Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
ISSN: 1978-4422
Vol.10 No.2 (2016) Hal. 38-47

ANALISIS BIAYA *FUZZY* DALAM SISTEM TRANSPORTASI *FUZZY*
FUZZY COST ANALYSIS IN FUZZY TRANSPORTATION SYSTEM

Gita Sari Adriani, Pardi Affandi, M. Ahsar Karim
Program Studi Matematika FMIPA Universitas Lambung Mangkurat
e-mail : gitamipamtk@gmail.com

ABSTRAK

Dalam kehidupan sehari-hari, baik disadari maupun tidak, orang selalu melakukan optimasi untuk memenuhi kebutuhan. Dari masalah optimasi tersebut, banyak metode maupun teknik yang digunakan. Salah satu metode yang telah berkembang dalam teori optimasi adalah model transportasi *fuzzy*. Model transportasi *fuzzy* merupakan salah satu model optimasi yang digunakan untuk mengatur distribusi dari sumber-sumber yang menyediakan produk ke tempat tujuan secara optimal. Dimana parameter-parameternya seperti nilai permintaan dan penawarannya berupa bilangan *fuzzy*, sedangkan untuk biaya yang digunakan biasanya bilangan tegas. Penelitian kali ini mengangkat tentang model transportasi *fuzzy* yang mana semua parameter-parameternya akan dibawa ke dalam bentuk bilangan *fuzzy*. Tujuan penelitian ini adalah untuk memperoleh solusi penyelesaian analisis biaya *fuzzy* dalam menggunakan sistem transportasi *fuzzy*. Adapun metode penelitian, yaitu membawa nilai permintaan, penawaran dan biaya *fuzzy* kedalam bentuk $\alpha - cut$ dan $\gamma - cut$, kemudian mencari solusi awal dan solusi optimal masalah transportasi *fuzzy* menggunakan metode biaya terkecil dan metode *stepping stone*. Dari hasil penelitian menunjukkan bahwa analisis biaya *fuzzy* dapat dijadikan salah satu alternatife tambahan untuk menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy*. Dengan menggunakan penyelesaian analisis biaya *fuzzy* hasil penyelesaian yang diperoleh lebih optimal dibandingkan dengan tanpa analisis biaya *fuzzy*.

Kata kunci: Model Transportasi, Sistem Transportasi *Fuzzy*, Analisis Biaya *Fuzzy*

1. PENDAHULUAN

Permasalahan transportasi merupakan permasalahan yang sering terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Masalah transportasi merupakan bentuk khusus dari program linear yang digunakan untuk memecahkan masalah yang berhubungan dengan transportasi untuk meminimalkan biaya, jarak tempuh dan sebagainya sehingga dapat memaksimalkan keuntungan yang diperoleh. Hal ini dikarenakan tujuan dari adanya masalah transportasi adalah untuk menentukan jumlah yang optimal dari barang yang akan diangkut dari berbagai sumber ke berbagai tujuan sehingga dapat meminimalkan total biaya transportasi. Adapun parameter-parameter masalah transportasi, yaitu biaya, nilai permintaan dan penawaran. Apabila nilai parameter-parameter ini tidak dapat diketahui dengan pasti, maka salah satu solusinya dapat dicari dengan menggunakan operasi himpunan *fuzzy* (Dimyati, 1992).

2. TINJUAN PUSTAKA

Model Transportasi *Fuzzy*

Menurut Kusumadewi (2010), masalah transportasi *fuzzy* adalah masalah transportasi yang terjadi apabila jumlah pasokan dan permintaan adalah bilangan *fuzzy*, sedangkan untuk biaya yang digunakan adalah bilangan tegas. Pada sistem

transportasi *fuzzy*, akan dicari suatu nilai Z yang merupakan fungsi tujuan yang akan dioptimasikan pada batasan tertentu dan dimodelkan dalam himpunan *fuzzy*. Formulasi untuk transportasi *fuzzy* dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut :
Minimumkan :

$$Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} C_{ij} X_{ij}$$

Kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \cong \tilde{A}_i \qquad \sum_{i=1}^{m} X_{ij} \cong \tilde{B}_j$$

Dengan $X_{ij} \geq 0$ dan integer.
dimana :
$\tilde{A}_i$ = menyatakan penawaran *fuzzy* dari sumber ke-*i*
$\tilde{B}_j$ = menyatakan permintaan *fuzzy* dari tujuan ke-*j*
C_{ij} = menyatakan biaya pengiriman per unit dari sumber *i* ketujuan *j*
X_{ij} = menyatakan jumlah satuan yang dikirim (alokasi angkutan) dari sumber *i* ketujuan *j*

