Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 21-32

PERHITUNGAN UKURAN RISIKO UNTUK MODEL KERUGIAN AGREGAT

[1]Nadya Pratiwi, [2]Aprida Siska Lestia, [3]Nur Salam

[1]Program Studi Matematika Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat
[2,3]Program Studi Statistika Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat
Email: ndyprtwi36@gmail.com

ABSTRACT

In the case of nonlife insurance, insurance companies are very potential to get losses if claims submitted by customers (policyholders) exceeds the reserves of budgeted claims. It is the risk that have to managed properly by insurance companies . One possible disadvantage is the aggregate loss model. The aggregate loss model is a random variable that states the total of all losses incurred in an insurance policy block. This kind of loss can be modeled using a collective risk approach where the number of claims is a discrete random variable and the size of claim is a continuous random variable. The purpose of this study is to determine risk measure of standard deviation premium principle, value at risk (VaR), and conditional tail expectation (CTE) of the aggregate loss model. Standard deviation premium principle risk measure of aggregate loss model is determined analytically by substituted it expected value and varians. Meanwhile, VaR risk measure is determined using numerical method by Monte Carlo method, then the quantile value and it confidence interval for the actual value will estimate. In the CTE calculation, based on the loss data obtained in the Monte Carlo method, the CTE value is estimated by calculating the average loss that exceeds the VaR value. If the data size is large enough, the CTE value estimation will converge to the actual value.

Keywords: *Aggregate Loss Model, Standard Deviation Premium Principle, Value at Risk* (VaR), *Conditional Tail Expectation* (CTE).

ABSTRAK

Pada kasus asuransi kerugian, perusahaan asuransi sangat berisiko mengalami kerugian jika klaim yang diajukan oleh nasabah (pemegang polis) melebihi cadangan klaim yang dianggarkan, sehingga risiko tersebut perlu dikelola dengan baik. Salah satu kerugian yang mungkin terjadi yaitu model kerugian agregat. Model ini merupakan variabel acak yang menyatakan total semua kerugian yang terjadi dalam suatu blok polis asuransi. Model tersebut dapat dimodelkan menggunakan pendekatan risiko kolektif yang mana banyaknya klaim merupakan variabel acak diskrit dan besar klaim merupakan variabel acak kontinu. Tujuan penelitian ini yaitu menentukan ukuran risiko *standard deviation premium principle, value at risk,* dan *conditional tail expectation* dari model kerugian agregat. Ukuran risiko *standard deviation premium principle* dari model kerugian agregat dihitung secara analitik dengan mensubstitusikan ekspektasi dan variansinya. Sedangkan ukuran risiko *value at risk* (VaR) ditentukan menggunakan metode numerik yaitu metode Monte Carlo, kemudian diestimasi nilai kuantil beserta selang kepercayaan untuk nilai kuantil sebenarnya. Pada perhitungan *conditional tail expectation* (CTE), berdasarkan data kerugian yang didapat pada metode Monte Carlo, diestimasi

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 21-32

nilai CTE dengan menghitung rata-rata kerugian yang melebihi nilai VaR. Jika ukuran data cukup besar maka estimasi nilai CTE akan konvergen ke nilai sebenarnya.

Kata Kunci: Model Kerugian Agregat, *Standard Deviation Premium Principle, Value at Risk* (VaR), *Conditional Tail Expectation* (CTE).

1. PENDAHULUAN

Perusahaan asuransi sangat berpotensi mengalami kerugian jika klaim yang diajukan oleh pemegang polis lebih besar dari cadangan klaim yang dianggarkan oleh perusahaan asuransi. Potensi ini diartikan sebagai risiko yang harus dikelola oleh perusahaan asuransi agar tidak mengalami kerugian. Risiko dapat diasumsikan sebagai variabel acak dengan klaim yang memiliki distribusi sehingga dalam perhitungan risiko biasanya berhubungan dengan model peluang, salah satunya yaitu model kerugian agregat. Model kerugian agregat merupakan variabel acak yang menyatakan total dari semua kerugian yang terjadi dalam suatu blok polis asuransi. Model kerugian agregat dapat dimodelkan menggunakan pendekatan risiko kolektif yang mana banyaknya klaim merupakan variabel acak diskrit dan besar klaim merupakan variabel acak kontinu. Banyaknya klaim yang digunakan pada penelitian ini yaitu variabel acak berdistribusi Poisson dan Binomial Negatif, serta besar klaim dengan variabel acak berdistribusi Gamma, Pareto dan Exponential. Model kerugian agregat dapat diukur secara analitik menggunakan ukuran risiko *standard deviation premium principle*, kemudian secara numerik menggunakan metode Monte Carlo untuk menentukan ukuran risiko *Value at Risk*, dan *Conditional Tail Expectation.*

