Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
Vol.10 No.1 (2016) Hal. 46-53

OPERASI DAN ISOMORFISMA PADA GRAF *FUZZY M-STRONG*

Adelia Niken Puspitasari, Na'imah Hijriati
Program Studi MatematikaFakultas MIPA
Universitas Lambung Mangkurat
email: adelianiken@gmail.com

ABSTRAK

Graf *fuzzy M-strong* bagian dari graf *fuzzy* yang derajat keanggotaan sisinya sama dengan minimal dari derajat keanggotaan dua titik yang menghubungkannya. Tujuan dari penelitian ini adalah membuktikan sifat tertutup graf *fuzzy M-strong* pada operasi *join*, *cartesian product*, komposisi beserta komplemennya dan juga membuktikan sifat isomorfisma dari graf *fuzzy M-strong*. Hasil dari penelitian ini yaitu *join* dari dua buah graf *fuzzy* merupakan graf *fuzzy M-strong* jika dan hanya jika keduanya merupakan graf *fuzzy M-strong*. *Cartesian product* dan komposisi dari dua buah *graf fuzzy M-strong* akan menghasilkan suatu graf *fuzzy M-strong*. Jika komplemen dari komplemen graf *fuzzy* sama dengan graf *fuzzy* itu sendiri, maka graf *fuzzy* tersebut graf *fuzzy M-strong***.** Jika terdapat graf *fuzzy* G dan G' yang isomorfik maka G merupakan graf *fuzzy M-strong* jika dan hanya jika G' juga merupakan graf *fuzzy M-strong*. Jika graf *fuzzy* G isomorfik *co-weak* dengan graf *fuzzy M-strong* G' maka G juga merupakan graf *fuzzy M-strong* dan jika G isomorfik dengan G' maka G terhubung jika dan hanya jika G' juga terhubung.

Kata kunci: graf *fuzzy,* graf *fuzzy M-strong*, isomorfisma graf *fuzzy M-strong*

1. PENDAHULUAN

Graf merupakan salah satu bidang bahasan matematika yang digunakan untuk mempresentasikan objek-objek sebagai titik dan hubungan antara objek-objek tersebut sebagai garis yang terdiri atas dua himpunan yaitu himpunan tidak kosong $V(G)$ yang anggotanya disebut titik dan himpunan $E(G)$ yang anggotanya disebut sisi. Dalam perkembangan teori himpunan telah dikembangkan mengenai himpunan *fuzzy*. Himpunan *fuzzy* adalah himpunan yang keanggotaannya memiliki nilai kekaburan/kesamaran antara salah dan benar yang didefinisikan sebagai suatu himpunan dengan derajat keanggotaan dari anggotanya adalah bilangan riil yang terdapat dalam interval tertutup $[0,1]$.

Salah satu hasil dari perluasan teori graf dan himpunan *fuzzy* adalah graf *fuzzy*, yang diperoleh dengan memberikan derajat keanggotaan yang mencakup bilangan riil dalam interval tertutup $[0,1]$ pada setiap titik dan sisi dari suatu graf. Pada graf *fuzzy* nilai derajat keanggotaan sisinya kurang dari atau sama dengan minimum dari nilai derajat keanggotaan dua titik yang menghubungkannya. Salah satu konsep keterhubungan pada graf fuzzy adalah isomorfisma, dimana dua buah graf fuzzy G_1 dan G_2 dikatakan isomorfik apabila ada pemetaan bijektif dari himpunan titik dan sisi di G_1 ke G_2 sehingga derajat keanggotaan titik dan sisi pada graf fuzzy G_1 sama dengan derajat keanggotaan titik dan sisi dari hasil pemetaan bijektif di G_2. Salah satu *subclass* dari graf *fuzzy* adalah graf *fuzzy M-*

strong yang nilai derajat keanggotaan sisinya sama dengan minimum dari nilai derajat keanggotaan dua titik yang menghubungkannya.

Berdasarkan penulisan diatas maka dalam penelitian ini akan dibahas sifat tertutup dari graf *fuzzy M-strong* pada saat dioperasikan dan juga isomorfisma dari graf *fuzzy M-strong* tersebut.