Variabel keputusan berbentuk matriks berukuran $m \times n$, $i = 1, 2, \dots, m$ dan $j = 1, 2, \dots, n$, $\tilde{A}_i$ dan $\tilde{B}_j$ adalah bilangan *fuzzy* yang berbentuk $\tilde{A}_i = (a_i^1, a_i^2, a_i^3, a_i^4)$ dan $\tilde{B}_j = (b_j^1, b_j^2, b_j^3, b_j^4)$. Operasi penjumlahan dan perkalian merupakan operasi aritmatika *fuzzy* dan bilangan *fuzzy* dilambangkan “≅”. Tiap-tiap kendala akan direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan pada himpunan ke-i adalah $\mu_{\tilde{A}_i}$ dan himpunan ke-j adalah $\mu_{\tilde{B}_i}$, sedangkan untuk fungsi *goal* (tujuan) adalah μ_G (Mehmet, 2002).

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dengan cara studi literatur dari berbagai sumber baik buku maupun jurnal yang menunjang dan relevan dengan penelitian yang dilakukan. Adapun prosedur penelitian yaitu mempelajari masalah transportasi biasa, logika *fuzzy*, himpunan *fuzzy*, model transportasi *fuzzy*. Selanjutnya diperoleh penyelesaian analisis biaya *fuzzy* dalam transportasi *fuzzy*. Solusi tersebut selanjutnya diaplikasikan pada contoh kasus analisis biaya *fuzzy* dengan sistem transportasi *fuzzy* sehingga diperoleh kesimpulan solusi optimal dari masalah biaya *fuzzy*.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis biaya *fuzzy* dilakukan agar memperoleh solusi penyelesaian masalah biaya *fuzzy* dengan menggunakan transportasi *fuzzy*. Hal ini dikarenakan sistem transportasi *fuzzy* merupakan salah satu cara yang dapat digunakan apabila parameter-paremeter pada model transportasi biaya pengiriman, nilai permintaan dan penawaran tidak dapat diketahui dengan pasti. Masalah transportasi *fuzzy* adalah masalah dimana jumlah permintaan dan penawaran berupa bilangan *fuzzy*. Masalah awal transportasi *fuzzy* dapat dilihat pada Tabel 1. yang menunjukkan permintaan (*demand*) dan penawaran (*supply*) adalah himpunan *fuzzy*.

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
ISSN: 1978-4422
Vol.10 No.2 (2016) Hal. 38-47

Tabel 1. Tabel awal masalah transportasi

Dari / Ke		TUJUAN 1	2	…	n	$Supply$
SUMBER	1	X_{11} C_{11}	X_{12} C_{12}	… …	X_{1n} C_{1n}	A_1
	2	X_{21} C_{21}	X_{22} C_{22}	… …	X_{2n} C_{2n}	A_2
	⋮	⋮	⋮	… …	⋮	⋮
	m	X_{m1} C_{m1}	X_{m2} C_{m2}	… …	X_{mn} C_{mn}	A_m
$Demand$		B_1	B_2	…	B_n	$\sum_{i=1}^{m} A_i = \sum_{j=1}^{n} B_j$

Berdasarkan Tabel 1. diperoleh formulasi bentuk umum masalah transfotasi *fuzzy* sebagai berikut:

$$Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} C_{ij} X_{ij} \qquad \ldots\ldots. (1)$$

Kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \cong \tilde{A}_i \qquad i = 1, 2, \ldots, m \qquad\qquad \sum_{i=1}^{m} X_{ij} \cong \tilde{B}_j \qquad j = 1, 2, \ldots, n$$

$X_{ij} \geq 0$ untuk $i = (1,2, \ldots)$ & $j = (1,2, \ldots)$ dengan *m* untuk sumber dan *n* untuk tujuan.