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Model Kerugian Agregat

Model kerugian agregat merupakan variabel acak yang merepresentasikan pemberian benefit atas sekumpulan kerugian dalam suatu blok polis asuransi. Model kerugian agregat dapat dimodelkan menggunakan pendekatan model risiko kolektif. Model risiko kolektif yang dinotasikan dengan S merupakan variabel acak yang menyatakan total dari sejumlah kerugian atas banyaknya klaim yang diajukan dan besar klaim berdistribusi *i.i.d (independent and identically distributed)* [9].

Definisi 1 [6]

Misalkan N merupakan variabel acak diskrit yang menyatakan banyaknya klaim dan X_i *dengan* $i = 1, 2, \dots, N$ *merupakan variabel acak kontinu yang menyatakan besar klaim. Model risiko kolektif yang dinotasikan dengan S didefinisikan sebagai berikut*

$$S = X_1 + X_2 + \cdots + X_N. \quad (1)$$

2.2 Metode Monte Carlo

Beberapa masalah yang timbul dalam memodelkan suatu kerugian tidak dapat diselesaikan secara analitik, tetapi dapat diselesaikan menggunakan metode numerik. Suatu metode yang melibatkan pengambilan sampel pengamatan secara acak sesuai dengan distribusi yang dibutuhkan disebut dengan metode Monte Carlo [9].

Metode ini merupakan metode termudah yang dapat digunakan untuk menghitung kerugian agregat karena memiliki algoritma yang sederhana [8]. Metode

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 21-32

Monte Carlo digunakan untuk mendapatkan $s_1, s_2, \dots, s_k$ yang merupakan sampel terurut dari model kerugian agregat S dengan k adalah banyaknya data yang akan dibangkitkan, sehingga algoritmanya dapat dituliskan sebagai berikut

1. Menentukan k sebagai ukuran data yang akan dibangkitkan.
2. Membangkitkan banyaknya kejadian $N = n_v$ dengan $v = 1, 2, \dots, k$ berdasarkan distribusi banyaknya klaim.
3. Membangkitkan *severity independent* $X_{1v}, X_{2v}, \dots, X_{n_v v}$ berdasarkan distribusi besar klaim.
4. Menghitung $s_v = \sum_{i=1}^{n_v} X_{iv}$ dari masing-masing banyaknya kejadian.

2.3 *Standard Deviation Premium Principle*

Ukuran risiko sederhana yang dapat digunakan untuk mengukur kerugian berdasarkan simpangan baku disebut juga ukuran risiko *standard deviation premium principle. Standard deviation premium principle* didefinisikan sebagai berikut

$$SD(X) = E(X) + g\sqrt{Var\ (X)} \tag{2}$$

dengan $g > 0$ dan g adalah *loading factor* yang proporsional dengan simpangan baku. Berdasarkan ukuran risiko ini, distribusi kerugian dengan simpangan baku yang besar memiliki risiko yang lebih tinggi [8].

2.4 *Value at Risk*

Ukuran risiko standard yang biasa digunakan untuk mengukur risiko adalah *value at risk* (VaR). VaR mengukur suatu risiko dengan tingkat kepercayaan (*confidence level*) yang tinggi sehingga secara teknik suatu perusahaan tidak memungkinkan mengalami kebangkrutan. VaR disebut juga dengan *quantile risk measure,* karena pengukuran VaR menggunakan kuantil dari distribusinya.

