

**ASURANSI JOINT LIFE SEUMUR HIDUP****Bizaini, Dewi Sri Susanti, Yuni Yulida***Program Studi Matematika Fakultas MIPA**Universitas Lambung Mangkurat**Email: [smagazbize@yahoo.com](mailto:smagazbize@yahoo.com)***ABSTRAK**

Salah satu jenis asuransi jiwa adalah asuransi jiwa seumur hidup. Asuransi tersebut berlaku kondisi *single life* dan *joint life*. Kondisi *joint life* berlaku ketika jumlah tertanggung lebih dari satu orang. Pada asuransi *joint life* seumur hidup, jangka waktu perlindungan asuransi diberikan selama semua tertanggung masih hidup atau sampai sedikitnya satu tertanggung meninggal dengan jumlah tertanggung sebanyak  $m$  orang. Pada penelitian ini diperoleh rumusan anuitas hidup berjangka dan asuransi jiwa seumur hidup pada kondisi *joint life* dalam bentuk simbol komutasi.

**Kata kunci** : Asuransi jiwa seumur hidup, Anuitas, *Joint life*.

**1. PENDAHULUAN**

Asuransi jiwa menurut Iskandar, dkk [2] adalah suatu pengalihan risiko atas kerugian keuangan oleh tertanggung kepada penanggung. Risiko yang dilimpahkan kepada penanggung adalah kerugian keuangan akibat hilangnya jiwa seseorang. Setiap orang yang mengasuransikan jiwanya pada suatu perusahaan asuransi berarti sepakat terhadap suatu kontrak tertulis antara dia dengan perusahaan dan kesepakatan ini disebut polis asuransi. Dalam asuransi jiwa umumnya berlaku kondisi *single life* dan *jointlife*. Pada asuransi *single life*, penanggung memberikan perlindungan untuk satu orang tertanggung, sedangkan pada asuransi *joint life* perlindungannya untuk lebih dari satu orang tertanggung. Menurut Jordan [3] asuransi *jointlife* adalah asuransi yang menanggung dua jiwa atau lebih dimana santunan dibayarkan jika salah seorang tertanggung meninggal dunia. Pada asuransi *joint life* seumur hidup, jangka waktu perlindungannya diberikan selama semua tertanggung masih hidup atau sampai sedikitnya satu tertanggung mencapai usia tertinggi. Tujuan dari penelitian ini adalah membentuk rumusan anuitas hidup berjangka dan asuransi jiwa seumur hidup pada kondisi *joint life* serta menentukan rumusan premi tahunan asuransi *joint life* seumur hidup.

**2. TINJAUAN PUSTAKA****Definisi 2.1[5]**

*Peluang suatu kejadian A adalah jumlah peluang semua titik sampel dalam A. Dengan demikian.*

$$0 \leq P(A) \leq 1, \quad P(\emptyset) = 0, \quad P(S) = 1$$

**Definisi 2.2[5]**

*Dua kejadian A dan B disebut kejadian saling bebas jika*

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

**Teorema 2.3[5]**

*Jika dalam suatu percobaan kejadian-kejadian  $A_1, A_2, \dots, A_m$  dapat terjadi, maka*

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_m) \\ = P(A_1)P(A_2/A_1)P(A_3/A_1 \cap A_2) \dots P(A_m/A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{m-1})$$

Jika kejadian-kejadian  $A_1, A_2, \dots, A_m$  bebas, maka

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_m) = P(A_1)P(A_2)P(A_3) \dots P(A_m)$$

**Definisi 2.4[4]**

Tabel mortalitas adalah tabel yang disusun berdasarkan data yang dikumpulkan dari sekelompok orang peserta asuransi dengan kondisi sama yang berisi riwayat kehidupan dari sekelompok orang tersebut.

**Definisi 2.5[1]**

Anuitas hidup berjangka adalah anuitas hidup dimana pembayarannya dilakukan pada suatu jangka waktu tertentu.