Analisis Biaya *Fuzzy* dalam Sistem Transportasi *Fuzzy*

Analisis biaya *fuzzy dalam* sistem transportasi *fuzzy* dapat dipresentasikan dengan menggunakan himpunan *fuzzy*, $\tilde{C}_{ij}, \tilde{A}_i$, dan $\tilde{B}_j$. Dengan fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{A}_i}, \mu_{\tilde{B}_j}\ dan\ \mu_{\tilde{C}_{ij}}$ dimana:

$$\tilde{A}_i = \{(a_i,\ \mu_{\tilde{A}_i}(a_i)) | a_i \in Supp(\tilde{A}_i)\}$$

$$\tilde{B}_j = \left\{\left(b_i,\ \mu_{\tilde{B}_j}(b_j)\right) \middle| b_j \in Supp(\tilde{B}_j)\right\}$$

$$\tilde{C}_{ij} = \left\{\left(c_{ij},\ \mu_{\tilde{C}_{ij}}(c_{ij})\right) \middle| c_{ij} \in Supp(\tilde{C}_{ij})\right\}$$

Sehingga Persamaan masalah (1). dapat ditulis kembali menjadi:

Meminimumkan:

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \tilde{C}_{ij} X_{ij} \qquad \ldots. (2)$$

Kendala:

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
ISSN: 1978-4422
Vol.10 No.2 (2016) Hal. 38-47

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \cong \tilde{A}_i, \quad (i = 1,2,\dots,m) \qquad \sum_{i=1}^{m} X_{ij} \cong \tilde{B}_j, \quad (j = 1,2,\dots,n)$$

dengan $X_{ij} \geq 0$ dan integer.

Semua unit biaya pengiriman, jumlah penawaran dan jumlah permintaan diasumsikan kedalam bilangan *fuzzy*, dimana $\tilde{A}_i = (a_1, a_2, a_3)$ dan $\tilde{B}_j = (b_1, b_2, b_3)$ adalah bilangan *fuzzy* segitiga yang dibawa kedalam bentuk $\alpha - cut$ dan untuk unit biaya transportasi yang berupa bilangan *fuzzy* $\tilde{C}_{ij} = (-\infty, a_2, a_3)$ dibawa kedalam $\gamma - cut$. $\alpha - cut$ dari $\tilde{A}_i, \tilde{B}_j$:

$$(\tilde{A}_i)_\alpha = \left[(\tilde{A}_i)_\alpha^L, (\tilde{A}_i)_\alpha^U\right] = [\tilde{a}_i^2 - \alpha(\tilde{a}_i^2 - \tilde{a}_i^1),\ \tilde{a}_i^3 - \alpha(\tilde{a}_i^3 - \tilde{a}_i^2)]; i = 1, 2, \dots, m$$

$$(\tilde{B}_j)_\alpha = \left[(\tilde{B}_j)_\alpha^L, (\tilde{B}_j)_\alpha^U\right] = [\tilde{b}_j^1 + \alpha(\tilde{b}_j^2 - \tilde{b}_j^1), \tilde{b}_j^3 - \alpha(\tilde{b}_j^3 - \tilde{b}_j^2)]; j = 1, 2, \dots, n$$

dan $\gamma - cut$ dari $\tilde{C}_{ij}$, sebagai:

$$(\tilde{C}_{ij})_\gamma = \left[(\tilde{C}_{ij})_\alpha^L, (\tilde{C}_{ij})_\gamma^U\right] = (-\infty, \tilde{c}_{ij}^3 - \gamma(\tilde{c}_{ij}^3 - \tilde{c}_{ij}^2))]$$

Interval di atas menunjukkan dimana unit biaya pengiriman, penawaran, dan permintaan terletak pada rentang α. Sehingga Persamaan masalah (2). dapat ditulis kembali menjadi:

Maks : α

Dengan batasan :

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \in [(\tilde{A}_i)_\alpha]\ ; i = 1, 2, \dots, m \qquad \sum_{i=1}^{m} X_{ij} \in [(\tilde{B}_j)_\alpha]; j = 1, 2, \dots, n$$

$X_{ij} \geq 0$ dan integer.

