengan sistem pelayanan yang lambat dan pelanggan tidak sabar mengantri [4]. Pada [8], membahas antrian pada pelayanan teller di Bank Rakyat Indonesia Kantor Cabang Kota Tegal. Pada [7] membahas Model Antrian pada Pelayanan Kesehatan di Rumah Sakit.

Berdasarkan latar belakang dan peneliti sebelumnya sehingga pada penelitian ini dibahas bagaimana distribusi pola kedatangan dan pola pelayanannya juga model antrian yang tepat pada pelayanan loket penjualan tiket jarak jauh, pelayanan *check in* tiket dan pelayanan cetak tiket mandiri (*self service*). Pada penentuan model optimal digunakan metode simulasi.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Teori antrian salah satu cabang teori statistika yang membahas perilaku sistem pelayanan dengan kedatangan pelanggan atau permintaan pelayanan dan lama waktu pelayanan bersifat stokastik. Pada banyak hal, tambahan fasilitas pelayanan dapat diberikan untuk mengurangi antrian panjang. Ahli matematika dari Denmark Agner Krarup Erlang (1878-1929) pelopor penyusun teori antrian[3].

Tiga komponen dasar sistem antrian yaitu kedatangan, pelayanan dan antrian. Proses kedatangan pelanggan dipandang sebagai suatu renewal proses, artinya selang waktu antar kedatangan, variabel-variabel acak yang saling bebas dan berdistribusi identik independen (*i.i.d*). Proses kedatangan pelanggan dilihat dari waktu antar kedatangan dua pelanggan yang berurutan (*interarrival time*). Ukuran kedatangan pelanggan yang datang dari populasi terbatas (*limited*) maupun populasi tidak terbatas (*unlimited*), [2]. Pada [10], pola kedatangan merupakan pembentukan antrian akibat kedatangan pelanggan dalam selang waktu tertentu lebih kecil dari lama pelayanan, yang dapat diketahui secara pasti dan merupakan suatu peubah acak yang distribusi peluang sesuai. Jenis kedatangan pelanggan dapat berupa individu atau kelompok. Apabila tidak ada penjelasan secara spesifik maka kedatangan pelanggan dianggap secara individu.

Server merupakan saluran pelayanan, yang dapat dilakukan dengan satu atau lebih fasilitas pelayanan. Dalam proses pelayanan terdapat bentuk pelayanan tunggal (*single server*) dan pelayanan majemuk (*multi server*), pada [3]. Lama pelayanan, waktu yang dibutuhkan untuk melayani pelanggan selama waktu tertentu. Waktu pelayanan diasumsikan sebagai variabel acak yang terpecah secara bebas dan sama serta tidak tergantung pada waktu kedatangan [6].

Menurut [3] dan [4] disiplin pelayanan yang umum diterapkan *FIFO* (*first in first out*). Pada [3], [9], dan [10] notasi model antrian (a/b/c): (d/e/f) dengan : distribusi kedatangan, b : distribusi waktu pelayanan, c : jumlah pelayanan, d : disiplin pelayanan, e : Jumlah kapasitas maksimum sistem, f : jumlah populasi sumber kedatangan.

Model – model Sistem Antrian

a. Model antrian dengan pelayanan tunggal dan populasi tidak terbatas

Rata-rata pelanggan datang berdasarkan proses Poisson dengan laju λ dan waktu pelayanan untuk setiap pelanggan berdistribusi eksponensial dengan mean $1/\mu$, sumber kedatangan dan kapasitas layanan tidak dibatasi sehingga bentuk model antrian (M/M/1) : (GD/ ∞/∞).

