

ASURANSI JIWA BERJANGKA LAST SURVIVOR

Yogi Apriyanto, Yuni Yulida, Aprida Siska Lestia

Program Studi Matematika Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat

Jl. A. Yani Km. 36, Banjarbaru 70714, Kalsel

Email : yogie.apriyanto.122@gmail.com

ABSTRACT

In life insurance to get the sum assured as promised in the insurance policy, the insured must pay a premium to the insurer and the insurer will provide compensation to the heirs if the insured dies. Premium payments can be made simultaneously in a single payment at the beginning of the agreement (single premium) or on a regular basis (annual premium). Life insurance provides protection for one person (single life) or two people or more (multiple life). In multiple life insurance there are two terms based on the death status of the insured group that is joint life and last survivor. Insurance last survivor is life insurance where the sum insured payable to the heirs if both insured have passed away. If the insured participates in insurance for n years and all the insured dies within the period to receive the sum insured, then the type of insurance used is life insurance last term survivor. The purpose of this study is to form the annual premium formulation of life insurance futures last survivor for three insured. This study is a literature study. The result of this research is a formulation of annual premium of life insurance last term survivor for two insured persons and for the three persons the insured.

Keywords: Life Insurance Futures, Annual Premium, Last Survivor.

ABSTRAK

Dalam asuransi jiwa untuk mendapatkan uang pertanggungan seperti yang dijanjikan dalam polis asuransi, tertanggung haruslah membayar premi kepada penanggung dan penanggung akan memberikan santunan kepada ahli waris jika tertanggung meninggal dunia. Pembayaran premi dapat dilakukan secara sekaligus dalam satu kali pembayaran di awal perjanjian (premi tunggal) atau secara berkala (premi tahunan). Asuransi jiwa menyediakan perlindungan untuk satu orang (*single life*) maupun dua orang atau lebih (*multiple life*). Pada asuransi *multiple life* terdapat dua istilah berdasarkan status kematian dari kumpulan tertanggung yaitu *joint life* dan *last survivor*. Asuransi *last survivor* yaitu asuransi jiwa dimana uang pertanggungan dibayarkan pada ahli waris apabila orang terakhir dari sekelompok tertanggung telah meninggal dunia. Jika tertanggung mengikuti asuransi selama n tahun dan semua tertanggung meninggal dunia dalam jangka waktu tersebut untuk menerima uang pertanggungan, maka jenis asuransi yang digunakan adalah asuransi jiwa berjangka *last survivor*. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk membentuk rumusan premi tahunan pada asuransi jiwa berjangka *last survivor* untuk tiga tertanggung. Penelitian ini bersifat studi literatur. Hasil dari penelitian ini terbentuknya suatu rumusan premi tahunan asuransi jiwa berjangka *last survivor* untuk dua orang tertanggung dan untuk tiga orang tertanggung.

Kata kunci : Asuransi Jiwa Berjangka, Premi Tahunan, *Last Survivor*.

1. PENDAHULUAN

Asuransi menurut Iskandar [4] merupakan salah satu bentuk upaya pengalihan risiko dari tertanggung kepada pihak penanggung yang dalam hal ini adalah perusahaan asuransi melalui sebuah kontrak tertulis yang disebut polis asuransi. Asuransi jiwa terbagi atas tiga jenis yaitu asuransi berjangka, asuransi seumur hidup dan asuransi endowmen. Ada dua macam asuransi jiwa yang menyediakan perlindungan tertanggung yaitu (*single life*) dan (*multiple life*).

Sebuah keuntungan dari asuransi jiwa *multiple life* adalah penghematan dalam hal biaya baik biaya administrasi maupun biaya pemasaran.

Uang pertanggungan dalam Asuransi *joint life* akan diberikan pada ahli waris jika terjadi kematian pertama pada sekelompok tertanggung. Menurut Hidayati [3] yang ditulis dalam skripsinya mengatakan bahwa peluang hidup dan mati pada kondisi *joint life* untuk tiga orang pemegang polis serta rumusan anuitas berjangka dan asuransi jiwa berjangka dapat dibentuk sehingga didapatkan rumusan premi tunggal bersih asuransi berjangka pada kondisi *joint life* untuk tiga orang tertanggung yang berusia x , y , dan z tahun. Suatu status dikatakan *last survivor* jika terdapat orang terakhir yang masih hidup dalam sekelompok tertanggung dan status *last survivor* akan gagal jika orang terakhir dalam sekelompok tertanggung tersebut meninggal.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Tabel Mortalitas

Definisi 2.1 [6]

Tabel mortalitas adalah tabel yang disusun berdasarkan data yang dikumpulkan dari sekelompok orang peserta asuransi dengan kondisi sama yang berisi riwayat kehidupan dari sekelompok orang tersebut.