Definisi 2 [6]

Jika variabel acak kerugian yang dinotasikan dengan X, maka value at risk dari X pada $100\delta\%$ *level, dinotasikan dengan* VaR_δ *atau* π_δ *yang merupakan 100δ persentil (atau kuantil) dari distribusi X yang memenuhi*

$$VaR_\delta = P(X > \pi_\delta) = 1 - \delta$$

2.5 *Conditional Tail Expectation*

VaR hanya mengukur kuantil dari distribusi kerugian tanpa memperhatikan setiap kerugian yang melebihi tingkat VaR sehingga diperlukan metode untuk mengatasi kelemahan dari VaR tersebut yaitu menggunakan ukuran risiko *conditional tail expectation*. Ukuran risiko ini memperkirakan kerugian dari ekor distribusi atau kerugian yang terjadi melebihi dari estimasi kerugian VaR.

Definisi 3 [6]

Jika X dinotasikan sebagai variabel acak kerugian, conditional tail expectation dari X pada $100\delta\%$ *tingkat kepercayaan, dinotasikan* $CTE_\delta[X]$ *merupakan perkiraan kerugian yang melebihi persentil ke-100δ (atau kuantil) dari distribusi X.*

$$CTE_\delta[X] = E[X|X > VaR_\delta]$$

3. METODE PENELITIAN

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 21-32

1. Menjelaskan karakteristik model kerugian agregat meliputi PDF, CDF, ekspektasi, dan variansinya.
2. Mensubstitusikan formula ekspektasi dan variansi dari model kerugian agregat yang didapat pada langkah (1) untuk penentuan ukuran risiko *standard deviation premium principle* secara analitik dengan kombinasi variabel acak berupa banyaknya klaim berdistribusi $Poisson(\mu)$ dan $Binomial\, negatif\ (r,p)$ serta variabel acak berupa besar klaim berdistribusi $Gamma(\alpha,\beta)$, $Pareto(\tau,\omega)$, $Exponential(\lambda)$.
3. Memodifikasi algoritma metode *monte carlo* untuk penentuan ukuran risiko *Value at Risk* dan *Conditional Tail Expectation* dari model kerugian agregat dengan banyaknya klaim berdistribusi $Poisson(\mu)$ dan $binomial\, negatif\ (r,p)$ serta besar klaim berdistribusi $Gamma(\alpha,\beta)$, $Pareto(\tau,\omega)$, $Exponential(\lambda)$.
4. Mensimulasikan perhitungan ukuran risiko *Standard Deviation Premium Principle, Value at Risk,* dan *Conditional Tail Expectation* untuk model kerugian agregat dengan masing-masing parameter diketahui.
5. Menjelaskan interpretasi dari simulasi perhitungan pada langkah (4).
6. Menarik kesimpulan.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Karakteristik Model Kerugian Agregat

Kerugian agregat merupakan total seluruh kerugian yang terjadi dalam suatu blok polis asuransi. Kerugian ini terdiri atas banyaknya klaim, yang untuk selanjutnya akan dimodelkan sebagai sebuah variabel acak diskrit *N* dan besar klaim, yang dimodekan sebagai sebuah variabel acak kontinu, X. Antara besar kerugian yang satu dengan yang lainnya akan diasumsikan berdistribusi identik dan saling bebas (*independent and identically distributed, i.i.d*). Model kerugian agregat dapat dituliskan sebagai berikut

$$S = X_1 + X_2 + \cdots + X_N.$$

Fungsi distribusi kumulatifnya dinyatakan sebagai

$$F_S(s) = \sum_{n=0}^{\infty} f_N(n) F_X^{*i}(x) \tag{3}$$

dengan $f_N(n)$ adalah PDF dari variabel acak *N* dan F_X^{*i} merupakan fungsi konvolusi [9] untuk total besar klaim $X_1 + X_2 + \cdots + X_N$ yang dituliskan sebagai berikut

$$F_X^{*i}(x) = \int_0^x F_X^{*(i-1)}(s - x_{i-1}) f_{X_{i-1}}(x_{i-1})\, dx_{i-1}\ ,i = 2,3,\dots,n.$$