Jika tingkat kedatangan λ dan Probabilitas tidak ada pelanggan dinotasikan P_0 , maka tingkat proses untuk $n = 0$ adalah λP_0 . Jika tingkat pelayanan μ dan proporsi waktu untuk sistem yang sudah melayani satu pelanggan adalah P_1 maka tingkat proses yang masuk dalam keadaan 0 adalah μP_1 . Oleh sebab itu, berdasarkan pernyataan diatas didapat rumus sebagai berikut, $\lambda P_0 = \mu P_1$

Proporsi waktu P_1 laju dimana suatu proses meninggalkan keadaan 1 adalah $(\lambda + \mu)P_1$, dan laju pada suatu proses memasuki keadaan 1 adalah $\lambda P_0 + \mu P_2$. Berdasarkan pernyataan tersebut berdasarkan [5], diperoleh,

$$P_1 = \frac{\lambda}{\mu} P_0$$

$$P_{(n+1)} = \frac{\lambda}{\mu} P_n + \left(P_n - \frac{\lambda}{\mu} P_{n-1} \right), \quad n \geq 1$$

Diperoleh

$$P_1 = \frac{\lambda}{\mu} P_0$$

$$P_2 = \frac{\lambda}{\mu} P_1 + \left(P_1 - \frac{\lambda}{\mu} P_0 \right) = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 P_0$$

$$P_3 = \frac{\lambda}{\mu} P_2 + \left(P_2 - \frac{\lambda}{\mu} P_1 \right) = \frac{\lambda}{\mu} P_2 = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^3 P_0$$

$$\vdots$$

$$P_{n+1} = \frac{\lambda}{\mu} P_n + \left(P_n - \frac{\lambda}{\mu} P_{n-1} \right) = \frac{\lambda}{\mu} P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^{n+1} P_0$$

Perhitungan P_0 dan P_n digunakan formulasi $P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$ dan $P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n * \left(1 - \frac{\lambda}{\mu} \right)$

Perhitungan nilai L_s , L_q , W_s , dan W_q pada model antrian (M/M/1): (GD/∞/∞)

a) Jumlah rata – rata pelanggan yang menunggu dalam sistem

$$L_s = \sum_{n=0}^{\infty} n P_n = \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \left(1 - \frac{\lambda}{\mu} \right) = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

b) Waktu rata – rata menunggu dalam sistem : $W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda}$

c) Waktu rata –rata menunggu dalam antrian , $W_q = W_s - E[S] = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$

d) Jumlah rata–rata pelanggan dalam antrian, $L_q = \lambda * W_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$

b. Model populasi tidak terbatas dengan pelayanan majemuk

Pada [3] bentuk model sistem antrian dengan populasi tidak terbatas dan pelayanan majemuk atau sistem pelayanan multiple, didasarkan asumsi pola kedatangan pelanggan berdistribusi Poisson, rata-rata waktu pelayanan berdistribusi eksponensial, populasi tidak terbatas serta sumber kedatangan tidak dibatasi.

Misalkan c : jumlah pelayanan, dan $c\mu$: rata-rata pelayanan efektif pada sistem, nilai karakteristik harus melebihi tingkat kedatangan $c\mu > \lambda$ untuk mencapai kondisi *steady-state*, dipenuhi $\rho = \frac{\lambda}{c\mu} < 1$, bentuk modelnya (M/M/c): (GD/∞/∞)

Probabilitas tidak adanya pelanggan dalam sistem

$$P_0 = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right] + \frac{1}{c!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^c \left(\frac{c\mu}{c\mu - \lambda} \right)}$$

Probabilitas terdapat n pelanggan dalam sistem antrian tersebut

$$P_n = \frac{1}{c! c^{n-c}} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n P_0, \quad \text{untuk } n > c$$

$$P_n = \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n P_0, \quad \text{untuk } n \leq c$$

Jumlah rata-rata pelanggan dalam sistem $L_s = \frac{\lambda \mu (\frac{\lambda}{\mu})^c}{(c-1)!(c\mu - \lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu}$

Waktu rata-rata pelanggan untuk mengantri pada sistem $W_s = \frac{L_s}{\lambda}$

Jumlah rata-rata pelanggan dalam antrian $L_q = L_s - \frac{\lambda}{\mu}$

Waktu rata-rata pelanggan dalam antrian $W_q = W_s - \frac{1}{\mu} = \frac{L_q}{\lambda}$