Peluang hidup bagi individu yang berusia x tahun untuk jangka waktu n tahun adalah :

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} \quad (1)$$

Peluang meninggal bagi individu yang berusia x tahun dalam jangka waktu n tahun adalah:

$$q_x = \frac{(l_x - l_{x+1})}{l_x} = \frac{d_x}{l_x}$$

$${}_n q_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} \quad (2)$$

Jumlah individu yang meninggal pada usia $x + n$ tahun adalah:

$$d_{x+n} = l_{x+n} - l_{x+n+1} \quad (3)$$

Jumlah individu yang meninggal sebelum usia $x + n$ tahun adalah:

$${}_n d_x = l_x - l_{x+n} \quad (4)$$

Jika persamaan (4) disubstitusi ke persamaan (2) diperoleh

$${}_n q_x = \frac{{}_n d_x}{l_x} \quad (5)$$

Peluang hidup bagi individu yang berusia x tahun dalam jangka waktu n tahun, kemudian meninggal dalam 1 tahun berikutnya adalah:

$${}_n | q_x = \frac{d_{x+n}}{l_x}$$

Dengan menggunakan persamaan (3) diperoleh

$${}_n|q_x = \frac{l_{x+n} - l_{x+n+1}}{l_x} = {}_n p_x - {}_{n+1} p_x \quad (6)$$

Menurut Sembiring [6], suatu hal yang penting dari tabel mortalitas ialah kolom q_x . Bilangan tersebut ditaksir dari data yang dikumpulkan oleh perusahaan asuransi jiwa.

$$q_x = \frac{(l_x - l_{x+1})}{l_x} = \frac{d_x}{l_x} \quad (7)$$

Karena jumlahan dari peluang hidup dan matinya seseorang adalah 1, maka dapat disimpulkan menjadi suatu persamaan:

$$\begin{aligned} p_x + q_x &= 1 \\ q_x &= 1 - p_x \end{aligned} \quad (8)$$

2.2 Anuitas Hidup Berjangka

Menurut Futami [2] Simbol-simbol untuk menyederhanakan perhitungan anuitas adalah:

$$\begin{aligned} D_x &= v^x l_x \\ N_x &= \sum_{t=0}^w D_{x+t} = D_x + D_{x+1} + \dots + D_{x+w} \\ S_x &= \sum_{t=0}^w N_{x+w} = N_x + N_{x+1} + \dots + N_{x+w} \\ C_x &= v^{x+1} d_x \\ M_x &= \sum_{t=0}^w C_{x+t} = C_x + C_{x+1} + \dots + C_{x+w} \\ R_x &= \sum_{t=0}^w M_{x+t} = M_x + M_{x+1} + \dots + M_{x+w} \end{aligned}$$

Menurut Futami [2] yang dimaksud dengan anuitas hidup berjangka adalah anuitas hidup dimana pembayarannya dilakukan pada suatu jangka waktu tertentu. Pembayaran pada anuitas hidup berjangka berlangsung selama n tahun. Maka nilai sekarang anuitas hidup awal berjangka adalah:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_n p_x \quad (9)$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \quad (10)$$

Dan nilai sekarang anuitas hidup akhir berjangka adalah:

$$a_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=1}^n v^t {}_t p_x \quad (11)$$

$$a_{x:\overline{n}|} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} \quad (12)$$

2.3 Asuransi Berjangka

Menurut Futami [2] suatu perlindungan asuransi hingga jangka waktu yang telah ditetapkan terdapat suatu kematian yang mengakibatkan keluarnya uang pertanggungan kepada ahli waris adalah asuransi berjangka.