Kemudian ekspektasi dan variansinya sebagai berikut

$$E[S] = E\big[NE[X]\big]. \tag{4}$$

$$Var[S] = E[N][Var(X)] + [E(X)]^2 Var[N]. \tag{5}$$

4.2 *Standard Deviation Premium Principle* untuk Model Kerugian Agregat

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 21-32

Ukuran risiko ini menggunakan ekspektasi dan variansi dari model kerugian agregat dengan mensubstitusikan Persamaan (4) dan Persamaan (5) ke Persamaan (2) sehingga perhitungannya dapat diselesaikan secara analitik bergantung pada masing-masing parameter distribusinya sebagai berikut

$$SD(S) = E[N]E[X] + g\sqrt{E[N][Var(X)] + [E(X)]^2 Var[N]}. \tag{6}$$

Tabel 1. Ukuran risiko *standard deviation premium principle* untuk beberapa kombinasi distribusi

Model	N	X	$SD(S)$
1.	$N\sim Pois(\mu)$	$X\sim Gam(\alpha,\beta)$	$\beta\left(\mu\alpha + g\sqrt{\mu\alpha(1+\alpha)}\right)$
2.		$X\sim Par(\tau,\omega)$	$\frac{\omega}{\tau-1}\left(\mu + g\sqrt{2\mu\left(\frac{\tau-1}{\tau-2}\right)}\right)$
3.		$X\sim Exp(\lambda)$	$\lambda\left(\mu + g\sqrt{2\mu}\right)$
4.	$N\sim BN(r,p)$	$X\sim Gam(\alpha,\beta)$	$\frac{\beta}{p}\left(r\alpha + g\sqrt{r\alpha(p(1-\alpha)+\alpha)}\right)$
5.		$X\sim Par(\tau,\omega)$	$\frac{\omega}{p(\tau-1)}\left(r + g\sqrt{\frac{r(p(\tau-1)+1)}{(\tau-2)}}\right)$
6.		$X\sim Exp(\lambda)$	$\frac{\lambda}{p}\left(r + g\sqrt{r}\right)$

4.3 *Value at Risk* (VaR) untuk Model Kerugian Agregat

Berdasarkan Persamaan (3), CDF dari model kerugian agregat tidak *closed-form* atau berupa fungsi konvolusi, sehingga penentuan CDFnya dihitung secara rekursif. Pada kasus asuransi kerugian, jika klaim yang datang cukup banyak membuat perhitungan ukuran risiko khususnya VaR menjadi tidak efisien. Oleh karena itu, metode numerik menjadi solusi dalam permasalahan ini. Metode numerik yang digunakan dalam penelitian ini yaitu metode Monte Carlo untuk mendapatkan sampel acak dari model kerugian agregat.

Pada pembangbangkitan sampel acak dari kerugian agregat, dibangkitkan banyaknya klaim berdistribusi $Poisson(\mu)$ dan $Binomial\ negatif\ (r,p)$ sebanyak k. Kemudian dibangkitkan kembali besar klaim berdistribusi $Gamma(\alpha,\beta)$, $Pareto(\tau,\omega)$, $Exponential(\lambda)$ berdasarkan banyaknya data yang didapat pada

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 21-32

pembangkitan variabel acak *N*. Setelah itu dijumlahkan masing-masing besar klaim dan diperoleh $s_1, s_2 \dots, s_k$. Data sampel kerugian agregat $s_1, s_2 \dots, s_k$ diurutkan dari terkecil ke terbesar.