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = v^0 p_x + v p_x + \dots + v^{n-1} p_{x+n-1} \dots (1)$$

Jika besar pembayaran (premi) setiap tahun adalah  $P$ , maka dengan menggunakan simbol komutasi diperoleh

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = P \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \dots (2)$$

**Definisi 2.6 [2]**

Asuransi jiwa adalah pengalihan risiko atas kerugian keuangan oleh tertanggung kepada penanggung, dimana risiko yang dilimpahkan kepada penanggung bukanlah risiko hilangnya jiwa seseorang melainkan kerugian keuangan akibat hilangnya jiwa seseorang.

Misalkan  $A_x$  menyatakan nilai tunai atau premi tunggal bersih dari asuransi seumur hidup sebesar 1 satuan bagi seseorang yang berusia ( $x$ ) meninggal maka kepada pewarisnya akan dibayar sebesar 1 satuan juga.

$$A_x = v \frac{d_x}{l_x} + v^2 \frac{d_{x+1}}{l_x} + \dots + v^{w-x+1} \frac{d_w}{l_x} \dots (3)$$

Dengan menggunakan simbol komutasi diperoleh

$$A_x = \frac{M_x}{D_x} \dots (4)$$

**Definisi 2.7[4]**

Premi tahunan adalah premi yang dibayarkan pada setiap awal permulaan tahun yang besarnya bisa sama maupun berubah-ubah setiap tahunnya.

Berdasarkan penjabaran teori dalam perhitungan premi. Maka dapat dirumuskan persamaan dasar sebagai berikut.

$$\begin{aligned} &\text{Nilai tunai premi yang akan datang} \\ &= \text{Nilai tunai santunan (benefit) yang akan datang} \dots (5) \end{aligned}$$

**Definisi 2.8 [1]**

Joint life adalah suatu keadaan di mana peluang hidup matinya seseorang merupakan gabungan dari dua faktor atau lebih, misalnya suami dan isteri, orang tua dan anak.

**3. METODOLOGI**

Penelitian ini dilakukan dengan cara studi literatur. Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah mengumpulkan dan mempelajari bahan-bahan yang berkaitan dengan asuransi jiwa pada kondisi *single life* dan *joint life*, mempelajari fungsi peluang gabungan, menyusun tabel mortalitas gabungan dan tabel komutasi gabungan, membentuk rumusan anuitas hidup berjangka dan asuransi

jiwa seumur hidup pada kondisi *joint life*, mengontruksi rumusan premi tahunan asuransi *joint life* seumur hidup yang dibayarkan selama  $n$  tahun, menyelesaikan contoh soal asuransi *joint life* seumur hidup, serta membuat kesimpulan penelitian.

#### 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

##### 4.1 Rumusan Anuitas Hidup Berjangka dan Asuransi Jiwa Seumur Hidup Pada Kondisi *Joint Life*

Perhitungan anuitas hidup berjangka dan asuransi jiwa seumur hidup pada penelitian ini dibantu dengan tabel mortalitas gabungan dan tabel komutasi gabungan. Setelah itu akan dikonstruksi rumusan anuitas hidup berjangka dan asuransi jiwa seumur hidup pada kondisi *joint life* yang secara analog hampir mirip dengan kondisi *single life*.

##### 4.1.1 Tabel Mortalitas Pada Kondisi *Joint Life*

Tabel mortalitas gabungan untuk  $m$  orang berisi peluang gabungan dan simbol-simbol komutasi gabungan dengan notasi usia orang pertama ( $x_1$ ), jumlah orang yang berusia  $x_1$  tahun ( $l_{x_1}$ ), usia orang kedua ( $x_2$ ), jumlah orang yang berusia  $x_2$  tahun ( $l_{x_2}$ ), dan seterusnya hingga usia orang ke- $m$  ( $x_m$ ), jumlah orang yang berusia  $x_m$  tahun ( $l_{x_m}$ ). Untuk mengontruksi peluang gabungan maka akan dibentuk fungsi hidup gabungan, peluang hidup gabungan, fungsi yang menyatakan gabungan jumlah orang meninggal pada usia tertentu dan peluang meninggal gabungan.