2. TINJUAN PUSTAKA

Berikut diberikan beberapa definisi yang berhubungan dengan pembahasan operasi dan isomorfisma pada graf *fuzzy*.

Definisi 1 [4]

Diberikan $G = (V, E)$ adalah suatu graf dengan himpunan titik V dan himpunan sisi $E \subseteq V \times V$. Misalkan σ dan μ adalah berturut-turut merupakan subset fuzzy V dan E, maka (σ, μ) disebut graf fuzzy dari G jika $\mu(x, y) \leq \sigma(x) \wedge \sigma(y)$ untuk semua $(x, y) \in E$.

Definisi 2 [1]

Gabungan $G = G_1 \cup G_2$ dari dua graf fuzzy $G_1 = (V_1, E_1)$ dan $G_2 = (V_2, E_2)$ didefinisikan sebagai graf fuzzy $(\sigma_1 \cup \sigma_2, \mu_1 \cup \mu_2)$ dari $G = (V_1 \cup V_2, E_1 \cup E_2)$ dengan

(i) $$(\sigma_1 \cup \sigma_2)(u) = \begin{cases} \sigma_1(u) & jika\ u \in V_1 \backslash V_2 \\ \sigma_2(u) & jika\ u \in V_2 \backslash V_1 \\ \sigma_1(u) \vee \sigma_2(u) & jika\ u \in V_1 \cap V_2 \end{cases}$$

(ii) $$(\mu_1 \cup \mu_2)(u, v) = \begin{cases} \mu_1(u, v) & jika\ (u, v) \in E_1 \backslash E_2 \\ \mu_2(u, v) & jika\ (u, v) \in E_2 \backslash E_1 \\ \mu_1(u, v) \vee \mu_2(u, v) & jika\ (u, v) \in E_1 \cap E_2 \end{cases}$$

Definisi 3 [1]

Join dari dua graf fuzzy $G_1 = (V_1, E_1)$ dan $G_2 = (V_2, E_2)$ didefinisikan sebagai suatu graf fuzzy $(\sigma_1 + \sigma_2, \mu_1 + \mu_2)$ pada $G = (V, E)$, dimana $V = V_1 \cup V_2$ dan $E = E_1 \cup E_2 \cup E'$. Dan diasumsikan bahwa $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ dan E' adalah himpunan dari semua garis yang menggabungkan titik-titik dari V_1 dengan titik-titik dari V_2. Himpunan-himpunan fuzzy $\sigma_1 + \sigma_2$ dan $\mu_1 + \mu_2$ didefinisikan sebagai berikut

(i) $(\sigma_1 + \sigma_2)(u) = (\sigma_1 \cup \sigma_2)(u), \forall u \in V_1 \cup V_2$

(ii) $$(\mu_1 + \mu_2)(u, v) = \begin{cases} \sigma_1(u) \wedge \sigma_2(v) & jika\ (u, v) \in E' \\ (\mu_1 \cup \mu_2)(u, v) & jika\ (u, v) \in E_1 \cup E_2 \end{cases}$$

Definisi 4 [1]

Cartesian product dari dua graf fuzzy $G_1 = (V_1, E_1)$ dan $G_2 = (V_2, E_2)$ didefinisikan sebagai suatu graf fuzzy $(\sigma_1 \times \sigma_2, \mu_1 \times \mu_2)$ pada $G = (V, E)$, dimana $V = V_1 \times V_2$ dan $E = \{((uu_2), (uv_2)) | u \in V_1, (u_2, v_2) \in E_2\} \cup \{((u_1 w), (v_1 w)) | (u_1, v_1) \in E_1, w \in V_2\}$, dengan himpunan - himpunan fuzzy $\sigma_1 \times \sigma_2$ dan $\mu_1 \times \mu_2$ didefinisikan sebagai