Untuk menentukan nilai VaR, diestimasi nilai kuantil π_δ menggunakan *the smoothed empirical estimate.* Adanya *error* pada perhitungan numerik tidak menjamin bahwa estimasi nilai kuantil tersebut merupakan nilai yang sebenarnya sehingga perlu memperkirakan letak nilai kuantil sebenarnya pada suatu selang kepercayaan $[\tilde{s}_a \leq \pi_\delta \leq \tilde{s}_b]$ dengan $a = k\delta - c$ dan $b = k\delta + c$ dan

$$c = \Phi^{-1}\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)\sqrt{k\delta(1-\delta)}.$$

4.4 *Conditional Tail Expectation* (CTE) untuk Model Kerugian Agregat

Ukuran risiko CTE melanjutkan perhitungan dari VaR yang mana telah didapat data sampel kerugian menggunakan metode Monte Carlo dari masing-masing kombinasi distribusi dari model kerugian agregat dengan banyaknya klaim yaitu $Poisson\ (\mu)$ dan $binomial\ negatif\ (r, p)$ dan besar klaim berdistribusi $Gamma(\alpha, \beta)$, $Pareto\ (\tau, \omega)$, $Exponential\ (\lambda)$. Selanjutnya, dalam [5] nilai CTE diestimasi dengan

$$\begin{aligned}
\widehat{\Omega}_\delta &= E[S|S > \hat{\pi}_\delta] \\
&= \frac{E[S]}{P(S > \hat{\pi}_\delta)} \\
&= \frac{\frac{\sum_{j=k\delta+1}^{k} s_j}{k}}{(1-\delta)} \\
&= \frac{\frac{1}{k}\sum_{j=k\delta+1}^{k} s_j}{(1-\delta)} \\
&= \frac{1}{k(1-\delta)} \sum_{j=k\delta+1}^{k} \tilde{s}_j
\end{aligned} \tag{7}$$

dengan $\tilde{s}_j$ merupakan sampel terurut yang melebihi $k\delta$. Jika ukuran data besar atau menuju tak hingga maka estimasi nilai $\widehat{\Omega}_\delta$ akan konvergen ke nilai sebenarnya.

4.5 Simulasi Perhitungan Model Kerugian Agregat

Simulasi yang dilakukan yaitu menentukan *standard deviation premium principle*, menduga VaR dengan estimasi nilai kuantil dan selang kepercayaan untuk kuantil sebenarnya dengan menggunakan algoritma Monte Carlo yang telah dimodifikasi serta menduga CTE. Ukuran data untuk simulasi perhitungan adalah 100.000, kemudian distribusi serta parameter yang digunakan pada perhitungan untuk berbagai kombinasi distribusi dapat dilihat pada Tabel 4.2 dengan rata-rata besar

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 21-32

klaim yang dianggarkan oleh perusahaan asuransi sebesar 75.000.000 untuk setiap distribusi. Kemudian *loading factor* yang biasa digunakan oleh perusahaan asuransi 1 dan 2 serta tingkat kepercayaan 95% dan 99%.

Tabel 2. Kombinasi distribusi dengan parameter diketahui untuk simulasi perhitungan

Model	*N*	*X*	*g*	*δ*
1	$N \sim Pois$ $(\mu = 1{,}639315)$	$X \sim Gam \begin{pmatrix} \alpha = 0{,}25, \\ \beta = 3\,x\,10^8 \end{pmatrix}$	1 & 2	95% 99%
2		$X \sim Par \begin{pmatrix} \tau = 2{,}6667, \\ \omega = 1{,}25\,x\,10^8 \end{pmatrix}$	1 & 2	95% 99%
3		$X \sim Exp$ $(\lambda = 0{,}75\,x\,10^8)$	1 & 2	95% 99%
4	$N \sim BN$ $(r = 2{,}4708,$ $p = 0.2988)$	$X \sim Gam \begin{pmatrix} \alpha = 0{,}25, \\ \beta = 3\,x\,10^8 \end{pmatrix}$	1 & 2	95% 99%
5		$X \sim Par \begin{pmatrix} \tau = 2{,}6667, \\ \omega = 1{,}25\,x\,10^8 \end{pmatrix}$	1 & 2	95% 99%
6		$X \sim Exp$ $(\lambda = 0{,}75\,x\,10^8)$	1 & 2	95% 99%

4.5.1 Hasil Simulasi Perhitungan untuk *Standard Deviation Premium Principle*

Ukuran risiko *standard deviation premium principle* di hitung dengan mensubstitusikan masing-masing parameter dari distribusi yang ditentukan pada Tabel 4.2 menggunakan formula yang didapat pada Tabel 1, sehingga diperoleh nilai *standard deviation premium principle* dari masing-masing model kerugian agregat sebagai berikut.