Probabilitas pelanggan dalam sistem harus menunggu untuk dilayani

$$P_c = \frac{1}{c!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^c \frac{c\mu}{c\mu - \lambda} P_0$$

Jika jumlah server tunggal, $c=1$, maka formulasinya menjadi pelayanan tunggal.

c. Model Self service

Berdasarkan [3] model *self service* tidak perlu barisan antrian kusus seperti pada antrian dan jumlah pelayanannya tidak terbatas karena pelanggan melayani sendiri, bentuk model *self service* (M/M/∞):(GD/∞/∞).

Berdasarkan model (m/m/1):(GD/∞/∞); asumsi $\lambda_n = \lambda$ untuk $n \geq 0$ dan $\mu_n \geq 0$

serta substitusi ke persamaan P_n , diperoleh $P_n = \frac{\lambda^n}{n! \mu^n} P_0 = \frac{\rho^n}{n!} P_0$

Karena $\sum P_n = 1$ maka $\sum_{i=0}^n P_i = \sum_{i=0}^n \frac{\rho^i}{i!} P_0 = 1$

$$\left(\frac{\rho^0}{0!} + \frac{\rho^1}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \frac{\rho^3}{3!} + \dots + \frac{\rho^n}{n!} \right) \cdot P_0 = 1 ; \text{ maka diperoleh } P_0 = e^{-\rho}$$

Jadi formulasi untuk probabilitas n pelanggan sebesar $P_n = \frac{\rho^n e^{-\rho}}{n!}$

Bentuk formulasi tersebut menunjukkan distribusi Poisson dengan rata-rata ,

$$E(n) = \rho ; L_s = \rho ; W_s = \frac{1}{\mu} \text{ dan } W_q = L_q = 0$$

Peubah acak X dikatakan berdistribusi Poisson, parameter λ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, & x > 0, \quad \lambda > 0 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases}$$

Peubah acak X berdistribusi Poisson, parameter λ sehingga $E(x) = \text{var}(x) = \lambda$

Variabel acak X berdistribusi eksponensial, parameter μ ,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\mu} e^{-\frac{x}{\mu}}, & x > 0, \quad \mu > 0 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases}$$

3. METODOLOGI

Pada penelitian ini, diasumsikan disiplin antrian FIFO dan tidak ada pelanggan yang mendapatkan prioritas layanan, tidak ada pelanggan yang keluar dari *waiting line* sebelum proses pelayanan selesai. Pelayanan dilakukan untuk

setiap pelanggan selama waktu tertentu. Pengambilan data observasi pada waktu sibuk yaitu pada *weekend* yaitu pada hari Sabtu dan Minggu juga pada musim liburan terjadi lonjakan peningkatan penumpang di Stasiun. Langkah berikutnya menganalisis pola kedatangan dan pelayanan pada loket pembelian tiket jarak jauh, uji tingkat kedatangan pelanggan, uji waktu antar kedatangan dan uji waktu pelayanan, kemudian pembentukan model antrian dan simulasi model untuk optimalisasi pelayanan. Selanjutnya menganalisis sistem pelayanan cetak tiket mandiri (*self service*) meliputi uji rata-rata tingkat kedatangan, waktu antar kedatangan, dan lama pelayanan serta pembentukan model antrian juga simulasinya untuk optimalisasi pelayanan. Kemudian analisis pelayanan pada *check in* tiket ketika pelanggan memasuki ruang tunggu keberangkatan kereta.

4. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini membahas tentang sistem pelayanan PT KAI Stasiun Lempuyangan meliputi pelayanan loket pembelian tiket jarak jauh, pelayanan cetak tiket mandiri bagi pelanggan yang sudah memesan lewat online dan pelayanan *check in* tiket. Selanjutnya dianalisis berdasarkan kedatangan pelanggan pada pola kedatangan per satuan waktu dan rata-rata waktu antar kedatangan, serta rata-rata waktu pelayanan, selanjutnya dibentuk model antriannya kemudian disimulasikan untuk membentuk model optimal.