(i) $(\sigma_1 \times \sigma_2)(u_1 u_2) = \sigma_1(u_1) \wedge \sigma_2(u_2)$

(ii) $(\mu_1 \times \mu_2)((uu_2), (uv_2)) = \sigma_1(u) \wedge \mu_2(u_2, v_2), \forall u \in V_1, (u_2, v_2) \in E_2$

$$(\mu_1 \times \mu_2)\big((u_1 w),(v_1 w)\big) = \mu_1(u_1,v_1) \wedge \sigma_2(w), \forall (u_1,v_1) \in E_1, w \in V_2$$

Definisi 5 [1]
Komposisi $G = G_1[G_2]$ *dari dua graf fuzzy* $G_1 = (V_1, E_1)$ *dan* $G_2 = (V_2, E_2)$ *didefinisikan sebagai sebuah graf fuzzy* $(\sigma_1[\sigma_2], \mu_1[\mu_2])$ *dalam* $G = (V, E^0)$ *dimana* $V = V_1 \times V_2$ *dan* $E^0 = E \cup E'$, *dengan*
$E = \{((uu_2),(uv_2)) | u \in V_1, (u_2,v_2) \in E_2\} \cup \{((u_1 w),(v_1 w)) | (u_1,v_1) \in E_1,\ w \in V_2\}$,
dan $E' = \{((u_1 w_1),(v_1 w_2)) | (u_1,v_1) \in E_1, w_1 \neq w_2\}$. *Himpunan-himpunan fuzzy* $\sigma_1[\sigma_2]$ *dan* $\mu_1[\mu_2]$ *didefinisikan sebagai* $\sigma_1[\sigma_2] = (\sigma_1 \times \sigma_2)$ *pada* $V_1 \times V_2$, $\mu_1[\mu_2] = \mu_1 \times \mu_2$ *pada* E *dan* $\mu_1[\mu_2]\big((u_1 w_1),(v_1 w_2)\big) = \mu_1(u_1,v_1) \wedge \sigma_2(w_1) \wedge \sigma_2(w_2)$ *pada* E'.

Definisi 6 [5]
Komplemen dari sebuah graf fuzzy (σ,μ) *didefinisikan sebagai sebuah graf fuzzy* (σ^C, μ^C) *, dimana* σ^C *dan* μ^C *didefinisikan oleh*

(i) $\sigma^C(v) = \sigma(v)$ *untuk semua* $v \in V$
(ii) $\mu^C(u,v) = \sigma(u) \wedge \sigma(v) - \mu(u,v)$ *untuk semua* $u, v \in V$

Definisi 7 [3]
Diberikan $G\colon(\sigma,\mu)$ *dan* $G'\colon(\sigma',\mu')$ *merupakan graf fuzzy dengan himpunan titik berturut-turut* V *dan* V'. *Graf fuzzy* G *dan* G' *dikatakan homomorfisma saat pemetaan* $h\colon V \to V'$ *memenuhi*

(i) $\sigma(x) \leq \sigma'(h(x))$ *untuk setiap* $x \in V$
(ii) $\mu(x,y) \leq \mu'(h(x),h(y))$ *untuk setiap* $x, y \in V$

Definisi 8 [3]
Diberikan $G\colon(\sigma,\mu)$ *dan* $G'\colon(\sigma',\mu')$ *merupakan graf fuzzy dengan himpunan titik berturut-turut* V *dan* V'. *Graf fuzzy* G *dan* G' *dikatakan isomorfisma weak saat suatu pemetaan* $h\colon V \to V'$ *dengan h homomorfisma bijektif yang memenuhi*

$$\sigma(x) = \sigma'(h(x)) \text{ untuk setiap } x \in V$$

Definisi 9 [3]
Diberikan $G\colon(\sigma,\mu)$ *dan* $G'\colon(\sigma',\mu')$ *merupakan graf fuzzy dengan himpunan titik berturut-turut* V *dan* V'. *Graf fuzzy* G *dan* G' *dikatakan isomorfisma co-weak saat pemetaan* $h\colon V \to V'$ *dengan h homomorfisma bijektif yang memenuhi*

$$\mu(x,y) = \mu'(h(x),h(y)) \text{ untuk setiap } x, y \in V$$

Definisi 10 [3]
Diberikan $G\colon(\sigma,\mu)$ *dan* $G'\colon(\sigma',\mu')$ *merupakan graf fuzzy dengan himpunan titik berturut-turut* V *dan* V'. *Graf fuzzy* G *dan* G' *dikatakan isomorfisma saat pemetaan* $h\colon V \to V'$ *dengan h homomorfisma bijektif yang memenuhi*

(i) $\sigma(x) = \sigma'(h(x))$ *untuk setiap* $x \in V$
(ii) $\mu(x,y) = \mu'(h(x),h(y))$ *untuk setiap* $x, y \in V$

dan dinotasikan dengan $G \cong G'$.

