Jurnal Matematika Murni dan Terapan “εpsilon”
Vol.10 No.1 (2016) Hal. 31-37

# PERKIRAAN SELANG KEPERCAYAAN UNTUK NILAI RATA-RATA PADA DISTRIBUSI POISSON

**Randy Toleka Ririhena, Nur Salam[*] dan Dewi Sri Susanti**
*Program Studi Matematika Fakultas MIPA*
*Universitas Lambung Mangkurat*
**email: nursalam2011@gmail.com*

## ABSTRACT

Confidence interval is an interval between two value, where we believe that the parameter value lay within those interval. To express it, approximate interval were conducted. If the parameter value is unknown, probability will be use rather than exact value. Approximation that conduct express probability that an interval contain parameter value that we estimate. One of parameter value to compute is mean. One of well-known distribution is Poisson ditribution. The purpose of this study is to find approximate interval for the mean of random variable with Poisson distribution. The result of research is confidence interval for poisson distribution by using pivotal quantity method. Based on pivotal quantity method, approximate interval for the mean of poisson distribution with the size of a large sample is

$$P\left[\bar{X} - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{X}}{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{X}}{n}}\right] = 1 - \alpha$$

**Keywords** : *Confidence interval* $(1 - \alpha)$*, mean, Poisson distribution, pivotal quantity method.*

## ABSTRAK

Selang kepercayaan adalah sebuah interval antara dua angka, di mana dipercaya nilai parameter sebuah kejadian terletak di dalam selang tersebut. Untuk menyatakan hal ini dibuatlah perkiraan selang. Jika besar nilai parameter tidak diketahui, maka bukan suatu kepastian yang dipakai dalam perkiraan ini melainkan peluang. Artinya Perkiraan yang dibuat menyatakan besarnya peluang suatu selang tertentu yang mengandung nilai parameter yang akan diperkiraan. Salah satu nilai parameter yang dihitung adalah nilai rata-rata. Salah satu distribusi adalah distribusi Poisson. Tujuan penelitian ini adalah mencari perkiraan selang kepercayaan untuk nilai rata-rata pada variabel acak yang berdistribusi Poisson.. Hasil dari penelitian ini selang kepercayaan untuk distribusi Poisson dengan menggunakan metode pivot. Berdasarkan metode besaran pivot, maka perkiraan selang kepercayaan untuk nilai rata-rata pada distribusi Poisson dengan ukuran sampel besar adalah

$$P\left[\bar{X} - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{X}}{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{X}}{n}}\right] = 1 - \alpha$$

**Kata kunci**: *Selang kepercayaan* $(1 - \alpha)$*, nilai rata-rata, distribusi Poisson, Metode Pivot.*

## 1. PENDAHULUAN

Terdapat dua macam ukuran statistika yaitu ukuran pemusatan dan ukuran keragaman. Ukuran pemusatan merupakan ukuran pusat dari sekumpulan data, misalkan nilai rata-rata, median dan modus data yang diamati. Sedangkan ukuran keragaman mengukur keragaman antara pengamatan data, misalnya wilayah, ragam dan simpangan baku. Secara bersama, kedua ukuran statistika ini sangat berguna dalam menjelaskan data yang diamati. (Walpole, 1995)[6].

Umumnya dalam statistika keseluruhan pengamatan yang menjadi perhatian pengamat dikenal dengan sebutan populasi dan sampel dianggap mewakili populasi. Sampel digunakan pengamat karena tidak mungkin mengamati keseluruhan individu yang menyusun populasi, karena biaya yang besar dan waktu yang lama untuk mengamati semuanya. Oleh karena itu digunakanlah sebagian anggota populasi untuk membantu menarik kesimpulan mengenai populasi. Perkiraan parameter populasi dilakukan dengan menggunakan nilai statistik sampel dan diwujudkan dalam pembentukan selang kepercayaan. Selang kepercayaan adalah sebuah selang antara dua angka, di mana dipercaya nilai parameter sebuah populasi terletak di dalam selang tersebut.

Pengambilan keputusan dari suatu data mempunyai sifat tidak tentu atau belum diketahui kepastiannya apakah benar kesimpulan dari data tersebut, maka dibentuklah suatu selang kepercayaan untuk memperkirakan nilai yang dicari dari data. Pada umumnya dalam mencari kesimpulan data didasarkan pada keterangan yang dihimpun dari suatu sampel acak yang terpilih. Sehingga, dari ruang sampel acak bisa diambil suatu variabel acak di mana variabel acaknya bisa kontinu atau diskrit.

