Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.13 No.2 (Desember 2019) Hal. 16-24

PENDEKATAN DIAGONAL UNTUK MASALAH PENUGASAN

Zahrotun Mu'alifah, Pardi Affandi, Akhmad Yusuf
Program Studi Matematika Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat
Jln. A. Yani KM. 36, Banjarbaru 70714, Kalimantan Selatan
Email: zahrotunmualifah@gmail.com

ABSTRAK

Masalah penugasan merupakan masalah yang berhubungan dengan penugasan optimal dari bermacam-macam sumber produktif yang mempunyai tingkat efisiensi berbeda untuk tugas yang berbeda. Masalah penugasan hanya mempunyai satu tujuan optimasi, yaitu memaksimalkan atau meminimalkan sumber daya yang digunakan untuk menyelesaiakn suatu tugas. Penelitian ini bertujuan untuk menyelesaikan masalah penugasan dengan tujuan memaksimalkan atau meminimalkan sumber daya dengan menggunakan langkah-langkah dalam pendekatan diagonal optimal. Langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini dengan tujuan memaksimalkan sumber daya yaitu mencari dua entri berbeda dari matriks biaya penugasan yang mempunyai nilai terbesar dari setiap baris dan kolom, sedangkan dengan tujuan meminimalkan sumber daya yaitu mencari dua entri berbeda dari matriks biaya penugasan yang mempunyai nilai terkecil dari setiap baris dan kolom. Hasil yang diperoleh untuk menyelesaikan masalah penugasan dengan menggunakan pendekatan diagonal optimal dengan tujuan memaksimalkan sumber daya, mencapai solusi optimal jika jumlah semua sel diagonal diperoleh kurang dari nol. Sedangkan hasil untuk menyelesaikan masalah penugasan dengan tujuan meminimalkan sumber daya, mencapai solusi optimal jika jumlah semua sel diagonal diperoleh lebih dari nol.

Kata kunci: Masalah Penugasan, Model Transportasi, Pendekatan Diagonal Optimal

ABSTRACT

The assignment problem is a problem related to the optimal assignment of different productive sources that have different levels of efficiency for different tasks. The assignment problem has only one optimization goal, is maximizing or minimizing the resource that use to complete a task. The purpose of this reaserch is to solve the assignment problem with the goal of maximizing or minimizing resource using the steps in the optimal diagonal approach. The steps used in this research with the goal of maximizing resources are looking for two different entries from the assignment cost matrix that has the greatest value of each row and column, whereash the goal of minimizing resource is looking for two different entries from the assignment cost matrix that has value the smallest of each row and column. The results obtained to resolve the assignment problem using an optimal diagonal approach with the goal of maximizing resource, reach the optimal solution if the sum of all diagonal cells is less than zero. While the results to solve the assignment problem with the goal of minimizing resources, reach the optimal solution if the sum of all diagonal cells more than zero.

Keywords: *Assignment Problem, Transportation Model, Diagonal Optimal Approach*

1. PENDAHULUAN

Masalah penugasan merupakan kasus khusus dari model transportasi yang dimiliki para pekerja sebagai sumber dan pekerja mewakili tugas. Masalah penugasan bermula dari penempatan para pekerja pada bidang yang tersedia untuk mencapai suatu tujuan optimasi [8]. Ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah penugasan, diantaramya metode transportasi dan metode hungarian [9]. Seorang ahli matematika berkembangsaan hungarian bernama

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.13 No.2 (Desember 2019) Hal. 16-24

D.Konig mengembangkan metode hungarian [7]. Masalah penugasan dapat diselesaikan dengan menggunakan modifikasi pada metode hungarian dengan menggunakan pendekatan diagonal optimal. Metode ini mereduksi matriks $n \times n$ menjadi matriks ukuran 2×2 sehingga akan didapatkan penugasan optimal dalam masalah penugasan [6]. Pendekatan diagonal optimal dapat digunakan untuk tujuan memaksimalkan maupun meminimalkan sumber daya [4]. Berdasarkan hal tersebut maka penelitian ini akan mengkaji penelitian Khalid, dkk (2014) tentang pendekatan diagonal untuk masalah penugasan.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Masalah Penugasan dan Formulasi Matematis untuk Masalah Penugasan