Definisi 11 [2]

Diberikan (σ,μ) *suatu graf fuzzy dari* $G=(V,E)$. (σ,μ) *disebut graf fuzzy M-strong pada* G *jika* $\mu(u,v)=\sigma(u)\wedge\sigma(v)$ *untuk setiap* $(u,v)\in E$.

3. METODOLOGI

Metode yang digunakan bersifat studi literatur. Prosedur yang digunakan dalam penelitian ini adalah mengumpulkan dan mempelajari bahan-bahan yang berkaitan dengan graf, isomorfisma pada graf, himpunan *fuzzy*, graf *fuzzy* dan isomorfisma pada graf *fuzzy*, mempelajari operasi dan isomorfisma pada graf serta graf *fuzzy*, membuktikan sifat tertutup operasi pada graf *fuzzy M-strong* beserta isomorfismanya, dan menarik kesimpulan.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada subbab ini akan dibuktikan proposisi mengenai *join*, *Cartesian product*, komposisi, komplemen serta isomorfisma dari graf *fuzzy M-strong*.

3.1 *Join* Dari Dua Graf *Fuzzy M-strong*

Proposisi 1 [1]

G_1+G_2 *merupakan graf fuzzy M-strong jika dan hanya jika* G_1 *dan* G_2 *keduanya merupakan graf fuzzy M-strong.*

Bukti :

$(\Longrightarrow)$ Diketahui G_1+G_2 merupakan graf *fuzzy M-strong*, dan akan dibuktikan G_1 dan G_2 keduanya merupakan graf *fuzzy M-strong.*

Ambil sebarang $(u,v)\in E(G_1+G_2)$

(a) Jika $(u,v)\in E_1\backslash E_2$, diperoleh

$$\begin{aligned}\mu_1(u,v) &= (\mu_1+\mu_2)(u,v)\\ &= (\sigma_1+\sigma_2)(u)\wedge(\sigma_1+\sigma_2)(v),(u,v)\\ &= \sigma_1(u)\wedge\sigma_1(v)\end{aligned}$$

(b) jika $(u,v)\in E_2\backslash E_1$, diperoleh

$$\begin{aligned}\mu_2(u,v) &= (\mu_1+\mu_2)(u,v)\\ &= (\sigma_1+\sigma_2)(u)\wedge(\sigma_1+\sigma_2)(v),(u,v)\\ &= \sigma_2(u)\wedge\sigma_2(v)\end{aligned}$$

Berdasarkan (a) dan (b) terbukti jika G_1+G_2 graf *fuzzy M-strong* maka G_1 dan G_2 juga merupakan graf *fuzzy M-strong*.

$(\Longleftarrow)$ Jika G_1 dan G_2 merupakan graf *fuzzy M-strong*, maka G_1+G_2 juga merupakan graf *fuzzy M-strong*.

(a) Ambil sebarang $(u,v)\in E_1$, diperoleh

$$\begin{aligned}(\mu_1+\mu_2)(u,v) &= \mu_1(u,v)\\ &= \sigma_1(u)\wedge\sigma_1(v)\\ &= (\sigma_1+\sigma_2)(u)\wedge(\sigma_1+\sigma_2)(v).\end{aligned}$$

(b) Ambil sebarang $(u,v)\in E_2$, diperoleh

$$\begin{aligned}(\mu_1+\mu_2)(u,v) &= \mu_2(u,v)\\ &= \sigma_2(u)\wedge\sigma_2(v)\\ &= (\sigma_1+\sigma_2)(u)\wedge(\sigma_1+\sigma_2)(v).\end{aligned}$$