2.3.1 Premi Tunggal Asuransi Berjangka

Premi tunggal adalah suatu pembayaran yang terjadi hanya satu kali disaat awal kontrak asuransi [5]. Premi tunggal asuransi berjangka disimbolkan dengan $A_{x:\overline{n}|}^1$. Dimana rumusan premi tunggal asuransi berjangka adalah sebagai berikut:

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} {}_t|q_x \quad (13)$$

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \quad (14)$$

2.3.2 Premi Tahunan Asuransi Berjangka

Misalnya $P_{x:\overline{n}|}$ adalah nilai sekarang dari pendapatan premi. Dilihat dari segi kontrak asuransi jiwa pembayaran premi ini hanya dilakukan jika tertanggung hidup, saat meninggal dan sesudahnya tidak ada lagi pembayaran anuitas hidup dan jika ditulis dalam suatu rumusan menjadi:

$$P_{x:\overline{n}|} = \frac{A_{x:\overline{n}|}^1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

$$P_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \quad (15)$$

2.4 Asuransi Jiwa Last Survivor

Menurut Futami [2] suatu perbedaan pada rumusan antara *joint life* dengan *last survivor* adalah digunakannya ${}_n p_{x,y,z\dots m}$, ${}_n q_{x,y,z\dots m}$, ${}_n |q_{x,y,z\dots m}$ untuk *joint life* diganti dengan ${}_n \overline{p}_{x,y,z\dots m}$, ${}_n \overline{q}_{x,y,z\dots m}$, ${}_n | \overline{q}_{x,y,z\dots m}$ untuk *last survivor*.

1. Nilai kemungkinan bagi individu yang berusia $x,y,z\dots$ sebanyak m orang dalam n tahun meninggal semua adalah:

$${}_n \overline{q}_{x,y,z\dots m} = {}_n q_x {}_n q_y {}_n q_z \dots {}_n q_m = (1 - {}_n p_x)(1 - {}_n p_y)(1 - {}_n p_z) \dots (1 - {}_n p_m)$$

2. Peluang hidup paling sedikit 1 orang bagi individu yang berusia $x,y,z\dots$ sebanyak m orang dalam n tahun adalah:

$${}_n \overline{p}_{x,y,z\dots m} = 1 - {}_n \overline{q}_{x,y,z\dots m} = 1 - (1 - {}_n p_x)(1 - {}_n p_y)(1 - {}_n p_z) \dots (1 - {}_n p_m)$$

3. Nilai kemungkinan dari $x,y,z\dots$ sebanyak m yang paling akhir hidup dalam jangka waktu $[n, n + 1]$ meninggal adalah:

$${}_n|q_{x,y,z\dots m} = {}_n p_{x,y,z\dots m} - {}_{n+1} p_{x,y,z\dots m}$$

3. METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini bersifat studi literatur, yaitu peneliti mengumpulkan bahan atau materi yang berkaitan dengan topik penelitian, kemudian memahami dan mempelajari konsep bahan atau materi tersebut dan mengaplikasikannya untuk melakukan penelitian.

Adapun prosedur-prosedur yang digunakan dalam penelitian ini adalah

1. Mempelajari tentang peluang hidup dan mati untuk setiap pemegang polis serta untuk gabungan dari beberapa pemegang polis,
2. menjelaskan proses terbentuknya rumus anuitas hidup berjangka dan asuransi jiwa berjangka pada status *last survivor* dengan jangka n tahun sehingga dapat memproses terbentuknya rumus premi tahunan asuransi jiwa berjangka *last survivor* dengan jangka n tahun
3. menerapkan kondisi asuransi *last survivor* pada contoh soal
4. menarik kesimpulan.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Simbol Komutasi untuk Asuransi Last Survivor

Untuk banyaknya 2 orang tertanggung yang masing-masing berusia x dan f tahun adalah

$$D_{xy} = v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy}$$

$$N_{xy} = D_{xy} + D_{x+1,y+1} + D_{x+2,y+2} + \dots + D_{x+w,y+w}$$

$$C_{xy} = v^{\frac{1}{2}(x+y)+1} d_{xy}$$

$$M_{xy} = C_{xy} + C_{x+1,y+1} + C_{x+2,y+2} + \dots + C_{x+w,y+w}$$

Futami [2] merumuskan simbol komutasi untuk 3 orang tertanggung yang berusia x, y dan z tahun yang didefinisikan secara analog dengan simbol komutasi pada 2 orang tertanggung adalah:

$$D_{xyz} = v^{\frac{1}{3}(x+y+z)} l_{xyz}$$

$$N_{xyz} = D_{xyz} + D_{x+1,y+1,z+1} + D_{x+2,y+2,z+2} + \dots + D_{x+w,y+w,z+w}$$

$$C_{xyz} = v^{\frac{1}{3}(x+y+z)+1} d_{xyz}$$

$$M_{xyz} = C_{xyz} + C_{x+1,y+1,z+1} + C_{x+2,y+2,z+2} + \dots + C_{x+w,y+w,z+w}$$