Analisis pelayanan pada loket pembelian tiket jarak jauh

Berdasarkan data tingkat kedatangan pelanggan diperoleh rata-rata kedatangan pelanggan sebesar 33,3 pelanggan perjam atau sekitar 34 pelanggan perjam.

Pada uji distribusi rata-rata kedatangan pelanggan perjam, digunakan uji Kolmogorof–Smirnov dengan perhitungan menggunakan software SPSS, diperoleh hasil yang menunjukkan bahwa $\text{sig.} = 0,972 > \alpha = 0.05$ sehingga H_0 tidak ditolak, berarti tingkat kedatangan pelanggan berdistribusi Poisson.

Waktu antar kedatangan pelanggan

Untuk menguji rata-rata waktu antar kedatangan pelanggan menggunakan uji *one sample kolmogorov Smirnov* tes, diperoleh waktu antar kedatangan pelanggan mempunyai nilai sig. lebih besar dari $\alpha = 0.05$ sehingga H_0 tidak ditolak berarti waktu antar kedatangan pelanggan berdistribusi Eksponensial, dan rata-rata waktu antar kedatangan pelanggan $\lambda = 0.01765$ menit per pelanggan artinya rata-rata kedatangan pelanggan $\lambda = 60/1,765 = 33,994 = 34$ pelanggan per jam.

Waktu pelayanan pelanggan

Data statistik deskriptif waktu pelayanan pelanggan adalah $\mu = 70,9656$ detik per pelanggan, atau $\mu = 1,183$ menit /pelanggan. Dengan kata lain rata-rata pelayanan $\mu = 51$ pelanggan per jam.

Pada uji distribusi rata-rata waktu pelayanan menggunakan uji K-S menunjukkan rata-rata waktu pelayanan untuk setiap pelanggan mempunyai nilai sig. $0,056 > \alpha = 0.05$ artinya H_0 tidak ditolak, berarti rata-rata waktu pelayanan pelanggan berdistribusi Eksponensial.

Berdasarkan asumsi dan hasil perhitungan analisis data pada pelayanan loket pembelian tiket diperoleh rata-rata tingkat kedatangan pelanggan setiap waktu berdistribusi Poisson, waktu antar kedatangan pelanggan berdistribusi eksponensial dan rata-rata waktu pelayanan per pelanggan berdistribusi eksponensial, dengan $\lambda = 34$ pelanggan perjam; $\mu = 51$ pelanggan per jam, sehingga diperoleh bentuk model antrian (M/M/1) : (GD/ ∞/∞).

Analisis perhitungan sebagai berikut,

a. Kondisi *steady State*, $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{34}{51} = 0,6667 < 1$

Artinya tingkat kesibukan pada sistem pelayanan sebesar 66,67% dan prosentasi tingkat menganggur $100\% - 66,67\% = 33,33\%$

b. Ekspektasi jumlah menunggu dalam system, $L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{34}{51 - 34} = 2$

Jumlah pelanggan yang diharapkan menunggu pada sistem antrian loket untuk mendapat pelayanan sebesar 2 pelanggan

c. Ekspektasi jumlah pelanggan menunggu dalam antrian

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{34^2}{51(51 - 34)} = 1,33$$

Jumlah pelanggan yang mengantri sekitar 1 sampai 2 pelanggan.

d. Ekspektasi waktu menunggu dalam sistem

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{51 - 34} = \frac{1}{17} = 0,0588 \text{ jam}$$

Waktu yang diharapkan pelanggan berada pada sistem antrian 0,0588 jam atau $0,0588 * 60 = 3,528$ menit.

e. W_q : Ekspektasi waktu menunggu dalam antrian

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{34}{51(51 - 34)} = \frac{34}{51 * 17} = 0,0392 \text{ jam}$$

Waktu yang diharapkan pelanggan menunggu dalam antrian $0,0392 * 60$ menit per pelanggan yaitu sebesar 2,352 menit per pelanggan.