Untuk memperoleh fungsi keanggotaan μ_Z, cukup dengan mencari bentuk fungsi kiri dan fungsi kanan yang tepat dari μ_Z, yang setara dengan batas bawah Z_α^L dan batas bawah Z_α^U dari $\alpha - cut\, Z$. Dimana Z_α^L adalah minimum dari $Z(c, a, b)$ dan Z_α^U adalah maksimum dari $Z(c, a, b)$ dapat diformulasikan menjadi:

$$Z_\alpha^L = \min_{\substack{(\tilde{C}_{ij})_\alpha^L \le c_{ij} \le (\tilde{C}_{ij})_\alpha^U \\ (\tilde{A}_i)_\alpha^L \le a_i \le (\tilde{A}_i)_\alpha^U \\ (\tilde{B}_j)_\alpha^L \le b_j \le (\tilde{B}_j)_\alpha^U}} \begin{cases} \min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=i}^{n} \tilde{C}_{ij} X_{ij} \\ \text{s.t} \sum_{j=1}^{n} X_{ij} \ge \tilde{A}_i, i = 1,2,\dots,m \\ \sum_{i=1}^{m} X_{ij} \le \tilde{B}_j, j = 1,2,\dots,n \\ X_{ij} \ge 0, \quad \forall i, j \end{cases}$$

$$Z_\alpha^U = \max_{\substack{(\tilde{C}_{ij})_\alpha^L \le c_{ij} \le (\tilde{C}_{ij})_\alpha^U \\ (\tilde{A}_i)_\alpha^L \le a_i \le (\tilde{A}_i)_\alpha^U \\ (\tilde{B}_j)_\alpha^L \le b_j \le (\tilde{B}_j)_\alpha^U}} \begin{cases} \min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=i}^{n} \tilde{C}_{ij} X_{ij} \\ \text{s.t} \sum_{j=1}^{n} X_{ij} \le \tilde{A}_i, i = 1,2,\dots,m \\ \sum_{i=1}^{m} X_{ij} \ge \tilde{B}_j, j = 1,2,\dots,n \\ X_{ij} \ge 0, \quad \forall i, j \end{cases}$$

maka diperoleh:
Maks α

$$(\tilde{A}_i)_\alpha^L \leq \sum_{j=1}^{n} X_{ij} \leq (\tilde{A}_i)_\alpha^U$$

$$\tilde{A}_i^1 + \alpha(\tilde{A}_i^2 - \tilde{A}_i^1) \leq \sum_{j=1}^{n} X_{ij} \leq \tilde{A}_i^3 - \alpha(\tilde{A}_i^3 - \tilde{A}_i^2)$$

$$(\tilde{B}_j)_\alpha^L \leq \sum_{j=1}^{n} X_{ij} \leq (\tilde{B}_j)_\alpha^U$$

$$\tilde{B}_j^1 + \alpha(\tilde{B}_j^2 - \tilde{B}_j^1) \leq \sum_{i=1}^{m} X_{ij} \leq \tilde{B}_j^3 - \alpha(\tilde{B}_j^3 - \tilde{B}_j^2)$$

$X_{ij} \geq$ *untuk i* = (1,2,…) *dan j* = (1,2,…)

Fungsi keanggotaan untuk bilangan *fuzzy* $\tilde{A}_i$, $\tilde{B}_j$, dan $\tilde{C}_{ij}$ dapat ditulis sebagai :

$$\mu_{\tilde{A}_i} = \begin{cases} 0, & \tilde{A}_i \leq \tilde{A}_i^1,\ \tilde{A}_i \geq \tilde{A}_i^3 \\ \left(\dfrac{\tilde{A}_i - \tilde{A}_i^1}{\tilde{A}_i^2 - \tilde{A}_i^1}\right), & \tilde{A}_i^1 < \tilde{A}_i \leq \tilde{A}_i^2 \\ 1 - \left(\dfrac{\tilde{A}_i - \tilde{A}_i^2}{\tilde{A}_i^3 - \tilde{A}_i^2}\right), & \tilde{A}_i^2 < \tilde{A}_i \leq \tilde{A}_i^3 \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{B}_j} = \begin{cases} 0, & \tilde{B}_j \leq \tilde{B}_j^1, \tilde{B}_j \geq \tilde{B}_j^3 \\ \left(\dfrac{\tilde{B}_j - \tilde{B}_j^1}{\tilde{B}_j^2 - \tilde{B}_j^1}\right), & \tilde{B}_j^1 < \tilde{B}_j \leq \tilde{B}_j^2 \\ 1 - \left(\dfrac{\tilde{B}_j - \tilde{B}_j^2}{\tilde{B}_j^3 - \tilde{B}_j^2}\right), & \tilde{B}_j^2 < \tilde{B}_j \leq \tilde{B}_j^3 \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{C}_{ij}} = \begin{cases} 1, & \tilde{C}_{ij} \leq \tilde{C}_{ij}^2 \\ 1 - \left(\dfrac{\tilde{C}_{ij} - \tilde{C}_{ij}^2}{\tilde{C}_{ij}^3 - \tilde{C}_{ij}^2}\right), & \tilde{C}_{ij}^2 \leq \tilde{C}_{ij} \leq \tilde{C}_{ij}^3 \\ 0, & \tilde{C}_{ij} \geq \tilde{C}_{ij}^3 \end{cases}$$