4.2 Rumusan Peluang Hidup dan Mati pada Status *Last Survivor*

Nilai peluang bersama untuk hidup dan mati bagi individu yang berusia x dan y tahun yang bersifat saling bebas adalah sebagai berikut:

1. Nilai peluang meninggal bagi 2 individu yang berusia x dan y tahun dalam jangka waktu n tahun dengan sifat peluang meninggalnya saling bebas adalah:

$${}_n q_{xy} = {}_n q_x \cdot {}_n q_y$$

$${}_n q_{xy} = 1 - {}_n p_x - {}_n p_y + {}_n p_{xy}$$

2. Nilai peluang dalam jangka waktu n tahun sedikitnya 1 individu diantara individu yang berusia x dan y tahun tetap hidup adalah:

$${}_n P_{\overline{xy}} = {}_n P_x {}_n q_y + {}_n q_x {}_n P_y + {}_n P_x {}_n P_y$$

$${}_n P_{\overline{xy}} = {}_n P_x {}_n q_y + {}_n q_x {}_n P_y + {}_n P_x {}_n P_y \quad (16)$$

3. Nilai peluang bagi individu yang berusia x dan y tahun yang paling akhir hidup akan meninggal dalam jangka waktu $[n, n+1]$ adalah:

$${}_n | q_{\overline{xy}} = {}_n | q_x {}_n q_y + {}_n q_x {}_n | q_y + {}_n | q_x {}_n | q_y$$

$${}_n | q_{\overline{xy}} = {}_n | q_x + {}_n | q_y - {}_n | q_{xy} \quad (17)$$

Begitupun juga dengan rumusan nilai peluang bersama untuk hidup dan mati bagi individu yang berusia x, y dan z tahun yang bersifat saling bebas adalah sebagai berikut:

1. Nilai peluang meninggal bagi semua individu yang berusia x, y dan z tahun dalam jangka waktu n tahun dengan sifat peluang meninggalnya saling bebas adalah:

$${}_n q_{\overline{xyz}} = {}_n q_x {}_n q_y {}_n q_z$$

$${}_n P_{\overline{xyz}} = 1 - {}_n P_x - {}_n P_y - {}_n P_z + {}_n P_{xy} + {}_n P_{yz} + {}_n P_{xz} - {}_n P_{xyz}$$

2. Nilai peluang dalam jangka n tahun sedikitnya 1 individu diantara individu yang berusia x, y dan z tahun tetap hidup adalah:

$${}_n P_{\overline{xyz}} = {}_n P_x {}_n q_y {}_n q_z + {}_n q_x {}_n P_y {}_n q_z + {}_n q_x {}_n q_y {}_n P_z + {}_n P_x {}_n P_y {}_n q_z +$$

$${}_n P_x {}_n q_y {}_n P_z + {}_n q_x {}_n P_y {}_n P_z + {}_n P_x {}_n P_y {}_n P_z$$

$${}_n P_{\overline{xyz}} = {}_n P_x + {}_n P_y + {}_n P_z - {}_n P_{xy} - {}_n P_{yz} - {}_n P_{xz} + {}_n P_{xyz} \quad (18)$$

3. Nilai peluang bagi individu yang berusia x, y dan z tahun yang paling akhir hidup akan meninggal dalam jangka waktu $[n, n+1]$ adalah:

$${}_n | q_{\overline{xyz}} = {}_n | q_x {}_n q_y {}_n q_z + {}_n q_x {}_n | q_y {}_n q_z + {}_n q_x {}_n q_y {}_n | q_z + {}_n | q_x {}_n | q_y {}_n q_z +$$

$${}_n | q_x {}_n q_y {}_n | q_z + {}_n q_x {}_n | q_y {}_n | q_z + {}_n | q_x {}_n | q_y {}_n | q_z$$

$${}_n | q_{\overline{xyz}} = {}_n | q_x + {}_n | q_y + {}_n | q_z - {}_n | q_{xy} - {}_n | q_{yz} - {}_n | q_{xz} + {}_n | q_{xyz} \quad (19)$$