Simulasi, misalkan jumlah server 2 dan rata-rata kedatangan pelanggan serta rata-rata pelayanan tetap yaitu $\lambda = 34$ pelanggan perjam; $\mu = 51$ pelanggan per jam sehingga model yang dibentuk (M/M/2):(GD/ ∞/∞), perhitungan komponen antrian sebagai berikut,

1. *steady-state*, dipenuhi $\rho = \frac{\lambda}{c \cdot \mu} = \frac{34}{2 * 51} = 0,33$

2. Jumlah rata-rata pelanggan dalam sistem $L_s = \frac{\lambda \mu (\frac{\lambda}{\mu})^c}{(c - 1)! (c\mu - \lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu}$

$$L_s = \frac{34 * 51 (\frac{34}{51})^2}{(2 - 1)! (2 * 51 - 34)^2} * 0,5 + \frac{34}{51} = 0,75$$

3. Waktu rata-rata pelanggan pada sistem $W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{0,75}{34} = 0,024$

4. Jumlah rata-rata pelanggan pada antrian $L_q = L_s - \frac{\lambda}{\mu} = 0,75 - \frac{34}{51} = 0,083$

5. Waktu rata-rata pelanggan pada antrian $W_q = W_s - \frac{1}{\mu} = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{0,083}{51} = 0,0016$

Hasil perhitungan dengan 2 server dan model yang terbentuk (M/M/2):(GD/∞/∞), disajikan pada tabel 1 berikut,

Tabel 1. Hasil simulasi model (M/M/2):(GD/∞/∞)

Parameter	Nilai	Parameter	nilai	menit	Detik
		Average server sibuk (ρ)	0,33		
Rata-rata kedatangan (λ)	34	ekspektasi jml pelanggan mengantri (Lq)	0,08		
Rata-rata pelayanan (μ)	51	ekspektasi jml dlm sistem (Ls)	0,75		
Jumlah pelayanan	2	ekspektasi waktu dlm antrian (Wq)	0	0,15	8,82
		ekspektasi waktu dlm sistem (Ws)	0,02	1,32	79,41

Hasil simulasi model menunjukkan, dengan 2 (dua) loket maka lebih efektif karena steady state ρ = 33% , Lq = 0,08 pelanggan atau hampir tidak ada pelanggan yang mengantri di loket, Ls = 0,75 pelanggan artinya terdapat satu pelanggan berada pada sistem yang sedang mendapat pelayanan. Waktu menunggu pelanggan untuk mendapatkan pelayanan lebih singkat, sehingga pelanggan tidak perlu membutuhkan waktu yang lama pada sistem pelayanan.

Model pelayanan check in tiket

Pada pelayanan *check in* tiket bagi pelanggan sudah mendapatkan tiket dan memasuki ruang keberangkatan. Pelayanan ini terdiri dari dua petugas yang melayani, dan berdasarkan hasil analisis perhitungan diperoleh rata-rata kedatangan pelanggan berdistribusi poisson dan rata-rata pelayanan *check in* tiket berdistribusi eksponensial, sumber kedatangan dan kapasitas layanan tidak dibatasi sehingga model antrianya adalah (M/M/2):(GD/∞/∞). Berdasarkan perhitungan diperoleh jumlah server 2, rata-rata pelayanan μ = 540 pelanggan per jam dan rata-rata kedatangan berdistribusi poisson dengan λ = 254 pelanggan per jam. Pada perhitungan komponen dalam antrian menggunakan software POM dan pembulatan sampai dua angka di belakang koma, dihasilkan tabel 3 sebagai berikut,