Masalah penugasan merupakan kasus khusus pemrograman linier yang mengalokasikan setiap sumber kepada setiap tugas atas dasar satu-satu (*one to one basic*). Jadi, setiap sumber (karyawan atau mesin) ditugasi secara khusus kepada suatu tugas (pekerjaan, lokasi atau kejadian). Akibatnya akan ada satu biaya c_{ij} yang berkaitan dengan petugas i $(i = 1,2,\dots,n)$ yang melakukan tugas j $(j = 1,2,\dots,n)$ [5].

Definisi 2.1 [2]

Jika A adalah suatu matriks biaya $n \times n$, maka penugasan adalah himpunan dari m posisi-posisi entri, dengan syarat tidak terdapat dua entri yang terletak di dalam baris atau kolom yang sama.

Matriks biaya (c_{ij}) diberikan seperti dibawah ini :

$$\begin{array}{ccc} & \textit{Activity} & \\ & \begin{array}{cccc} A_1 & A_2 & \dots & A_n \end{array} & \textit{Available} \\ \textit{Resources}\ \begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{array} & \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & & c_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{pmatrix} & \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{array} \\ \textit{Required} & \begin{array}{cccc} 1 & 1 & \dots & 1 \end{array} & \end{array}$$

Matriks biaya sama dengan masalah transportasi kecuali bahwa ketersediaan pada masing-masing sumber daya dan persyaratan di masing-masing tujuan secara keseluruhan adalah satu.

Misalkan x_{ij} menunjukkan penugasan dari i sumber daya ke j tugas, maka

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika } i \text{ sumber daya ditugaskan untuk } j \text{ tugas} \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Maka rumusan matematis dari masalah penugasan adalah

Optimumkan $Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$ ...(1)

Subjek untuk kendala

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad \text{dan} \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1;\ x_{ij} = 0 \ \ atau \ \ 1 \qquad \text{...(2)}$$

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.13 No.2 (Desember 2019) Hal. 16-24

Untuk semua $i = 1,2,\dots,n$ dan $j = 1,2,\dots n$ [4]

2.4 Metode Hungarian

2.4.1 Masalah Minimasi

Adapun langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah minimasi sebagai berikut:

1. Memilih elemen terkecil dari setiap baris, kemudian kurangkan pada seluruh elemen baris yang disebut dengan matriks *opportunity cost*
2. Untuk mendapatkan total *opportunity-cost* matrix, maka lakukan penguranagn. Memilih elemen terkecil dari setiap kolom pada *reduced cost matrix* yang tidak memiliki nilai nol, kemudian kurangkan pada seluruh elemen dalam kolom tersebut.
3. Menarik sejumlah minimum garis horizontal dan/ atau vertikal untuk meliput seluruh elemen bernilai nol.

Jika jumlah garis = jumlah baris atau kolom, maka penugasan optimal tercapai [10].

2.4.2 Masalah Maksimasi

Memilih elemen terbesar dari setiap baris kemudian kurangkan pada seluruh elemen baris tersebut sehingga menjadi matriks *opportunity-loss*.

Jika baris atau kolom = jumlah garis, maka telah tercapai matriks penugasan optimal [10].

3. METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini yaitu:

1. Menjelaskan model matematika untuk masalah penugasan.
2. Menyelesaikan masalah penugasan dengan tujuan memaksimalkan (maksimasi) atau meminimalkan (minimasi) sumber daya menggunakan pendekatan diagonal optimal.
   a) Untuk tujuan memaksimalkan (maksimasi), langkah pertama yang dilakukan yaitu mencari dua entri dari matriks biaya penugasan dengan nilai berbeda yang mempunyai nilai terbesar pada setiap baris dan kolom.
   b) Untuk tujuan meminimalkan (minimasi), langkah pertama yang dilakukan yaitu mencari dua entri dari matriks biaya penugasan dengan nilai berbeda yang mempunyai nilai terkecil pada setiap baris dan kolom.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Model Matematika

Berdasarkan definisi 2.1 maka penyelesaian masalah penugasan dari n sumber daya untuk n tugas dengan tujuan meminimalkan maupun memaksimalkan sumber daya sedemikian sehingga hanya tersedia satu sumber daya yang wajib dikerjakan oleh satu tugas.

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.13 No.2 (Desember 2019) Hal. 16-24

Tabel 1. Matriks penugasan

		Tugas				Kapasitas Sumber Daya
		1	2		n	
Sumber Daya	1	x_{11} c_{11}	x_{12} c_{12}	…	x_{1n} c_{1n}	1
	2	x_{21} c_{21}	x_{22} c_{22}	…	x_{2n} c_{2n}	1
	⋮	⋮	⋮	⋱	⋮	⋮
	N	x_{n1} c_{n1}	x_{n2} c_{n2}	…	x_{nn} c_{nn}	1
	Kapasitas Tugas	1	1	…	1	

Berdasarkan persamaan (1) dan (2) dapat dijabarkan ke dalam program linier sebagai berikut:
Fungsi Tujuan :

$$\text{Optimumkan } Z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \cdots + c_{1n}x_{1n} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + \cdots + c_{2n}x_{2n} + \cdots + c_{n1}x_{n1} + c_{n2}x_{n2} + \cdots + c_{nn}x_{nn} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$$

Fungsi Kendala:
Kendala sumber daya,

$$\begin{gathered} x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{1n} = 1 \\ x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{2n} = 1 \\ \vdots \\ x_{n1} + x_{n2} + \cdots + x_{nn} = 1 \end{gathered}$$

Kendala tugas,

$$\begin{gathered} x_{11} + x_{21} + \cdots + x_{n1} = 1 \\ x_{12} + x_{22} + \cdots + x_{n2} = 1 \\ \vdots \\ x_{1n} + x_{2n} + \cdots + x_{nn} = 1 \end{gathered}$$

4.2 Pendekatan Diagonal Optimal untuk Masalah Penugasan

Untuk menyelesaikan masalah penugasan dengan tujuan memaksimalkan atau meminimalkan sumber daya, dapat menggunakan pendekatan diagonal optimal dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.13 No.2 (Desember 2019) Hal. 16-24

4.2.1 Meminimalkan (minimasi)

Langkah 1. Dalam kasus minimasi, maka carilah dua entri dari matriks biaya penugasan dengan nilai berbeda yang mempunyai nilai terkecil pada setiap baris, kemudian tuliskan pada sisi tabel terhadap baris yang sesuai.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & & c_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{pmatrix}}_{\text{Matriks biaya penugasan}} \quad \left.\begin{matrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \\ \vdots & \\ p_{n1} & p_{nn} \end{matrix}\right\} \boxed{\text{Nilai terkecil dari dua entri yang terdapat dalam setiap baris}}$$

Langkah 2. Mencari dua entri dari matriks biaya penugasan dengan nilai berbeda yang mempunyai nilai terkecil pada setiap kolom dan tuliskan pada sisi bawah tabel terhadap kolom yang sesuai.

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & & c_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{matrix} q_{11} & q_{21} & \cdots & q_{n1} \\ q_{12} & q_{22} & \cdots & q_{nn} \end{matrix}}_{\text{Nilai terkecil dari dua entri yang terdapat dalam setiap kolom}}$$

Langkah 3. Memberikan tanda pada matriks biaya penugasan untuk setiap dua entri yang sebelumnya telah dipilih dari masing-masing baris dan kolom sebagai pembeda terhadap entri-entri lain yang tidak dipilih.