Tabel 3. Hasil simulasi *standard deviation premium principle*

Model	*g*	$SD(S)$
1	1	337.670.000
	2	552.390.000
2	1	337.660.000
	2	552.380.000

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 21-32

3	1	258.750.000
	2	394.550.000
4	1	1.163.500.000
	2	1.706.800.000
5	1	1.211.500.000
	2	1.802.900.000
6	1	1.014.700.000
	2	1.409.300.000

4.5.2 Hasil Simulasi Perhitungan untuk *Value at Risk* (VaR)

Ukuran risiko VaR di hitung dengan membangkitkan angka acak terlebih dahulu dari kombinasi distribusi pada Tabel 2 menggunakan Metode Monte Carlo untuk mendapatkan nilai sampel dari model kerugian agregat. Kemudian berdasarkan algoritma penentuan VaR, diestimasi terlebih dahulu nilai kuantilnya menggunakan *smoothed empirical estimated.* Setelah didapat estimasi nilai kuantilnya, diestimasi pula selang kepercayaan untuk nilai kuantil sebenarnya, sehingga perhitungan VaR untuk masing-masing model kerugian agregat diperoleh sebagai berikut.

Tabel 4. Hasil simulasi perhitungan VaR

Model	δ	γ	$\hat{\pi}_\delta$	$s_a \le \pi_\delta \le s_b$
1	95%	95%	562.400.000	553.070.000≤ π_δ ≤568.060.000
	99%	99%	997.090.000	973.140.000≤ π_δ ≤1.022.800.000
2	95%	95%	870.880.000	863.410.000≤ π_δ ≤877.8600.000
	99%	99%	1.323.700.000	1.300.600.000≤ π_δ ≤1.348.900.000
3	95%	95%	393.950.000	391.200.000≤ π_δ ≤397.320.000
	99%	99%	585.790.000	576.100.000≤ π_δ ≤595.610.000
4	95%	95%	1.424.000.000	1.407.100.000≤ π_δ ≤1.433.400.000
	99%	99%	2.183.400.000	2.144.800.000≤ π_δ ≤2.223.200.000
5	95%	95%	2.957.100.000	2.935.300.000≤ π_δ ≤2.979.000.000
	99%	99%	4.291.400.000	4.221.100.000≤ π_δ ≤4.371.400.000
6	95%	95%	1.177.000.000	1.168.000.000≤ π_δ ≤ 1.186.000.000
	99%	99%	1.681.800.000	1.658.900.000≤ π_δ ≤1.707.300.000

4.5.3 Hasil Simulasi Perhitungan *Conditional Tail Expectation* (CTE)

Ukuran risiko CTE di hitung dengan melanjutkan perhitungan dari VaR, dengan masing-masing sampel kerugian agregat untuk kombinasi distribusi pada Tabel (4.1) yang telah didapat pada perhitungan sebelumnya, diestimasi nilai rata-rata dari banyaknya kerugian yang melebihi estimasi nilai kuantil menggunakan Persamaan (7), sehingga diperoleh estimasi nilai CTE sebagai berikut.

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 21-32

Tabel 5. Hasil simulasi *conditional tail expectation*

Model	$\boldsymbol{\delta}$	$\widehat{\boldsymbol{\Omega}}_{\boldsymbol{\delta}}$
1	95%	837.440.000
	99%	1.286.200.000
2	95%	1.189.400.000
	99%	1.812.000.000
3	95%	511.350.000
	99%	695.530.000
4	95%	1.888.200.000
	99%	2.642.300.000
5	95%	3.796.300.000
	99%	5.236.700.000
6	95%	1.482.100.000
	99%	1.970.700.000