(c) Jika $(u, v) \in E_1 \cap E_2$, diperoleh

$$(\mu_1 + \mu_2)(u, v) = (\mu_1 \cup \mu_2)(u, v)$$
$$= \mu_1(u, v) \vee \mu_2(u, v)$$

tanpa menghilangkan keumuman maka dapat diasumsikan

(i) $\mu_1(u, v) > \mu_2(u, v)$ sehingga diperoleh

$$(\mu_1 + \mu_2)(u, v) = \mu_1(u, v) \vee \mu_2(u, v)$$
$$= \mu_1(u, v)$$
$$= \sigma_1(u) \wedge \sigma_1(v)$$
$$= (\sigma_1 + \sigma_2)(u) \wedge (\sigma_1 + \sigma_2)(v).$$

(ii) jika diasumsikan $\mu_2(u, v) > \mu_1(u, v)$ diperoleh

$$(\mu_1 + \mu_2)(u, v) = \mu_1(u, v) \vee \mu_2(u, v)$$
$$= \mu_2(u, v)$$
$$= \sigma_2(u) \wedge \sigma_2(v)$$
$$= (\sigma_1 + \sigma_2)(u) \wedge (\sigma_1 + \sigma_2)(v).$$

(d) jika $(u, v) \in E^{'}$, diperoleh

$$(\mu_1 + \mu_2)(u, v) = \sigma_1(u) \wedge \sigma_2(v)$$
$$= (\sigma_1 + \sigma_2)(u) \wedge (\sigma_1 + \sigma_2)(v).$$

Berdasarkan (a), (b), (c) dan (d) terbukti jika G_1 dan G_2 merupakan graf *fuzzy M-strong* maka $G_1 + G_2$ juga merupakan graf *fuzzy M-strong*.

Dengan pembuktian tersebut maka terbukti, $G_1 + G_2$ merupakan graf *fuzzy M-strong* jika dan hanya jika G_1 dan G_2 keduanya merupakan graf *fuzzy M-strong*.■

3.2 *Cartesian Product* Dua Graf *Fuzzy M-strong*

Proposisi 2 [1]

Jika G_1 dan G_2 merupakan graf fuzzy M-strong, maka $G_1 \times G_2$ juga merupakan graf fuzzy M-strong.

Bukti :

(a) jika $u \in V_1, (u_2, v_2) \in E_2$, diperoleh

$$(\mu_1 \times \mu_2)\big((uu_2), (uv_2)\big) = \sigma_1(u) \wedge \mu_2(u_2, v_2)$$
$$= \big(\sigma_1(u) \wedge \sigma_2(u_2)\big) \wedge (\sigma_1(u) \wedge \sigma_2(v_2))$$
$$= (\sigma_1 \times \sigma_2)(uu_2) \wedge (\sigma_1 \times \sigma_2)(uv_2)$$

(b) jika $(u_1, v_1) \in E_1, w \in V_2$, diperoleh

$$(\mu_1 \times \mu_2)\big((u_1w), (v_1w)\big) = \mu_1(u_1, v_1) \wedge \sigma_2(w)$$
$$= \big(\sigma_1(u_1) \wedge \sigma_2(w)\big) \wedge \big(\sigma_1(v_1) \wedge \sigma_2(w)\big)$$
$$= (\sigma_1 \times \sigma_2)(u_1w) \wedge (\sigma_1 \times \sigma_2)(v_1w)$$

Berdasarkan (a) dan (b) maka terbukti $G_1 \times G_2$ merupakan graf *fuzzy M-strong*.■

3.3 Komposisi Dua Graf *Fuzzy M-strong*

Proposisi 3 [1]

Jika G_1 dan G_2 merupakan graf fuzzy M-strong, maka $G_1[G_2]$ juga merupakan graf fuzzy M-strong.

Bukti :

(a) Untuk sisi yang berada pada himpunan E, maka $\mu_1[\mu_2] = \mu_1 \times \mu_2$.