Langkah 4. Memilih dan menentukan nilai terkecil yang ditetapkan dari satu baris dan satu kolom yang sesuai, sehingga tidak terdapat dua entri yang terletak dalam baris atau kolom yang sama.

Langkah 5. Menuliskan nilai terkecil yang telah dipilih dan ditetapkan pada bagian atas kolom masalah penugasan yang asli/ awal. Dimana a_j merupakan nilai terkecil yang ditetapkan untuk kolom-j.

$$\begin{array}{c} \left.\begin{matrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_n \end{matrix}\right\} \boxed{\text{Nilai terkecil yang ditetapkan untuk kolom-}j} \\ \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & & c_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{pmatrix} \end{array}$$

Selanjutnya kurangi c_{ij} dari masing-masing nilai a_j pada kolom matriks penugasan yang sesuai.

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.13 No.2 (Desember 2019) Hal. 16-24

$$\begin{pmatrix} c_{11}-a_1 & c_{12}-a_2 & \cdots & c_{1n}-a_n \\ c_{21}-a_1 & c_{22}-a_2 & & c_{2n}-a_n \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ c_{n1}-a_1 & c_{n2}-a_2 & \cdots & c_{nn}-a_n \end{pmatrix}$$

Langkah 6. Mereduksi matriks $n \times n$ menjadi matriks persegi dengan ukuran 2×2 sedemikian sehingga salah satu sudut berisi *negative penalty* dan dua sudut tersisa dialokasikan ke nilai biaya yang ditetapkan pada baris dan kolom yang sesuai. Hitung jumlah diagonal sel ekstrem yang tidak ditentukan, yang disebut dengan d_{ij}. Kemudian identifikasi d_{ij} yang mempunyai nilai kurang dari nol, jika d_{ij} kurang dari nol maka ulangi dari langkah 1 sampai langkah 6, sehingga tidak terdapat d_{ij} yang bernilai kurang dari nol. Berdasarkan khalid, dkk [5] penugasan optimal jika semua d_{ij} mempunyai nilai lebih dari nol.
negative penalty merupakan entri dari matriks biaya yang telah direduksi hingga didapatkan diagonal yang mempunyai entri bernilai nol.

4.2.2 Memaksimalkan (maksimasi)
Langkah 1. Dalam kasus maksimasi, maka mencari dua entri dari matriks biaya penugasan dengan nilai berbeda yang mempunyai nilai terbesar pada setiap baris, kemudian tuliskan pada sisi samping kanan tabel terhadap baris yang sesuai.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & & c_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{pmatrix}}_{\boxed{\text{Matriks biaya penugasan}}} \quad \left.\begin{matrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \\ \vdots & \\ p_{n1} & p_{nn} \end{matrix}\right\} \boxed{\begin{matrix}\text{Nilai terbesar dari} \\ \text{dua entri yang} \\ \text{terdapat dalam} \\ \text{setiap baris}\end{matrix}}$$

Langkah 2. Mencari dua entri dari matriks biaya penugasan dengan nilai berbeda yang mempunyai nilai terbesar pada setiap kolom dan tuliskan pada bawah sisi tabel terhadap kolom yang sesuai.

$$\begin{matrix} \overbrace{\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & & c_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{pmatrix}}^{\boxed{\text{Matriks biaya penugasan}}} \\ \underbrace{\begin{matrix} q_{11} & q_{21} & \cdots & q_{n1} \\ q_{12} & q_{22} & \cdots & q_{nn} \end{matrix}}_{\boxed{\text{Nilai terbesar dari dua sel yang terdapat dalam setiap kolom}}} \end{matrix}$$

Langkah 3. Memberikan tanda pada matriks biaya penugasan untuk setiap dua entri yang sebelumnya telah dipilih dari masing-masing baris dan kolom sebagai pembeda terhadap entri-entri lain yang tidak dipilih.