4.6 Interpretasi Perhitungan Ukuran Risiko Model Kerugian Agregat

Berdasarkan Tabel 3, nilai dengan sebaran banyaknya klaim yang sama meskipun distribusi besar klaimnya berbeda memberikan nilai yang relatif sama jika nilai rata-rata dari distribusi besar klaimnya sama. Pada Tabel 4, dan Tabel 5, dapat dilihat bahwa model kerugian agregat dengan besar klaim berdistribusi Pareto dengan banyaknya klaim berdistribusi Poisson maupun Binomial Negatif memberikan ukuran risiko yang paling besar dibandingkan dengan distribusi Gamma dan Exponential. Perbandingan nilai CTE dan VaR untuk masing-masing model distribusi tidaklah berbeda karena CTE menghitung ekspektasi dari banyaknya kerugian yang melebihi VaR, akan tetapi nilai CTE lebih besar daripada nilai VaR. Penentuan *loading factor* dan selang kepercayaan juga berpengaruh pada perhitungan. *Loading factor* dan selang kepercayaan yang tinggi memberikan nilai yang lebih besar pada setiap ukuran risiko.

5. KESIMPULAN

Penentuan ukuran risiko *standard deviation premium principle, value at risk* (VaR), dan *conditional tail expectation* (CTE) untuk model kerugian agregat dalam penelitian ini dapat disimpulkan sebagai berikut.

1. Pada ukuran risiko *standard deviation premium principle* dapat ditentukan secara analitik sebagai berikut

$$SD(S) = E[N]E[X] + \sqrt{E[N][Var(X)] + [E(X)]^2 Var[N]}$$

   Berdasarkan formula tersebut, ukuran risiko *standard deviation premium principle* untuk beberapa kasus distribusi sebagai berikut

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 21-32

Model	N	X	$SD(S)$
1.	$N\sim Pois(\mu)$	$X\sim Gam(\alpha,\beta)$	$\beta\left(\mu\alpha+g\sqrt{\mu\alpha(1+\alpha)}\right)$
2.		$X\sim Par(\tau,\omega)$	$\frac{\omega}{\tau-1}\left(\mu+g\sqrt{2\mu\left(\frac{\tau-1}{\tau-2}\right)}\right)$
3.		$X\sim Exp(\lambda)$	$\lambda\left(\mu+g\sqrt{2\mu}\right)$
4.	$N\sim BN(r,p)$	$X\sim Gam(\alpha,\beta)$	$\frac{\beta}{p}\left(r\alpha+g\sqrt{r\alpha(p(1-\alpha)+\alpha)}\right)$
5.		$X\sim Par(\tau,\omega)$	$\frac{\omega}{p(\tau-1)}\left(r+g\sqrt{\frac{r(p(\tau-1)+1)}{(\tau-2)}}\right)$
6.		$X\sim Exp(\lambda)$	$\frac{\lambda}{p}\left(r+g\sqrt{r}\right)$

2. Algoritma penentuan VaR untuk kombinasi distribusi dari model kerugian agregat dengan banyaknya klaim yaitu $Poisson(\mu)$ dan $binomial\,negatif\ (r,p)$ dan besar klaim berdistribusi $Gamma(\alpha,\beta)$, $Pareto(\tau,\omega)$, $Exponential(\lambda)$ sebagai berikut.
   a. Menentukan k sebagai ukuran data yang akan dibangkitkan.
   b. Membangkitkan banyaknya klaim berdistribusi $Poisson(\mu)$ dan $Binomial\,negatif\ (r,p)$.
   c. Membangkitkan besar klaim berdistribusi $Gamma(\alpha,\beta)$, $Pareto(\tau,\omega)$, $Exponential(\lambda)$.
   d. Menghitung $S=\sum_{i=1}^{n_v}X_{iv}$ diperoleh $s_1,s_2\ldots,s_k$.
   e. Urutkan $s_1,s_2\ldots,s_k$ dari terkecil ke terbesar.
   f. Hitung estimasi nilai kuantil $\hat{\pi}_\delta=(1-h)s_j+hs_{j+1}$.
      Kemudian untuk menduga selang kepercayaannya, pertama hitung c
      $$c=\Phi^{-1}\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)\sqrt{k\delta(1-\delta)}.$$
   g. Bulatkan c ke bilangan bulat selanjutnya.
   h. Menentukan selang kepercayaan $[s_a\le\pi_\delta\le s_b]$ dengan $a=k\delta-c$ dan $b=k\delta+c$ berdasarkan data yang didapat pada langkah (5).
3. Ukuran risiko CTE melanjutkan perhitungan dari VaR yang mana telah didapat data sampel kerugian menggunakan metode Monte Carlo dari masing-masing kombinasi distribusi dari model kerugian agregat dengan banyaknya klaim yaitu $Poisson\ (\mu)$ dan $binomial\,negatif\ (r,p)$ dan besar klaim berdistribusi