Tabel 2. Hasil perhitungan model (M/M/2):(GD/∞/∞) dengan POM

Parameter	Nilai	Parameter	Nilai	menit	Detik
m/m/s (model pelayanan)		Average server sibuk (ρ)	0,24		
Rata-rata kedatangan (λ)	254	ekspektasi jml pelanggan mengantri (Lq)	0,03		
Rata-rata pelayanan (μ)	540	ekspektasi jml dlm sistem (Ls)	0,5		
Jumlah pelayanan	2	ekspektasi waktu dlm antrian (Wq)	0	0,01	0,39
		ekspektasi waktu dlm sistem (Ws)	0	0,12	7,06

Berdasarkan tabel 2, menunjukkan probabilitas sistem keadaan sibuk 24% , rata-rata jumlah pelanggan yang antri hampir tidak ada. Artinya begitu loket *chek in* dibuka maka pelanggan langsung masuk antrian dalam proses pelayanan yang memadai sehingga semua pelanggan dapat dilayani secara optimal.

Model antrian pada pelayanan cetak tiket mandiri

Pelanggan melakukan cetak tiketnya secara mandiri, apabila pelanggan sudah memesan tiket melalui online. PT KAI Stasiun Lempuyangan Yogyakarta

tmenyediakan 5 (lima) komputer untuk melayani cetak tiket mandiri (self service). Berdasarkan hasil survey pada sistem pelayanan cetak tiket yang dilakukan pada saat weekend dan jam sibuk, diperoleh data rata-rata kedatangan pelanggan pada tiap-tiap komputer yang tersedia 12,58 atau 13 pelanggan perjam.

Uji rata-rata tingkat kedatangan pelanggan persatuan waktu untuk 5 komputer dengan metode Kolmogorof-Smirnov dan diambil $\alpha = 0,5$, sehingga dihasilkan tabel sebagai berikut

Tabel 3. One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Komp.1	Komp.2	Komp.3	Komp. 4	Komp.5
N		5	5	5	5	5
Poisson Parameter ^a	Mean	11.3333	11.0000	15.0000	15.0000	10.6667
Most Extreme	Absolute	.305	.341	.315	.322	.263
Differences	Positive	.250	.311	.315	.315	.189
	Negative	-.305	-.341	-.280	-.322	-.263
Kolmogorov-Smirnov Z		.529	.590	.546	.558	.455
Asymp. Sig. (2-tailed)		.942	.878	.927	.915	.986

a. Test distribution is Poisson.

Tabel 3 menunjukkan bahwa p-value untuk rata-rata kedatangan pelanggan pada Komp.1, Komp.2, Komp.3, Komp.4 dan Komp.5 $> \alpha = 0,05$, sehingga H_0 tidak ditolak, yang berarti pola kedatangan pelanggan pada pelayanan cetak tiket secara mandiri berdistribusi Poisson.

Model *self service* berbentuk (M/M/∞) : (GD/∞/∞), berdasarkan hasil perhitungan rata-rata tingkat kedatangan pelanggan berdistribusi poisson dengan tingkat kedatangan pelanggan 13 pelanggan/jam, dan tingkat pelayanan berdistribusi eksponensial. Karena bentuk pelayanan self service sehingga dengan $\lambda = 13$ pelanggan per unit waktu, $\mu = 1$ pelanggan per unit waktu, sehingga diperoleh $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{13}{1} = 13$ pelanggan sehingga banyaknya pelanggan yang diharapkan dapat menggunakan komputer tersebut sebanyak 13 pelanggan per jam perkomputer.

a. Perhitungan probabilitas waktu kosong dalam sistem antrian ini adalah :

$$P_0 = e^{-\lambda} = e^{-13} = 2,2603 \times 10^{-6} = 0,0000022603$$

b. Ekspektasi (rata-rata) jumlah dalam antrian adalah :

$$Lq = \frac{(k \cdot \rho)(P_0)}{(k - \rho)^2} = \frac{(5(13))(2,2603 \times 10^{-6})}{(5 - 13)^2} = 2,296 \times 10^{-6}$$

tidak ada jumlah pelanggan dalam antrian. artinya pelanggan yang mengantri nol (0) atau pelanggan tidak perlu antri.

c. Ekspektasi (rata-rata) waktu dalam antrian dapat dihitung :

$$Wq = \frac{Lq}{\lambda} = \frac{0,000002296}{13} = 1,766 \times 10^{-7}$$

Ekspektasi waktu tunggu pelanggan untuk mengantri mendapatkan pelayanan cetak tiket adalah 0 artinya pelanggan tidak perlu waktu untuk mengantri sehingga pelanggan yang datang dapat langsung melakukan transaksi pada komputer yang tersedia.