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.13 No.2 (Desember 2019) Hal. 16-24

Langkah 4. Memilih dan menentukan nilai terbesar yang ditetapkan dari satu baris dan satu kolom yang sesuai, sehingga tidak terdapat dua entri yang terletak dalam baris atau kolom yang sama.
Langkah 5. Menuliskan nilai terbesar yang telah dipilih dan ditetapkan pada bagian atas kolom masalah penugasan yang asli/ awal. Dimana a_j merupakan nilai terbesar yang ditetapkan untuk kolom-j.

$$\begin{array}{cccc} a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ \left(\begin{array}{cccc} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & & c_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{array}\right) \end{array}$$

Nilai terbesar yang ditetapkan untuk kolom-j

Kemudian kurangi c_{ij} dari masing-masing nilai a_j pada kolom matriks penugasan yang sesuai.

$$\begin{pmatrix} c_{11}-a_1 & c_{12}-a_2 & \cdots & c_{1n}-a_n \\ c_{21}-a_1 & c_{22}-a_2 & & c_{2n}-a_n \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ c_{n1}-a_1 & c_{n2}-a_2 & \cdots & c_{nn}-a_n \end{pmatrix}$$

Langkah 6. Mereduksi matriks $n \times n$ menjadi matriks persegi dengan ukuran 2×2 sedemikian sehingga salah satu sudut berisi *positive penalty* dan dua sudut tersisa dialokasikan ke nilai biaya yang ditetapkan pada baris dan kolom yang sesuai. Hitung jumlah diagonal sel ekstrem yang tidak ditentukan, yang disebut dengan d_{ij}. Kemudian identifikasi d_{ij} yang mempunyai nilai lebih dari nol, jika d_{ij} lebih dari nol maka ulangi dari langkah 1 sampai langkah 6 sehingga tidak terdapat nilai d_{ij} lebih dari nol. Lanjutkan prosesnya hingga semua *positive penalty* terselesaikan. Berdasarkan khalid, dkk [5] penugasan optimal jika semua d_{ij} mempunyai nilai kurang dari nol.
positive penalty merupakan entri dari matriks biaya yang telah direduksi hingga didapatkan diagonal yang mempunyai entri bernilai nol.

4.3 Contoh Penyelesaian Masalah Penugasan dengan Menggunakan Pendekatan Diagonal Optimal

Masalah penugasan dengan 5 pekerjaan yang diberikan kepada 5 pekerja sehingga akan mendapatkan keuntungan yang maksimal.

	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5
W_1	10	12	10	8	15
W_2	14	10	9	15	3
W_3	9	8	7	8	12
W_4	13	15	8	16	11
W_5	10	13	14	11	17

Untuk menyelesaikan masalah penugasan dengan tujuan memaksimalkan sumber daya, maka dapat digunakan pendekatan diagonal optimal dengan langkah-langkah sebagai berikut:
Langkah 1 dan 2. Mencari nilai terbesar dalam setiap baris dan kolom.

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.13 No.2 (Desember 2019) Hal. 16-24

Langkah 3. Memberikan tanda pada matriks biaya penugasan.
Langkah 4. Memilih nilai terbesar dari satu baris dan satu kolom yang sesuai.
Dengan menerapkan pendekatan diagonal optimal untuk masalah penugasan, maka berdasarkan langkah 1- 4 dan menurut Definisi 2.1 didapatkan

10	**12**	10	8	15
14	10	9	15	3
9	8	7	8	**12**
13	15	8	**16**	11
10	13	**14**	11	17

$a_1 = 14, a_2 = 12, a_3 = 14, a_4 = 16 =, a_5 = 12$

Langkah 5. Mengurangi matriks biaya penugasan (c_{ij}) dengan (a_j), sehingga menghasilkan

14	12	14	16	12
10	**12**	10	8	15
14	10	9	15	3
9	8	7	8	**12**
13	15	8	**16**	11
10	13	**14**	11	17