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 21-32

$Gamma(\alpha, \beta)$, $Pareto\ (\tau, \omega)$, $Exponential\ (\lambda)$. Kemudian nilai CTE dapat diestimasi dengan $\widehat{\Omega}_\delta$ sebagai berikut

$$\widehat{\Omega}_\delta = \frac{1}{k(1-\delta)} \sum_{j=k\delta+1}^{k} \tilde{s}_j.$$

dengan $\tilde{s}_j$ merupakan sampel terurut yang melebihi $k\delta$. Jika ukuran data besar atau menuju tak hingga maka estimasi nilai $\widehat{\Omega}_\delta$ akan konvergen ke nilai sebenarnya.

4. Metode yang digunakan dalam penelitian ini hanya menggunakan metode sederhana yaitu Monte Carlo karena data yang digunakan berupa data simulasi, diharapkan dalam penelitian selanjutnya dapat menggunakan metode lain seperti metode *Fast Fourier Transform* atau metode *Panjer Recursion* dengan menggunakan CDF yang telah ditentukan pada penelitian ini. Harapannya data yang digunakan juga berupa data real untuk mengetahui bagaimana nilai ukuran risiko sebenarnya berdasarkan data klaim perusahaan asuransi.

6. REFERENSI

[1] Al-Qomar, M.A., Saepudin, D., & Rohmawati, A.A. 2018. *Pemodelan dan Simulasi Kebangkrutan Perusahaan Asuransi dengan Waktu Kedatangan Klaim Berdistribusi Pareto.* E-Proceeding of Engineering, Bandung.

[2] Bain, L.J. & Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics second edition*. Duxbury Press, California.

[3] Bowers, N.L., Gerber, H., Hickman, J., Jones, D., & Nesbitt, C. 1997. *Actuarial Mathematics second edition.* The Society of Actuaries, Illinois.

[4] Diba, F., Saepudin, D., & Rohmawati, A.A. 2017. *Pemodelan dan Simulasi Peluang Kebangkrutan Perusahaan Asuransi dengan Analisis Nilai Premi dan Ukuran Klaim Berdistribusi Eksponensial.* Indo Journal on Computing, Bandung. Vol 2 No. 2: 1-10.

[5] Hardy, M.R. 2006. *An Introduction to Risk Measure for Actuarial Application.* Society of Actuaries, United State America.

[6] Klugman, S.A., Panjer, H.H., & Willmout, G.E. 2004. *Loss Models From Data to Decision fourth edition.* Society of Actuaries, Canada.

[7] Sari, D.P. 2013. *Penanganan Overdispersi Dengan Model Regresi Binomial Negatif I Pada Studi Kasus Penggolongan Resiko Jumlah Klaim Asuransi Kendaraan di Malaysia.* Jurusan Teknik Elektronika, Fakultas Teknik Universitas Negeri Padang, Padang.

[8] Shevchenko, P.V. 2010. *Calculation of Aggregate Loss Distributions.* The Journal of Operational Risk, Australia. Vol. 5 No. 2: 3-40.

[9] Tse, Y.K. 2009. *Nonlife Actuarial Models Theory, Methods and Evaluation.* Cambridge University Press, New York.

[10] Vremiro, R., Kurniati, E., & Gunawan, G. 2016. *Penaksiran Peluang Kebangkrutan (Ruin) pada Kasus Besarnya Klaim Asuransi Berdistribusi*

Gamma. Jurnal Teori dan Terapan Matematika Universitas Islam Bandung. Vol. 15 No.1 : 45 - 51.

[11] Walpole, R.E. 1995. *Pengantar Statistika Edisi ke-3*. PT. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.