• jika $u \in V_1, (u_2, v_2) \in E_2$, diperoleh

$$\mu_1[\mu_2]\big((uu_2),(uv_2)\big) = \sigma_1(u) \wedge \mu_2(u_2,v_2)$$
$$= \big(\sigma_1(u) \wedge \sigma_2(u_2)\big) \wedge (\sigma_1(u) \wedge \sigma_2(v_2))$$
$$= \sigma_1[\sigma_2](uu_2) \wedge \sigma_1[\sigma_2](uv_2)$$

• jika $(u_1,v_1) \in E_1, w \in V_2$, diperoleh

$$\mu_1[\mu_2]\big((u_1w),(v_1w)\big) = \mu_1(u_1,v_1) \wedge \sigma_2(w)$$
$$= \big(\sigma_1(u_1) \wedge \sigma_2(w)\big) \wedge \big(\sigma_1(v_1) \wedge \sigma_2(w)\big)$$
$$= \sigma_1[\sigma_2](u_1w) \wedge \sigma_1[\sigma_2](v_1w)$$

(b) jika sisi berada pada himpunan $E^{'}$, diperoleh

$$\mu_1[\mu_2]\big((u_1w_1),(v_1w_2)\big) = \mu_1(u_1,v_1) \wedge \sigma_2(w_1) \wedge \sigma_2(w_2)$$
$$= \big(\sigma_1(u_1) \wedge \sigma_2(w_1)\big) \wedge \big(\sigma_1(v_1) \wedge \sigma_2(w_2)\big)$$
$$= \sigma_1[\sigma_2](u_1w_1) \wedge \sigma_1[\sigma_2](v_1w_2)$$

Berdasarkan (a) dan (b) maka terbukti $\mu_1[\mu_2]$ merupakan graf *fuzzy M-strong*.■

3.4 Komplemen Graf *Fuzzy M-strong*

Proposisi 4 [1]

$G = G^{c^C}$ jika dan hanya jika G merupakan graf fuzzy M-strong.

Bukti :

(⟹) Karena diketahui $G = G^{c^C}$ maka diperoleh $\sigma = \sigma^{c^C}$ dan $\mu\,(u,v) = \mu^{c^C}(u,v)$, karena $\mu^{c^C}(u,v) = \sigma(u) \wedge \sigma(v)$ dan $\mu^{c^C}(u,v) = \mu\,(u,v)$ untuk setiap $(u,v) \in E$ maka $\mu\,(u,v) = \sigma(u) \wedge \sigma(v)$, untuk setiap $(u,v) \in E$. Sehingga terbukti G merupakan suatu graf *fuzzy M-strong*.

(⟸) Karena G^{c^C} didefinisikan sebagai graf *fuzzy* $\left(\sigma^{c^C},\mu^{c^C}\right)$ pada (V,E) dimana $\sigma^{c^C}(u) = \sigma(u)$ dan $\mu^{c^C}(u,v) = \sigma(u) \wedge \sigma(v) = \mu(u,v)$ untuk semua $u,v \in V$, maka terbukti bahwa $G = G^{c^C}$.

Dengan pembuktian tersebut maka terbukti $G = G^{c^C}$ jika dan hanya jika G merupakan graf *fuzzy M-strong*.■

3.5 Isomorfisma Graf *Fuzzy M-strong*

Proposisi 5 [3]

Jika G isomorfik dengan G' maka G merupakan graf fuzzy M-strong jika dan hanya jika G' juga merupakan graf fuzzy M-strong.

Bukti :

(⟹) Diketahui G merupakan graf *fuzzy M-strong*, dan akan dibuktikan $G^{'}$ juga merupakan graf *fuzzy M-strong*.

$$\mu^{'}(u^{'},v^{'}) = \mu^{'}\big(h(u),h(v)\big), \forall\,(u,v) \in E$$
$$= \sigma(u) \wedge \sigma(v), \forall\,(u,v) \in E$$
$$= \sigma'(u') \wedge \sigma'(v'), \forall\,(u',v') \in E'$$

Diperoleh $\mu'(u',v') = \sigma'(u') \wedge \sigma'(v')$ sehingga terbukti G' juga merupakan graf *fuzzy M-strong.*

(⟸) Diketahui G' merupakan graf *fuzzy M-strong* dan akan dibuktikan G juga merupakan graf *fuzzy M-strong.*

$$\mu(u,v) = \mu'\big(h(u),h(v)\big), \forall\,(u,v) \in E$$
$$= \sigma'(u') \wedge \sigma'(v'), \forall\,(u',v') \in E'$$

$$= \sigma(u) \wedge \sigma(v), \forall\ (u, v) \in E$$

Diperoleh $\mu(u, v) = \sigma(u) \wedge \sigma(v)$ sehingga terbukti G juga merupakan graf *fuzzy M-strong*.