Fungsi hidup gabungan dari  $m$  orang berusia  $x_1, x_2, \dots, x_m$  tahun yang hidup selama  $n$  tahun kemudian adalah

$$l_{x_1+n \ x_2+n \ \dots \ x_m+n} = l_{x_1+n} \cdot l_{x_2+n} \ \dots \ l_{x_m+n} \quad \dots (6)$$

Peluang hidup gabungan bagi beberapa orang yang berusia  $x_1, x_2, \dots, x_m$  tahun dalam jangka waktu  $n$  tahun kemudian yang berdasarkan teorema 2.3 adalah

$$\begin{aligned} {}_n p_{x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m} &= \frac{l_{x_1+n \ x_2+n \ \dots \ x_m+n}}{l_{x_1, x_2, \dots, x_m}} \quad n \\ &= 1, 2, 3, \dots \quad \dots (7) \end{aligned}$$

Fungsi yang menyatakan gabungan jumlah orang yang meninggal pada usia  $x_1 + n, x_2 + n, \dots, x_m + n$  tahun adalah

$$d_{x_1+n \ x_2+n \ \dots \ x_m+n} = l_{x_1+n \ x_2+n \ \dots \ x_m+n} - l_{x_1+n+1 \ x_2+n+1 \ \dots \ x_m+n+1} \quad \dots (8)$$

Peluang meninggal sedikitnya satu orang diantara  $m$  orang berusia  $x_1, x_2, \dots, x_m$  masih hidup selama  $n$  tahun kemudian dan akan meninggal satu tahun setelahnya adalah

$${}_{n|} q_{x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m} = \frac{d_{x_1+n \ x_2+n \ \dots \ x_m+n}}{l_{x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m}} \quad \dots (9)$$

Adapun langkah-langkah dalam membuat tabel mortalitas gabungan sebagai berikut :

- Menentukan banyak tertanggung dengan usia masing-masingnya, selisih usianya, dan jenis kelamin.
- Mengambil data jumlah orang yang hidup ( $l_x / l_y$ ) pada Tabel Mortalitas Indonesia tahun 1999.
- Menghitung nilai peluang hidup masing-masing orang selama 1 tahun ( ${}_1 p_{x_m}$ ) dan peluang hidup gabungan selama 1 tahun ( ${}_1 p_{x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m}$ ) berdasarkan persamaan (7).

- d. Menghitung nilai peluang meninggal sedikitnya 1 orang diantara  $m$  orang hingga 1 tahun kemudian ( ${}_1q_{x_1x_2\dots x_m}$ ) berdasarkan persamaan (9).
- e. Mengulangi langkah 3 dan langkah 4 dari tahun ke tahun sampai usia tertinggi yaitu 100 tahun.

Contoh tabel mortalitas gabungan untuk 2 orang laki-laki selisih 1 tahun

$x_1$	$x_2$	$l_{x_1}$	$l_{x_2}$	${}_1p_{x_1}$	${}_1p_{x_2}$	${}_1p_{x_1x_2}$	${}_1q_{x_1x_2}$
5	4	99374	99447	0.99932	0.99927	0.00142	0.99858
6	5	99306	99374	0.99934	0.99932	0.00135	0.99865
7	6	99240	99306	0.99939	0.99934	0.00128	0.99872
8	7	99179	99240	0.99942	0.99939	0.00120	0.99880
9	8	99121	99179	0.99944	0.99942	0.00115	0.99885
10	9	99065	99121	0.99943	0.99944	0.00113	0.99887
11	10	99009	99065	0.99941	0.99943	0.00115	0.99885
12	11	98951	99009	0.99934	0.99941	0.00124	0.99876
13	12	98886	98951	0.99924	0.99934	0.00141	0.99859
14	13	98811	98886	0.99912	0.99924	0.00164	0.99836
15	14	98724	98811	0.99899	0.99912	0.00189	0.99811