Pengamatan yang dilakukan pada suatu kejadian atau suatu data yang diperoleh terdistribusi berbeda-beda salah satunya berdistribusi Poisson. Distribusi poisson ditemukan oleh S.D. Poisson (1781–1841), seorang ahli matematika berkebangsaan Perancis. Distribusi Poisson termasuk distribusi teoritis yang memakai variabel acak diskrit. Distribusi poisson adalah distribusi nilai-nilai bagi suatu variabel acak $X$ ($X$ diskrit), yaitu banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam suatu selang waktu tertentu atau di suatu daerah tertentu. Andaikan didapat variabel acaknya diskrit dan terdistribusi Poisson maka akan dicari selang kepercayaannya untuk mencari nilai parameter dari data yang diamati, di mana parameter nilai rata-rata dari pengamatan yang akan ditarik kesimpulannya. Berdasarkan uraian diatas, peneliti ingin mengkaji tentang selang kepercayaan untuk nilai rata-rata pada distribusi poisson, sehingga penelitian ini diberi judul **"Perkiraan Selang Kepercayaan untuk Nilai Rata-rata pada Distribusi Poisson".**

## 2. METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini bersifat studi literatur, yaitu mengumpulkan bahan atau materi yang berkaitan dengan distribusi Poisson, selang kepercayaan, dan nilai rata-rata. kemudian memahami dan mempelajari konsep bahan atau materi tersebut dan mengaplikasikannya untuk melakukan penelitian.

## 3. PEMBAHASAN

Secara umum, untuk menentukan perkiraan selang bagi sebuah parameter dari sebuah distribusi digunakan besaran pivot, dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menentukan perkiraan titik untuk parameter. Dalam hal ini, tentu saja dicari perkiraan tak bias untuk parameter tersebut.
2. Menentukan distribusi dari perkiraan tak bias bagi parameter tersebut.
3. Menentukan besaran pivot, yaitu besaran (berupa variabel acak) yang berisi perkiraan dan konstanta lainnya sedemikian rupa sehingga distribusi dari besaran pivotnya tidak bergantung pada parameter tersebut.
4. Menentukan distribusi dari besaran pivot. Dalam hal ini, mungkin perlu mencari hubungan antara distribusi dari besaran pivot dengan distribusi lain.
5. Kemudian besaran pivot itu disubtitusikan kedalam bentuk umum perkiraan selang dengan derajat keyakinan sebesar $(1-\alpha)$, yaitu:
$$P(a < parameter < b) = 1-\alpha$$
6. Selanjutnya melakukan perubahan terhadap bentuk pada bagian 5 sedemikian rupa sehingga akan menghasilkan bentuk sebagai berikut:
$$P(c < parameter < d) = 1-\alpha$$
Dengan *c* dan *d* adalah dua buah bentuk statistik.

### 3 .1 Perkiraan Selang Kepercayaan untuk Nilai Rata-Rata

Menentukan selang kepercayaan untuk nilai rata-rata dari suatu variabel acak *X* akan dicari dengan menggunakan metode besaran pivot untuk data yang berdistribusi Poisson. Langkah pertama untuk menentukan selang kepercayaan akan dicari perkiraan titik dari distribusi poisson dengan menggunakan metode kemungkinan maksimum (*maximum likelihood method*).

Fungsi kepadatan peluang dari $X_i \sim POI(\lambda)$ adalah :

$$p(x;\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$$

Fungsi likelihood dari Poisson adalah :

$$L(x;\lambda) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i^{x_i} e^{-\lambda_i}}{x_i!}$$

$$L(x;\lambda) = \frac{[\prod_i^n \lambda^{x_i}]exp[-n\lambda]}{\prod_i^n x_i!} \qquad \ldots(3.1)$$

Selanjutnya dari fungsi likelihood diambil nilai logaritma natural sehingga diperoleh fungsi ln-likelihood dari persamaan (3.1) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} ln\,L(x;\lambda) &= ln\,\{\textstyle\prod_{i=1}^{n} p(x:\lambda)\} \\ &= ln\left\{\prod_{i=1}^{n}\frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x_i!}\right\} \\ &= ln\left\{\frac{[\prod_{i=1}^{n}\lambda^{x_i}]exp[-n\lambda]}{\prod_{i=1}^{n}x_i!}\right\} \\ &= ln\,\{\textstyle\prod_{i=1}^{n}[\lambda^{x_i}]\} + ln\,\{exp[-n\lambda]\} - ln\,\{\prod_{i=1}^{n}x_i!\} \\ &= \textstyle\sum_{i=1}^{n} x_i\, ln\,\lambda - n\lambda - \sum_{i=1}^{n} ln\, x_i! \qquad \ldots(3.2) \end{aligned}$$