4.3 Rumusan Anuitas Hidup Berjangka Pada Kondisi *Last Survivor*

Pada kasus 2 orang tertanggung anuitas hidup awal berjangka dengan jangka waktu n tahun bagi individu yang berusia x dan y tahun dinotasikan dengan $\ddot{a}_{\overline{xy:n}}$ dirumuskan sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{\overline{xy:n}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t P_{\overline{xy}}$$

$$\ddot{a}_{\overline{xy:n}} = \ddot{a}_{\overline{x:n}} + \ddot{a}_{\overline{y:n}} - \ddot{a}_{\overline{xy:n}}$$

$$\ddot{a}_{\overline{xy:n}} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+n}}{D_y} - \frac{N_{x,y} - N_{x+n,y+n}}{D_{x,y}} \quad (20)$$

Anuitas hidup akhir berjangka dengan jangka waktu n tahun untuk kasus 2 orang tertanggung dengan individu yang berusia x dan y tahun dinotasikan dengan $a_{\overline{xy:n}}$ dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 a_{\overline{xy:n}} &= \sum_{t=1}^n v^t {}_tP_{\overline{xy}} \\
 a_{\overline{xy:n}} &= a_{\overline{x:n}} + a_{\overline{y:n}} - a_{\overline{xy:n}} \\
 a_{\overline{xy:n}} &= \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} + \frac{N_{y+1} - N_{y+n+1}}{D_y} - \frac{N_{x+1,y+1} - N_{x+n+1,y+n+1}}{D_{x,y}}
 \end{aligned} \tag{21}$$

Pada kasus 3 orang tertanggung anuitas hidup awal berjangka dengan jangka waktu n tahun bagi individu yang berusia x, y , dan z tahun dinotasikan dengan $\ddot{a}_{\overline{xyz:n}}$ dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \ddot{a}_{\overline{xyz:n}} &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_tP_{\overline{xyz}} \\
 \ddot{a}_{\overline{xyz:n}} &= \ddot{a}_{\overline{x:n}} + \ddot{a}_{\overline{y:n}} + \ddot{a}_{\overline{z:n}} - \ddot{a}_{\overline{xy:n}} - \ddot{a}_{\overline{yz:n}} - \ddot{a}_{\overline{xz:n}} + \ddot{a}_{\overline{xyz:n}} \\
 \ddot{a}_{\overline{xyz:n}} &= \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+n}}{D_y} + \frac{N_z - N_{z+n}}{D_z} - \frac{N_{x,y} - N_{x+n,y+n}}{D_{x,y}} - \frac{N_{y,z} - N_{y+n,z+n}}{D_{y,z}} \\
 &\quad - \frac{N_{x,z} - N_{x+n,z+n}}{D_{x,z}} + \frac{N_{x,y,z} - N_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x,y,z}}
 \end{aligned} \tag{22}$$

Anuitas hidup akhir berjangka dengan jangka waktu n tahun untuk kasus 3 orang tertanggung dengan individu yang berusia x, y dan z tahun dinotasikan dengan $a_{\overline{xyz:n}}$ dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 a_{\overline{xyz:n}} &= \sum_{t=1}^n v^t {}_tP_{\overline{xyz}} \\
 a_{\overline{xyz:n}} &= a_{\overline{x:n}} + a_{\overline{y:n}} + a_{\overline{z:n}} - a_{\overline{xy:n}} - a_{\overline{yz:n}} - a_{\overline{xz:n}} + a_{\overline{xyz:n}} \\
 a_{\overline{xyz:n}} &= \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} + \frac{N_{y+1} - N_{y+n+1}}{D_y} + \frac{N_{z+1} - N_{z+n+1}}{D_z} - \frac{N_{x+1,y+1} - N_{x+n+1,y+n+1}}{D_{x,y}} \\
 &\quad - \frac{N_{y+1,z+1} - N_{y+n+1,z+n+1}}{D_{y,z}} - \frac{N_{x+1,z+1} - N_{x+n+1,z+n+1}}{D_{x,z}} + \\
 &\quad \frac{N_{x+1,y+1,z+1} - N_{x+n+1,y+n+1,z+n+1}}{D_{x,y,z}}
 \end{aligned} \tag{23}$$