#### 4.1.2 Tabel Komutasi Pada Kondisi *Joint Life*

Simbol-simbol komutasi pada asuransi *joint life* didefinisikan secara analog dengan simbol-simbol komutasi pada asuransi jiwa *single life* yang menurut Jordan [3] didefinisikan sebagai berikut:

$$D_{x_1x_2 \dots x_m} = v^{\frac{1}{m}(x_1+x_2+\dots+x_m)} l_{x_1x_2 \dots x_m} \dots (10)$$

$$N_{x_1x_2 \dots x_m} = \sum_{k=0}^w D_{x_1+k \ x_2+k \dots x_m+k} = D_{x_1x_2 \dots x_m} + D_{x_1+1 \ x_2+1 \dots x_m+1} + \dots + D_{w_1w_2 \dots w_m} \dots (11)$$

$$S_{x_1x_2 \dots x_m} = \sum_{k=0}^w N_{x_1+k \ x_2+k \dots x_m+k} = N_{x_1x_2 \dots x_m} + N_{x_1+1 \ x_2+1 \dots x_m+1} + \dots + N_{w_1w_2 \dots w_m} \dots (12)$$

$$C_{x_1x_2 \dots x_m} = v^{\frac{1}{m}(x_1+x_2+\dots+x_m)+1} d_{x_1x_2 \dots x_m} \dots (13)$$

$$M_{x_1x_2 \dots x_m} = \sum_{k=0}^w C_{x_1+k \ x_2+k \dots x_m+k} = C_{x_1x_2 \dots x_m} + C_{x_1+1 \ x_2+1 \dots x_m+1} + \dots + C_{w_1w_2 \dots w_m} \dots (14)$$

$$R_{x_1x_2 \dots x_m} = \sum_{k=0}^w M_{x_1+k \ x_2+k \dots x_m+k} = M_{x_1x_2 \dots x_m} + M_{x_1+1 \ x_2+1 \dots x_m+1} + \dots + M_{w_1w_2 \dots w_m} \dots (15)$$

Adapun langkah-langkah dalam membuat tabel komutasi gabungan sebagai berikut :

1. Menentukan banyak tertanggung dengan usia masing-masingnya, selisih usianya, dan jenis kelamin.

2. Mengambil data jumlah orang yang hidup ( $l_x / l_y$ ) pada Tabel Mortalitas Indonesia tahun 1999.
3. Menghitung fungsi hidup gabungan ( $l_{x_1x_2...x_m}$ ) pada usia yang bersesuaian dengan langkah 1 berdasarkan persamaan (6) dan fungsi yang menyatakan gabungan jumlah orang meninggal diantara  $m$  orang ( $d_{x_1x_2...x_m}$ ) berdasarkan persamaan (8).
4. Menghitung  $D_{x_1x_2...x_m}$  berdasarkan persamaan (10).  
 Menghitung  $N_{x_1x_2...x_m}$  berdasarkan persamaan (11).  
 Menghitung  $C_{x_1x_2...x_m}$  berdasarkan persamaan (13).  
 Menghitung  $M_{x_1x_2...x_m}$  berdasarkan persamaan (14).
5. Mengulangi langkah 3, dan langkah 4 dari tahun ke tahun sampai usia tertinggi yaitu 100 tahun.

Contoh tabel komutasi gabungan untuk 2 orang laki-laki selisih 1 tahun bunga 2,5 %

$x_1$	$x_2$	$D_{x_1x_2}$	$N_{x_1x_2}$	$C_{x_1x_2}$	$M_{x_1x_2}$
5	4	8843151462	273428154190	12232370	2174172091
6	5	8615232470	264585002728	11333790	2161939721
7	6	8393771059	255969770258	10472768	2150605931
8	7	8178572168	247575999199	9567838	2140133163
9	8	7969526959	239397427031	8937042	2130565324
10	9	7766211211	231427900072	8561260	2121628282
11	10	7568230165	223661688861	8496794	2113067022
12	11	7375142392	216093458696	8938754	2104570229
13	12	7186322116	208718316304	9919520	2095631475
14	13	7001126447	201531994187	11189850	2085711955
15	14	6819177416	194530867740	12590542	2074522105