Contoh Kasus

Departemen Logistik mempunyai data sebuah PT.Kayson yang mempunyai 3 pabrik yang berlokasi di 3 kota berbeda dan memproduksi minuman ringan yang dibotolkan. Produk dari ketiga pabrik tersebut didistribusikan ke 3 gudang yang terletak di tiga daerah distribusi. Biaya pengangkutan per krat minuman (dollar), jumlah suplai pada masing-masing pabrik (dalam ribu krat) dan daya tamping pada masing-masing gudang (dalam ribu krat) setiap hari.

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
ISSN: 1978-4422
Vol.10 No.2 (2016) Hal. 38-47

Tabel 2. Kapasitas produksi di beberapa gudang

Gudang	Penawaran		
	Minimal	Standart	Maksimum
S_1	2	9	11
S_2	3	8	12
S_3	4	9	14

Tabel 3. Kapasitas produksi yang dibutuhkan oleh perusahaan

Daerah pemasaran	Permintaan		
	Minimal	Rata-rata	Maksimum
D_1	2	5	6
D_2	14	15	17
D_3	5	10	13

Tabel 4. Biaya pengiriman per unit dari lokasi sumber ke lokasi tujuan

Tujuan / Sumber	Biaya transportasi		
	D_1	D_2	D_3
S_1	$\tilde{C}_{11}(-\infty, 3{,}5)$	$\tilde{C}_{12}(-\infty, 6{,}7)$	$\tilde{C}_{13}(-\infty, 6{,}11)$
S_2	$\tilde{C}_{21}(-\infty, 7{,}9)$	$\tilde{C}_{22}(-\infty, 9{,}15)$	$\tilde{C}_{23}(-\infty, 10{,}18)$
S_3	$\tilde{C}_{31}(-\infty, 9{,}13)$	$\tilde{C}_{32}(-\infty, 9{,}16)$	$\tilde{C}_{33}(-\infty, 9{,}10)$

Penyelesaian:

Langkah 1:
Membuat masalah awal transportasi *fuzzy*
Minimumkan :

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \tilde{C}_{ij} X_{ij}$$
$$= (-\infty, 3{,}5)X_{11} + (-\infty, 6{,}7)X_{12} + (-\infty, 6{,}11)X_{13} + (-\infty, 7{,}9)X_{21}$$

$$+ (-\infty, 9{,}15)X_{22} + (-\infty, 10{,}18)X_{23} + (-\infty, 9{,}13)X_{31} + (-\infty, 9{,}16)X_{32} + (-\infty, 9{,}10)X_{33}$$

Dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^{3} X_{1j} \cong \tilde{A}_1 \rightarrow X_{11} + X_{12} + X_{13} \cong (2{,}9{,}11)$$
$$\sum_{j=1}^{3} X_{2j} \cong \tilde{A}_2 \rightarrow X_{21} + X_{22} + X_{23} \cong (3{,}8{,}12)$$
$$\sum_{j=1}^{3} X_{3j} \cong \tilde{A}_3 \rightarrow X_{31} + X_{32} + X_{33} \cong (4{,}9{,}14)$$
$$\sum_{i=1}^{3} X_{i1} \cong \tilde{B}_1 \rightarrow X_{11} + X_{21} + X_{31} \cong (2{,}5{,}6)$$
$$\sum_{i=1}^{3} X_{i2} \cong \tilde{B}_2 \rightarrow X_{12} + X_{22} + X_{32} \cong (14{,}15{,}17)$$

$\sum_{i=1}^{3} X_{i3} \quad \cong \tilde{B}_3 \rightarrow X_{13} + X_{23} + X_{33} \cong (5,10,13)$
$X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{31}, X_{32}, X_{33} \geq 0$ dan integer