5. KESIMPULAN

Sistem pelayanan pada PT KAI Stasiun Lempuyangan sudah cukup memadai, tetapi pada *week end* perlu ditingkatkan pelayanannya dengan penambahan loket pelayanan tiket jarak jauh. Sistem pelayanan loket jarak jauh rata-rata kedatangan pelanggan berdistribusi Poisson dengan $\lambda=34$ pelanggan perjam dan waktu antar kedatangan berdistribusi eksponensial. Rata-rata waktu pelayanannya berdistribusi eksponensial, $\mu = 51$ pelanggan per jam, bentuk model antrian (M/M/1) : (GD/ ∞/∞). Hasil simulasi menunjukkan pelayanan optimal, 2 server, dan modelnya (M/M/2) : (GD/ ∞/∞). Model ini menunjukkan hampir tidak ada pelanggan yang mengantri di loket. Waktu menunggu pelanggan untuk mendapatkan pelayanan pada antrian 0,15 menit atau 9 detik dan waktu menunggu dalam sistem selama 1,32 menit.

Pelayanan *check in* tiket terdapat dua server, pelayanan sudah optimal dan modelnya berbentuk (M/M/2) : (GD/ ∞/∞).

Pelayanan cetak tiket secara mandiri menunjukkan model antrian *self service* berbentuk (M/M/ ∞) : (GD/ ∞/∞), tersedia 5 komputer dalam hal ini pelanggan tidak perlu antri lama untuk cetak tiket, sehingga pelayanan sudah optimal. Tetapi waktu pelayanan masih cukup lama, sehingga perlu peningkatan layanan dengan diberikan petugas yang siap membantu dan kualitas spesifikasi komputer ditingkatkan.

6. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Ersyad, ZA dan Devianto, D , 2010 , Jurnal Matematika, *Identifikasi Model Antrian pada Antrian Bus Kampus Universitas Andalas, UNAND, Padang*
- [2] Haizer, J. & Render, B., 2005, *Operation Research*, Salemba Empat, Jakarta
- [3] Kakiay, T.J., 2004, *Dasar Teori Antrian Untuk Kehidupan Nyata*, Andi, Yogyakarta
- [4] Nurrahmi, E F dan Prita, L , 2012, Jurnal Teknik POMITS, *Kajian Antrian tipe M/M/ ∞ dengan Sistem Pelayanan yang Lambat dan Pelanggan yang tidak sabar, ITS, Surabaya*
- [5] Ross, S.M., 2007, *Introduction to Probability Models*, Academic Press, California
- [6] Siagian, P., 1992, *Operation Research*, FEUI, Jakarta
- [7] Suryadi, P.A dan Manurung N.J, 2009, Jurnal Teknologi, *Model Antrian pada Pelayanan Kesehatan di Rumah Sakit*, Universitas Udayana, Bali
- [8] Sya'diyah, E. dan Suryowati, K, 2017, *Analisis Sistem Antrian pada Pelayanan Teller di Bank Rakyat Indonesia Kantor Cabang Kota Tegal*, Jurnal Statistika Industri dan Komputasi Vol.2, IST AKPRIND, Yogyakarta
- [9] Taha, H.A., 1996, *Riset Operasi Jilid 5*, Binarupa Aksara, Jakarta
- [10] Wagner, H.M., 1978, *Principle of Operation Research*, Mc-Graw Hill Book Co , New York