Kemudian ditentukan nilai λ yang memaksimumkan fungsi *ln L(x;λ).* Syarat untuk memaksimumkan *ln L(x;λ)* , yaitu pada saat $\frac{\partial\, ln(x:\lambda)}{\partial\lambda} = 0$.

$$\frac{\partial \ln \mathrm{L}(x{:}\lambda)}{\partial\lambda} = -\,n + \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\lambda}$$
$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\lambda} = \mathrm{n}$$
$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Jadi $\bar{X}$ merupakan perkiraan untuk $\lambda$, untuk turunan keduanya,

$$\frac{\partial^2 \, ln(x;\, \lambda)}{\partial\lambda^2} = -\lambda^{-2}\sum_{i=1}^{n} x_i < 0$$

Karena turunan kedua < 0, maka fungsi *ln L(x; λ)* mempunyai nilai maksimum. Selanjutnya akan diperiksa apakah $\bar{X}$ merupakan perkiraan tak bias bagi $\lambda$. Jika $\bar{X}$ tak bias maka akan ditunjukan sebagai berikut :

$$E(\bar{X}) = E\left[\frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \ldots + X_n)\right]$$
$$= \left(\frac{1}{n}\right).\, E(X_1 + X_2 + \ldots + X_n)$$
$$= \left(\frac{1}{n}\right).\, \{E(X_1) + E(X_2) + \ldots + E(X_n)\} \qquad \ldots (3.3)$$

Dalam hal ini, variabel acak $X$ berdistribusi Poisson dengan nilai rata-ratanya λ, sehingga persamana (4.3) menjadi :

$$E(\bar{X}) = \frac{1}{n}(\lambda + \lambda + \ldots + \lambda) = \frac{1}{n}\,(n\lambda) = \lambda \qquad \ldots(3.4)$$

Karena $E(\bar{X})$ = λ ,jadi $\bar{X}$ merupakan perkiraan tak bias untuk λ.

Langkah kedua yaitu menentukan distribusi dari perkiraan $\bar{X}$ bagi parameternya sebagai berikut :

Misalkan $X_1,\ldots, X_n$ adalah variabel acak bebas berdistribusi Poisson, atau dapat ditulis dengan $X_i \sim POI(\lambda_i)$ dan misalkan $Y = X_1 + \ldots + X_n$ juga MGF Poisson $e^{\lambda(e^t - 1)}$. Hal ini mengakibatkan MGF dari $Y$ adalah

$$M_Y(t) = e^{\lambda_1(e^t - 1)} \ldots e^{\lambda n(e^t - 1)}$$
$$= e^{(\lambda_1 + \cdots + \lambda n)(e^t - 1)} \qquad \ldots(3.5)$$

Sehingga menjadi $Y \sim POI(\lambda_1 + \ldots + \lambda_n)$

Langkah ketiga menentukan besaran pivot. Berdasarkan teorema limit pusat dibentuk $Y = \frac{(\bar{X} - \lambda)}{\sqrt{\lambda}/\sqrt{n}}$ yang merupakan besaran pivot untuk distribusi Poisson dengan

$\sigma^2 = \lambda$, maka $\sigma = \sqrt{\lambda}$

Langkah keempat menentukan distribusi dari besaran pivot dengan menggunakan fungsi pembangkit moment yang akan ditunjukan sebagai berikut:

Dengan menggunakan teknik fungsi pembangkit momen dari $Y$

$$M(t;n) = M_Y(t) = E[\exp(t.Y)]$$
$$= \mathrm{E}\left[exp\left\{t\left(\frac{\bar{X} - \lambda}{\sqrt{\lambda}/\sqrt{n}}\right)\right\}\right]$$

$$= \text{E}\left[\left\{exp\left(\frac{t.\bar{X}}{\sqrt{\lambda}/\sqrt{n}}\right)\right\}.\left\{exp\left(\frac{-t.\lambda}{\sqrt{\lambda}/\sqrt{n}}\right)\right\}\right]$$

$$= \exp\left(\frac{-t.\lambda}{\sqrt{\lambda}/\sqrt{n}}\right).E\left[\left\{exp\left(\frac{t.\bar{X}}{\sqrt{\lambda}/\sqrt{n}}\right)\right\}\right]$$