Terbukti jika G isomorfik dengan G' maka G merupakan graf fuzzy M-strong jika dan hanya jika G' juga merupakan graf fuzzy M-strong.■

Proposisi 6 [3]

Jika G isomorfik co-weak dengan graf fuzzy M-strong G' maka G juga merupakan graf fuzzy M-strong.

Bukti :

$$\begin{aligned} \mu(u, v) &= \mu'\big(h(u), h(v)\big), \forall (u, v) \in E \\ &= \sigma'(u') \wedge \sigma'(v'), \forall\ (u', v') \in E' \\ &= \sigma(u) \wedge \sigma(v), \forall\ (u, v) \in E \end{aligned}$$

sehingga terbukti G juga merupakan graf *fuzzy M-strong*.■

Proposisi 7 [3]

Didefinisikan G dan G' merupakan graf fuzzy M-strong. Jika G isomorfik dengan G' maka G terhubung jika dan hanya jika G' juga terhubung.

Bukti :

$$\begin{aligned} G \text{ terhubung} &\Leftrightarrow \mu(u, v) > 0, \forall (u, v) \in E \\ &\Leftrightarrow \mu'\big(h(u), h(v)\big) > 0, \forall (u, v) \in E \\ &\Leftrightarrow G' \text{ terhubung} \end{aligned}$$

Terbukti jika G isomorfik dengan G' maka G terhubung jika dan hanya jika G' juga terhubung. ■

4. KESIMPULAN

1. $G_1 + G_2$ merupakan graf *fuzzy M-strong* jika dan hanya jika G_1 dan G_2 keduanya merupakan graf *fuzzy M-strong*.
2. Jika G_1 dan G_2 merupakan graf *fuzzy M-strong*, maka $G_1 \times G_2$ juga merupakan graf *fuzzy M-strong*.
3. Jika G_1 dan G_2 merupakan graf *fuzzy M-strong*, maka $G_1[G_2]$ juga merupakan graf *fuzzy M-strong*.
4. $G = G^{C^C}$ jika dan hanya jika G merupakan graf *fuzzy M-strong*.
5. Jika G isomorfik dengan G' maka G merupakan graf *fuzzy M-strong* jika dan hanya jika G' juga merupakan graf *fuzzy M-strong*.
6. Jika G isomorfik *co-weak* dengan graf *fuzzy M-strong* G' maka G juga merupakan graf *fuzzy M-strong*.
7. Jika G isomorfik dengan G' maka G terhubung jika dan hanya jika G' juga terhubung.

5. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis berterima kasih kepada kedua pembimbing yang telah membantu dalam menyelesaikan tulisan ini, Mohammad Mahfuzh Shiddiq dan Na'imah Hijriati.

6. DAFTAR PUSTAKA

[1] Bhutani. K. R. 2003. On M-strong fuzzy graphs. *Information Sciences*, ***155** : 103-109.*

[2] Mordeson, J. N. 1993. Fuzzy line graphs. *Pattern Recognition Letters,* ***14** : 381-384.*

[3] Nagoorgani, A & J. Malarvizhi. 2009. Isomorphism Properties On Strong Fuzzy Graphs. *International Journal of Algorithms, Computing and Mathematics.*

[4] Rosenfeld, A. 1975. Fuzzy graphs. Dalam L. A. Zadeh, K. S. Fu, M. Shimura. Fuzzy sets and their applications. *Academic Press, 77-95.*

[5] Sunita, M. S & A. V. Kumar. 2001. Complement of a fuzzy graph. *Indian J. Pure Applied Mathematical, 33 : 9.*