4.4 Rumusan Asuransi Jiwa Berjangka Pada Kondisi *Last Survivor*

Rumusan asuransi jiwa berjangka dengan status *last survivor* memiliki kemiripan dengan status *joint life*. Hanya saja peluang hidup dan meninggal untuk tertanggung diganti dengan peluang hidup dan meninggal dalam status *last survivor* dimana peluang hidup *last survivor* adalah ${}_nq_{\overline{xy}}$, ${}_np_{\overline{xy}}$, ${}_n|q_{\overline{xy}}$, ${}_nq_{\overline{xyz}}$, ${}_np_{\overline{xyz}}$, dan ${}_n|q_{\overline{xyz}}$. Uang pertanggungan akan dibayarkan apabila terjadi kematian terakhir dari sekelompok tertanggung dan uang tersebut akan diberikan kepada ahli waris.

4.4.1 Rumusan Premi Tunggal Asuransi Jiwa Berjangka *Last Survivor*

$A_{xy:n}^1$ adalah nilai tunai asuransi atau premi tunggal bersih dari asuransi berjangka *last survivor* untuk usia x dan y tahun selama jangka waktu n tahun dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 A_{xy:n}^1 &= \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} {}_t|q_{xy} \\
 A_{xy:n}^1 &= A_{x:n}^1 + A_{y:n}^1 - A_{xy:n}^1 \\
 A_{xy:n}^1 &= \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \frac{M_y - M_{y+n}}{D_y} - \frac{M_{x,y} - M_{x+n,y+n}}{D_{x,y}} \quad (24)
 \end{aligned}$$

$A_{xyz:n}^1$ adalah nilai tunai asuransi atau premi tunggal bersih dari asuransi berjangka *last survivor* untuk usia x , y dan z tahun selama jangka waktu n tahun dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 A_{xyz:n}^1 &= \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} {}_t|q_{xyz} \\
 A_{xyz:n}^1 &= A_{x:n}^1 + A_{y:n}^1 + A_{z:n}^1 - A_{xy:n}^1 - A_{yz:n}^1 - A_{xz:n}^1 + A_{xyz:n}^1 \\
 A_{xyz:n}^1 &= \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \frac{M_y - M_{y+n}}{D_y} + \frac{M_z - M_{z+n}}{D_z} - \frac{M_{xy} - M_{x+n,y+n}}{D_{xy}} - \frac{M_{yz} - M_{y+n,z+n}}{D_{yz}} - \\
 &\quad \frac{M_{xz} - M_{x+n,z+n}}{D_{xz}} + \frac{M_{xyz} - M_{x+n,y+n,z+n}}{D_{xyz}} \quad (25)
 \end{aligned}$$

4.4.2 Rumusan Premi Tahunan Asuransi Jiwa Berjangka *Last Survivor*

Pada kasus 2 orang tertanggung dapat dimisalkan $p_{xy:n}^-$ adalah nilai sekarang dari pendapatan premi yang dirumuskan sebagai berikut:

$$p_{xy:n}^- = \frac{A_{xy:n}^1}{\ddot{a}_{xy:n}^-} \quad (26)$$

$$p_{xy:n}^- = \frac{\frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \frac{M_y - M_{y+n}}{D_y} - \frac{M_{x,y} - M_{x+n,y+n}}{D_{x,y}}}{\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+n}}{D_y} - \frac{N_{x,y} - N_{x+n,y+n}}{D_{x,y}}} \quad (27)$$