$$= \exp\left(\frac{-t.\lambda}{\sqrt{\lambda}/\sqrt{n}}\right).E\left[\left\{exp\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}X_1\right)\right\}.\left\{exp\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}X_2\right)\right\}\ldots\left\{exp\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}X_n\right)\right\}\right]$$

$$= \exp\left(\frac{-t.\lambda}{\sqrt{\lambda}/\sqrt{n}}\right).E\left[exp\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}X_1\right)\right].E\left[exp\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}X_2\right)\right]\ldots E\left[exp\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}X_n\right)\right]$$

$$= \exp\left(\frac{-t.\lambda}{\sqrt{\lambda}/\sqrt{n}}\right).M_{X_1}\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}\right).M_{X_2}\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}\right)\ldots M_{X_n}\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}\right)$$

$$M(t;n) = \exp\left(\frac{-t\,.\lambda}{\sqrt{\lambda}/\sqrt{n}}\right).\left[M_{X_i}\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}\right)\right]^n$$

$$ln\ M(t;n) = \frac{-t.\lambda}{\sqrt{\lambda}/\sqrt{n}} + n.ln\ M_{X_i}\left(\frac{t}{\sigma\sqrt{n}}\right)$$

Apabila $M_{X_i}\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}\right)$ diuraikan lebih lanjut, maka akan diperoleh hasil:

$$M_{X_i}\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}\right) = 1 + \mu_1'.\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}} + \frac{1}{2}.\mu_2'.\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}\right)^2 + \frac{1}{6}.\mu_3'\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}\right)^3 + \ldots$$

Sehingga:

$$ln\ M(t;n) = \frac{-t.\lambda}{\sqrt{\lambda}/\sqrt{n}} + n.ln\left[1 + \mu_1'.\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}} + \frac{1}{2}.\mu_2'.\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}\right)^2 + \frac{1}{6}.\mu_3'\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}\right)^3 + \ldots\right]$$

Akan diuraikan *ln* (1 + x) dengan menggunakan perluasan deret MacLaurin, yaitu:

$$Ln\ (1 + x) = x - \left(\frac{1}{2}\right).x^2 + \left(\frac{1}{3}\right).x^3 - \cdots;\ |x| < 1$$

Di sini; $x = \mu_1'.\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}} + \frac{1}{2}.\mu_2'.\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}\right)^2 + \frac{1}{6}.\mu_3'\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}\right)^3 + \ldots$

Sehingga:

$$Ln\ M(t;n) = \frac{-t.\lambda}{\sqrt{\lambda}/\sqrt{n}} + n\Bigg[\left\{\mu_1'.\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}} + \frac{1}{2}.\mu_2'.\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}\right)^2 + \frac{1}{6}.\mu_3'\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}\right)^3 + \ldots\right\} -$$

$$\frac{1}{2}\left\{\mu_1'.\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}} + \frac{1}{2}.\mu_2'.\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}\right)^2 + \frac{1}{6}.\mu_3'\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}\right)^3 + \ldots\right\}^2 +$$

$$\frac{1}{3}\left\{\mu_1'.\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}} + \frac{1}{2}.\mu_2'.\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}\right)^2 + \frac{1}{6}.\mu_3'\left(\frac{t}{\sqrt{\lambda}\sqrt{n}}\right)^3 + \ldots\right\}^3 - \Bigg].$$

$$= \left(\frac{-\mu\sqrt{n}}{\sqrt{\lambda}} + \frac{\mu_1'\sqrt{n}}{\sqrt{\lambda}}\right)t + \left(\frac{\mu_2'}{2(\sqrt{\lambda})^2} - \frac{\mu_1'^2}{2(\sqrt{\lambda})^2}\right)t^2 +$$

$$\left(\frac{\mu_3'}{6(\sqrt{\lambda})^3\sqrt{n}} - \frac{\mu_1'\mu_2'}{2(\sqrt{\lambda})^3\sqrt{n}} + \frac{\mu_1'^3}{3(\sqrt{\lambda})^3\sqrt{n}}\right)t^3 + \ldots$$

Dengan:

1. $\mu_1' = \mu$
2. $\mu_2' - \mu_1'^2 = \mu_2 = \sigma^2$

$$ln\ M(t;n) = 0 + \frac{t^2}{2} + \left(\frac{\mu_3'}{6(\sqrt{\lambda})^3\sqrt{n}} - \frac{\mu_1'\mu_2'}{2(\sqrt{\lambda})^3\sqrt{n}} + \frac{\mu_1'^3}{3(\sqrt{\lambda})^3\sqrt{n}}\right).t^3 + \ldots$$

$$\lim_{n\to\infty} ln\,M(t;n) = \lim_{n\to\infty}\left[\frac{t^2}{2} + \left(\frac{\mu_3'}{6(\sqrt{\lambda})^3\sqrt{n}} - \frac{\mu_1'\mu_2'}{2(\sqrt{\lambda})^3\sqrt{n}} + \frac{\mu_1'^3}{3(\sqrt{\lambda})^3\sqrt{n}}\right)t^3 + \ldots\right]$$

$$\lim_{n\to\infty} ln\,M(t;n) = \frac{t^2}{2}$$

$$\lim_{n\to\infty} M(t;n) = exp\left(\frac{t^2}{2}\right)$$

Bentuk di atas merupakan fungsi pembangkit momen dari distribusi normal baku. Sehingga *Y* akan berdistribusi normal baku Z.

Menurut Walpole (1995) [6] sebaran Poisson dan Binom memiliki histogram yang sama bila n besar. Oleh karena itu, hampiran normal memberikan hampiran yang baik pada distribusi Poisson dan Binom.

Pada persamaan (3.2) dan (3.4) bahwa $E(X) = \lambda$ *dan* $Var(X) = \sigma^2 = \lambda$. Sementara itu, $\overline{X}$ merupakan perkiraan tak bias untuk λ.

Jadi, besaran pivot untuk distribusi Poisson menjadi $Y = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\bar{X}}/\sqrt{n}}$

dengan *Y* bebas dari parameter karena berdistribusi normal baku.

Langkah kelima, besaran pivot didistribusikan kedalam bentuk umum perkiraan selang. Maka perkiraan selang kepercayaan untuk distribusi Poisson dengan tingkat kepercayaan 100 (1-α)% adalah :

$$P\left[-Z_{\alpha/2} < Y < Z_{\alpha/2}\right] = 1 - \alpha$$

$$P\left[-Z_{\alpha/2} < \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\bar{X}}/\sqrt{n}} < Z_{\alpha/2}\right] = 1 - \alpha$$

Langkah keenam selanjutnya melakukan perubahan bentuk untuk mendapatkan perkiraan selang kepercayaan untuk nilai rata-ratanya adalah sebagai berikut:

$$P\left[\bar{X} - Z_{\alpha/2}\,\frac{\sqrt{\bar{X}}}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2}\,\frac{\sqrt{\bar{X}}}{\sqrt{n}}\right] = 1 - \alpha$$

$$P\left[\bar{X} - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{X}}{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{X}}{n}}\right] = 1 - \alpha \qquad \ldots(3.6)$$

dengan :

$\bar{X}$- $Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{X}}{n}}$ adalah batas bawah.

$\bar{X}$ + $Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{X}}{n}}$ adalah batas atas.

Dari hasil langkah-langkah metode besaran pivot didapat bahwa perkiraan selang kepercayaan untuk nilai rata-rata pada distribusi Poisson dengan ukuran sampel besar adalah pada persamaan (3.6).

## 4. KESIMPULAN

Perkiraan selang untuk rata-rata dari distribusi Poisson dengan derajat kepercayaan 100(1-α)% dan ukuran sampel besar adalah :

$$P\left[\bar{X} - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{X}}{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{X}}{n}}\right] = 1 - \alpha$$

dengan :

$\bar{X}$- $Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{X}}{n}}$ adalah batas bawah.

$\bar{X}$ + $Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{X}}{n}}$ adalah batas atas.

## 5. DAFTAR PUSTAKA

[1] Bain, L.J. 1991. *Introduction To Probability and Mathematical Statistic*. University of Missouri-Rolla. California.

[2] Herrhyanto, Nar. 2013. *Statistika Inferensial Secara Teoritis*. Yrama Widya. Bandung.

[3] Purcell,Edwin J., & Varberg, Dale, 1994. *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 2,* Edisi kelima. Erlangga. Jakarta.

[4] Sahoo, P. 2008. *Probability and Mathematical Statistic.* University of Louisuille. USA.

[5] Sudjana. 2005. *Metode Statistika*. Tarsito. Bandung.

[6] Walpole, E. R. 1995. *Pengantar Statistika. Edisi ke-3*. Gramedia Jakarta.