$\Longrightarrow$

-4	**0**	-4	-8	2
0	-2	-5	-1	1
-5	-4	-7	8	**0**
-1	3	-6	**0**	-1
-4	1	**0**	-5	5

Langkah 6. Cek nilai d_{ij}

$d_{11} = \begin{array}{|c|c|}\hline -4 & 0 \\ \hline 0 & -2 \\ \hline\end{array} = -6$

$d_{25} = \begin{array}{|c|c|}\hline 0 & 1 \\ \hline -5 & 0 \\ \hline\end{array} = -4$

$d_{13} = \begin{array}{|c|c|}\hline 0 & -4 \\ \hline 1 & 0 \\ \hline\end{array} = -3$

$d_{33} = \begin{array}{|c|c|}\hline -7 & 0 \\ \hline 0 & 5 \\ \hline\end{array} = -2$

$d_{15} = \begin{array}{|c|c|}\hline 0 & 3 \\ \hline -4 & 0 \\ \hline\end{array} = -1$

$d_{34} = \begin{array}{|c|c|}\hline -6 & 0 \\ \hline 0 & -5 \\ \hline\end{array} = -11$

$d_{23} = \begin{array}{|c|c|}\hline 0 & -5 \\ \hline -4 & 0 \\ \hline\end{array} = -9$

$d_{43} = \begin{array}{|c|c|}\hline -8 & 0 \\ \hline 0 & -1 \\ \hline\end{array} = -9$

karena, untuk setiap d_{ij} kurang dari nol, maka solusi optimal telah tercapai. Keuntungan maksimal untuk masalah penugasan ini yaitu $12 + 14 + 12 + 16 + 14 = 68$

5. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini adalah dengan menggunakan pendekatan diagonal optimal dapat menjadi alternatif yang digunakan untuk menyelesaikan masalah penugasan, baik untuk mencapai suatu tujuan memaksimalkan (maksimasi) maupun meminimalkan (minimasi) sumber daya. Pada

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.13 No.2 (Desember 2019) Hal. 16-24

masalah penugasan dengan tujuan memaksimalkan sumber daya, maka proses reduksi matriks biaya c_{ij} sama dengan proses dalam masalah penugasan dengan tujuan meminimalkan sumber daya, tetapi entri baris dan kolom ditentukan oleh entri dari nilai terbesar. Penyelesain masalah penugasan dengan menggunakan pendekatan diagonal optimal untuk tujuan memaksimalkan sumber daya mencapai solusi optimal jika jumlah semua sel diagonal kurang dari nol. Sedangkan, penyelesaian masalah penugasan untuk tujuan meminimalkan sumber daya mencapai solusi optimal jika jumlah semua sel diagonal lebih dari nol.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Affandi, Pardi. 2011. Penerapan Program Linier pada Permainan Non-Kooperati*f. Jurnal Matematika Murni dan Terapan* vol.5 no.2: 1-12.
[2] Anton, H & Rorres, C. 2004. Elementary Linear Algebra Applications Version. Eighth Edition. John Wiley & Sons Inc., Drexel University.
[3] Basirzadeh. 2012. Ones Assignment Method for Solving Assignment Problems. Journal of Applied Mathematical Sciences. 2012:2345
[4] Ghadle K.P and Muley Y.M. 2013. Revised Ones Assignment Method for Solving Assignment Problem. Journal of Statistics and Mathematics. 147-150
[5] Hillier, S. F. Dan Lieberman. Introduction To Operations Research. Eighth Edition, New York: Mc Graw-Hill; 2004.
[6] Khalid, dkk. 2014. A New Diagonal Optimal Approach for Assignment Problem. Journal of Applied Mathematical Sciences. 7979-7986
[7] Kuhn Harold. W. 2010. The Hungarian Method for the Assignment Problems. Chapter 2. Princeton University, USA.
[8] Malihah, S. 2014. Optimasi Masalah Penugasan. JPM IAIN Antasari.
[9] Taha, A.H. 2007. Operations Research An Introduction. University of Arkansas, Fayatteville.
[10] Wayne L. Winston. 1994. Operations Research Applications and Algorithms. Third Edition. Indiana University, California.