### 4.1.3 Rumusan Anuitas Hidup Berjangka Pada Kondisi *Joint Life*

Total nilai sekarang untuk pembayaran setiap awal tahun merupakan nilai sekarang dari anuitasnya dan berdasarkan persamaan (1) dirumuskan oleh

$$\ddot{a}_{x_1x_2...x_m:\overline{n}|} = v^0 \cdot {}_0p_{x_1x_2...x_m} + v^1 \cdot {}_1p_{x_1x_2...x_m} + \dots + v^{n-1} \cdot {}_{n-1}p_{x_1x_2...x_m} \quad \dots (16)$$

Dengan menggunakan simbol komutasi pada kondisi *joint life* yang ada pada persamaan (10) dan persamaan (11) diperoleh

$$\ddot{a}_{x_1x_2...x_m:\overline{n}|} = \frac{N_{x_1x_2...x_m} - N_{x_1+n x_2+n ... x_m+n}}{D_{x_1x_2...x_m}} \quad \dots (17)$$

Persamaan (17) adalah rumusan dari nilai sekarang anuitas hidup awal berjangka pada kondisi *joint life* yang preminya dibayarkan sebesar 1 satuan selama  $n$  tahun yang dimulai pada saat perjanjian asuransi..

Total nilai sekarang untuk pembayaran setiap akhir tahun merupakan nilai sekarang dari anuitasnya dan berdasarkan persamaan (1) dirumuskan oleh

$$a_{x_1x_2...x_m:\overline{n}|} = v^1 \cdot {}_1p_{x_1x_2...x_m} + v^2 \cdot {}_2p_{x_1x_2...x_m} + \dots + v^n \cdot {}_np_{x_1x_2...x_m} \quad \dots (18)$$

Dengan menggunakan simbol komutasi pada kondisi *joint life* yang ada pada persamaan (10) dan persamaan (11) diperoleh

$$a_{x_1 x_2 \dots x_m : \bar{n}} = \frac{N_{x_1+1 \ x_2+1 \dots x_m+1} - N_{x_1+n+1 \ x_2+n+1 \dots x_m+n+1}}{D_{x_1 x_2 \dots x_m}} \dots (19)$$

Persamaan (19) adalah rumusan dari nilai sekarang anuitas hidup akhir berjangka pada kondisi *joint life* yang preminya dibayarkan sebesar 1 satuan selama  $n$  tahun yang dimulai satu tahun setelah perjanjian asuransi.

#### 4.1.4 Rumusan Asuransi Jiwa Seumur Hidup Pada Kondisi *Joint Life*

Jika  $A_{x_1 x_2 \dots x_m}$  menyatakan nilai tunai asuransi atau premi tunggal bersih asuransi sebesar 1 satuan pada pemegang polis yang berusia  $x_1, x_2, \dots, x_m$  tahun selama seumur hidup dan berdasarkan persamaan (3) adalah

$$A_{x_1 x_2 \dots x_m} = \frac{v d_{x_1 x_2 \dots x_m}}{l_{x_1 x_2 \dots x_m}} + \frac{v^2 d_{x_1+1 \ x_2+1 \dots x_m+1}}{l_{x_1 x_2 \dots x_m}} + \dots + \frac{v^{\frac{1}{m}(w_1+w_2+\dots+w_m)-\frac{1}{m}(x_1+x_2+\dots+x_m)+1} d_{w_1 w_2 \dots w_m}}{l_{x_1 x_2 \dots x_m}} \dots (20)$$

Dengan menggunakan simbol komutasi pada kondisi *joint life* yang ada pada persamaan (10) dan persamaan (14) diperoleh

$$A_{x_1 x_2 \dots x_m} = \frac{M_{x_1 x_2 \dots x_m}}{D_{x_1 x_2 \dots x_m}} \dots (21)$$

#### 4.2 Rumusan Premi Tahunan Asuransi *Joint Life* Seumur Hidup

Perhitungan premi tahunan pada asuransi *joint life* dapat diturunkan dari persamaan dasar perhitungan premi sesuai pada persamaan (5) yaitu