Pada kasus 3 orang tertanggung dapat dimisalkan $p_{efg:k}^-$ adalah nilai sekarang dari pendapatan premi yang dirumuskan sebagai berikut:

$$p_{xyz:n}^- = \frac{A_{xyz:n}^1}{\ddot{a}_{xyz:n}^-} \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
 p_{\overline{xyz:n}|} = & \\
 & \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \frac{M_y - M_{y+n}}{D_y} + \frac{M_z - M_{z+n}}{D_z} - \frac{M_{xy} - M_{x+n,y+n}}{D_{xy}} - \frac{M_{yz} - M_{y+n,z+n}}{D_{yz}} \\
 & \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+n}}{D_y} + \frac{N_z - N_{z+n}}{D_z} - \frac{N_{x,y} - N_{x+n,y+n}}{D_{x,y}} - \frac{N_{y,z} - N_{y+n,z+n}}{D_{y,z}} \\
 & - \frac{M_{xz} - M_{x+n,z+n}}{D_{xz}} + \frac{M_{xyz} - M_{x+n,y+n,z+n}}{D_{xyz}} \\
 & - \frac{N_{x,z} - N_{x+n,z+n}}{D_{x,z}} + \frac{N_{x,y,z} - N_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x,y,z}}
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

4.5 Contoh Soal Asuransi Jiwa Berjangka pada Status *Last Survivor*

Perhitungan premi tahunan untuk pemegang asuransi jiwa berjangka *last survivor* akan diterapkan dalam contoh kasus sebagai berikut:

Sebuah pasangan suami istri yang bernama Abdullah berumur 54 tahun dan istrinya Karina berumur 51 tahun ingin mengikuti program asuransi jiwa berjangka *last survivor*, dengan jangka waktu perlindungan selama 30 tahun kemudian. Jika santunan yang akan diterima oleh ahli waris yaitu kedua anaknya ketika Abdullah dan Karina meninggal adalah sebesar Rp 500.000.000. Akan ditentukan premi tahunan yang dibayarkan oleh Abdullah pada setiap awal tahunnya dengan bunga 2,5% dan untuk perhitungan data mortalitas yang digunakan pihak perusahaan asuransi menggunakan TMI 2011.

Penyelesaian permasalahan:

Misalkan umur Abdullah (suami) adalah $x = 54$ tahun

umur Karina (istri) adalah $y = 51$ tahun

lamanya waktu mengikuti asuransi adalah $n = 30$ tahun

harapan besarnya uang santunan yang akan didapat adalah $R = \text{Rp } 500.000.000,00$

Nilai anuitas hidup awal berjangka *last survivor* adalah:

$$\begin{aligned}
 \ddot{a}_{\overline{54,51:30}|} &= \frac{N_{54} - N_{54+30}}{D_{54}} + \frac{N_{51} - N_{51+30}}{D_{51}} - \frac{N_{54,51} - N_{54+30,51+30}}{D_{54,51}} \\
 &= \frac{N_{54} - N_{84}}{D_{54}} + \frac{N_{51} - N_{81}}{D_{51}} - \frac{N_{54,51} - N_{84,81}}{D_{54,51}} \\
 &= \\
 &= \frac{424624,3522 - 16797,2697}{24166,2482} + \frac{571365,7734 - 56459,1445}{27187,6414} - \\
 &= \frac{37640419158,0255 - 750156728,7709}{2402027619,9801} \\
 &= 16,8759 + 18,9390 - 15,3580 \\
 \ddot{a}_{\overline{54,51:30}|} &= 20,4569
 \end{aligned}$$

Nilai premi tunggal asuransi jiwa berjangka *last survivor* adalah:

$$\begin{aligned}
 A_{\overline{54,51:30}|}^1 &= \frac{M_{54} - M_{54+30}}{D_{54}} + \frac{M_{51} - M_{51+30}}{D_{51}} - \frac{M_{54,51} - M_{54+30,51+30}}{D_{54,51}} \\
 &= \frac{M_{54} - M_{84}}{D_{54}} + \frac{M_{51} - M_{81}}{D_{51}} - \frac{M_{54,51} - M_{84,81}}{D_{54,51}} \\
 &= \\
 &= \frac{13809,6602 - 2958,2694}{24166,2482} + \frac{13252,0302 - 5901,4329}{27187,6414} - \\
 &= \frac{1483977796,7158 - 169685726,6672}{2402027619,9801}
 \end{aligned}$$

$$= 0,4490 + 0,2704 - 0,5472$$

$$A_{54,51:\overline{30}}^1 = 0,1722$$

Besarnya uang pembayaran premi tunggal asuransi jiwa berjangka *last survivor* yang harus dibayarkan adalah:

$$A_{54,51:\overline{30}}^1 = 500.000.000 \times 0,1722$$

$$= 86.118.400,6320$$

$$A_{54,51:\overline{30}}^1 \approx 86.118.401$$

Sedangkan besarnya uang pembayaran premi tahunan asuransi jiwa berjangka *last survivor* adalah:

$$p_{54,51:\overline{30}} = R \frac{A_{54,51:\overline{30}}^1}{\ddot{a}_{54,51:\overline{30}}}$$

$$= 500.000.000 \times \frac{0,1722}{20,4569}$$

$$= 4.209.743,4122$$

$$p_{54,51:\overline{30}} \approx 4.209.743$$

Jadi, besarnya premi tunggal *last survivor* yang akan dibayarkan oleh pak Abdullah sebagai pemegang polis pada awal kontrak disetujui adalah Rp 86.118.401 sedangkan untuk besarnya premi tahunan *last survivor* yang akan dibayarkan disetiap awal tahun selama jangka waktu 30 tahun adalah Rp 4.209.743 kepada perusahaan asuransi.

5. KESIMPULAN

Kesimpulan yang diperoleh dari penelitian ini adalah:

- Premi tahunan asuransi jiwa berjangka *last survivor* dalam jangka waktu k tahun untuk kasus 2 tertanggung dengan individu yang berusia e dan f tahun yaitu:

$$p_{xy:\overline{n}} = \frac{A_{xy:\overline{n}}^1}{\ddot{a}_{xy:\overline{n}}}$$

$$p_{xy:\overline{n}} = \frac{\frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \frac{M_y - M_{y+n}}{D_y} - \frac{M_{x,y} - M_{x+n,y+n}}{D_{x,y}}}{\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+n}}{D_y} - \frac{N_{x,y} - N_{x+n,y+n}}{D_{x,y}}}$$

- Premi tahunan asuransi jiwa berjangka *last survivor* dalam jangka waktu k tahun untuk kasus 3 tertanggung dengan individu yang berusia e , f dan g tahun yaitu

$$p_{xyz:\overline{n}} = \frac{A_{xyz:\overline{n}}^1}{\ddot{a}_{xyz:\overline{n}}}$$

$$\begin{aligned}
 p_{xyz:n}^- = & \\
 & \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \frac{M_y - M_{y+n}}{D_y} + \frac{M_z - M_{z+n}}{D_z} - \frac{M_{xy} - M_{x+n,y+n}}{D_{xy}} - \frac{M_{yz} - M_{y+n,z+n}}{D_{yz}} \\
 & \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+n}}{D_y} + \frac{N_z - N_{z+n}}{D_z} - \frac{N_{x,y} - N_{x+n,y+n}}{D_{x,y}} - \frac{N_{y,z} - N_{y+n,z+n}}{D_{y,z}} \\
 & - \frac{M_{xz} - M_{x+n,z+n}}{D_{xz}} + \frac{M_{xyz} - M_{x+n,y+n,z+n}}{D_{xyz}} \\
 & - \frac{N_{x,z} - N_{x+n,z+n}}{D_{x,z}} + \frac{N_{x,y,z} - N_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x,y,z}}
 \end{aligned}$$

6. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bowers NL, Gerber HU, Hickman JC, Jones DA, & Nesbitt CJ. 1997. *Actuarial Mathematics*. 2nd ed. Schaumburg : The Society of Actuaries.
- [2] Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa*. Rekaprint Utama, Tokyo.
 ----- . 1994. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian II*. Rekaprint Utama, Tokyo.
- [3] Hidayati, D. 2011. *Joint Life Di dalam Asuransi Jiwa Berjangka*. Skripsi UNLAM, Banjarbaru.
- [4] Iskandar, K, dkk. 2011. *Dasar-Dasar Asuransi: Jiwa, Kesehatan dan Anuitas*. Edisi Perdana. AAMAI, Jakarta.
- [5] Larson, R.E. & Gaumnitz, E.A. 1962. *Life Insurance Mathematics*. John Wiley & Sons, New York.
- [6] Sembiring, R.K. 1986. *Asuransi III*. Universitas Terbuka, Jakarta.
- [7] Matvejevs, A. & A. Matvejevs. 2001. *Insurance Models for Joint Life and Last Survivor Benefit Vol 12*. Riga Tecnical University, Latvia.