<i>Nilai tunai premi yang akan datang</i>	=	<i>Nilai santunan (benefit) yang akan datang</i>
---	---	--

Sehingga dapat dibentuk premi tahunan dengan cara pembayaran anuitas berjangka yang dibayarkan setiap awal tahun dan perlindungan asuransi seumur hidup pada kondisi *joint life*

$$P_{x_1 x_2 \dots x_m : \bar{n}} \cdot \ddot{a}_{x_1 x_2 \dots x_m : \bar{n}} = S \cdot A_{x_1 x_2 \dots x_m} \dots (22)$$

Dengan menggunakan simbol komutasi pada kondisi *joint life* yang ada pada persamaan (17) dan persamaan (21) diperoleh

$$P_{x_1 x_2 \dots x_m : \bar{n}} = S \cdot \frac{M_{x_1 x_2 \dots x_m}}{N_{x_1 x_2 \dots x_m} - N_{x_1+n \ x_2+n \dots x_m+n}} \dots (23)$$

### 5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan dari penelitian ini maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

1. Rumusan anuitas hidup berjangka dan asuransi jiwa seumur hidup pada kondisi *joint life* untuk  $m$  orang tertanggung dengan jangka  $n$  tahun dapat dibentuk dari kondisi *single life* yang dinyatakan dalam bentuk simbol komutasi.
  - a. Nilai sekarang anuitas hidup awal berjangka

$$\ddot{a}_{x_1 x_2 \dots x_m : \bar{n}} = P_{x_1 x_2 \dots x_m : \bar{n}} \left( \frac{N_{x_1 x_2 \dots x_m} - N_{x_1+n \ x_2+n \dots x_m+n}}{D_{x_1 x_2 \dots x_m}} \right)$$

b. Nilai sekarang anuitas hidup akhir berjangka

$$a_{x_1 x_2 \dots x_m : \bar{n}} = P_{x_1 x_2 \dots x_m : \bar{n}} \left( \frac{N_{x_1+1 \ x_2+1 \dots x_m+1} - N_{x_1+n+1 \ x_2+n+1 \dots x_m+n+1}}{D_{x_1 x_2 \dots x_m}} \right)$$

c. Nilai sekarang asuransi jiwa seumur hidup

$$A_{x_1 x_2 \dots x_m} = S \left( \frac{M_{x_1 x_2 \dots x_m}}{D_{x_1 x_2 \dots x_m}} \right)$$

2. Premi tahunan asuransi *joint life* seumur hidup dengan pembayaran premi dilakukan selama  $n$  tahun dan perlindungan asuransi selama seumur hidup untuk  $m$

dapat

$\text{Nilai tunai premi yang akan datang}$	=	$\text{Nilai santunan (benefit) yang akan datang}$
---	---	--

orang tertanggung diturunkan dari persamaan dasar perhitungan premi

Premi tahunan tersebut sebagai berikut

$$P_{x_1 x_2 \dots x_m : \bar{n}} = S \left( \frac{M_{x_1 x_2 \dots x_m}}{N_{x_1 x_2 \dots x_m} - N_{x_1+n \ x_2+n \dots x_m+n}} \right)$$

## 6. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa*. RekaprintUtama, Tokyo.  
-----, 1994. *Matematika Asuransi Jiwa* . Jilid 1 dan Jilid 2. Rekaprint Utama, Tokyo.
- [2] Iskandar, K, dkk. 2011. *Dasar-Dasar Asuransi: Jiwa, Kesehatan dan Anuitas*. Edisi Perdana. AAMAI, Jakarta.
- [3] Jordan, C.W. 1991. *Society of Actuaries' Textbook on Life Contingencies*. The Society of Actuaries. Massachusetts.
- [4] Robert, E.L. & E, A. Gaumnitz. 1951. *Life Insurance Mathematics*. John Wiley and Sons Inc, New York.
- [5] Walpole, R.E, dkk. 2007. *Probability & Statistics for Engineers & Scientists Eighth Edition*. Pearson Education International, Texas.