Langkah 2 :
Membawa masalah awal kedalam bentuk $\alpha - cut$ dan $\gamma - cut$ untuk nilai permintaan, penawaran, dan biaya *fuzzy*, diperoleh:
$(\tilde{A}_1)_\alpha = [\tilde{A}_1^1 + \alpha(\tilde{A}_1^2 - \tilde{A}_1^1), \tilde{A}_1^3 - \alpha(\tilde{A}_1^3 - \tilde{A}_1^2)] = [2 + 7\alpha, 11 - 2\alpha]$
$\rightarrow \tilde{a}_1^1 = 2 + 7\alpha$ & $\tilde{a}_1^2 = 11 - 2\alpha$
$(\tilde{A}_2)_\alpha = [\tilde{A}_2^1 + \alpha(\tilde{A}_2^2 - \tilde{A}_2^1), \tilde{A}_2^3 - \alpha(\tilde{A}_2^3 - \tilde{A}_2^2)] = [3 + 5\alpha, 12 - 4\alpha]$
$\rightarrow \tilde{a}_2^1 = 3 + 5\alpha$ & $\tilde{a}_2^2 = 12 - 4\alpha$
$(\tilde{A}_3)_\alpha = [\tilde{A}_3^1 + \alpha(\tilde{A}_3^2 - \tilde{A}_3^1), \tilde{A}_3^3 - \alpha(\tilde{A}_3^3 - \tilde{A}_3^2)] = [4 + 5\alpha, 14 - 5\alpha]$
$\rightarrow \tilde{a}_3^1 = 4 + 5\alpha$ & $\tilde{a}_3^2 = 14 - 5\alpha$
$(\tilde{B}_1)_\alpha = [\tilde{B}_1^1 + \alpha(\tilde{B}_1^2 - \tilde{B}_1^1), \tilde{B}_1^3 - \alpha(\tilde{B}_1^3 - \tilde{B}_1^2)] = [2 + 3\alpha, 6 - \alpha]$
$\rightarrow \tilde{b}_1^1 = 2 + 3\alpha$ & $\tilde{b}_1^2 = 6 - \alpha$
$(\tilde{B}_2)_\alpha = [\tilde{B}_2^1 + \alpha(\tilde{B}_2^2 - \tilde{B}_2^1), \tilde{B}_2^3 - \alpha(\tilde{B}_2^3 - \tilde{B}_2^2)] = [14 + \alpha, 15 - 2\alpha]$
$\rightarrow \tilde{b}_2^1 = 14 + \alpha$ & $\tilde{b}_2^2 = 15 - 2\alpha$
$(\tilde{B}_3)_\alpha = [\tilde{B}_3^1 + \alpha(\tilde{B}_3^2 - \tilde{B}_3^1), \tilde{B}_3^3 - \alpha(\tilde{B}_3^3 - \tilde{B}_3^2)] = [5 + 5\alpha, 13 - 3\alpha]$
$\rightarrow \tilde{b}_3^1 = 5 + 5\alpha$ & $\tilde{b}_3^2 = 13 - 3\alpha$
$\gamma - cut$ untuk nilai biaya *fuzzy*, maka diperoleh:
$(\tilde{C}_{11})_\gamma = [-\infty, \tilde{C}_{11}^3 - \gamma(\tilde{C}_{11}^3 - \tilde{C}_{11}^2)] = [-\infty, 5 - 2\gamma]$
$(\tilde{C}_{12})_\gamma = [-\infty, \tilde{C}_{12}^3 - \gamma(\tilde{C}_{12}^3 - \tilde{C}_{12}^2)] = [-\infty, 7 - \gamma]$
$(\tilde{C}_{13})_\gamma = [-\infty, \tilde{C}_{13}^3 - \gamma(\tilde{C}_{13}^3 - \tilde{C}_{13}^2)] = [-\infty, 11 - 6\gamma]$
$(\tilde{C}_{21})_\gamma = [-\infty, \tilde{C}_{21}^3 - \gamma(\tilde{C}_{21}^3 - \tilde{C}_{21}^2)] = [-\infty, 9 - 2\gamma]$
$(\tilde{C}_{22})_\gamma = [-\infty, \tilde{C}_{22}^3 - \gamma(\tilde{C}_{22}^3 - \tilde{C}_{22}^2)] = [-\infty, 15 - 6\gamma]$
$(\tilde{C}_{23})_\gamma = [-\infty, \tilde{C}_{23}^3 - \gamma(\tilde{C}_{23}^3 - \tilde{C}_{23}^2)] = [-\infty, 18 - 8\gamma]$
$(\tilde{C}_{31})_\gamma = [-\infty, \tilde{C}_{31}^3 - \gamma(\tilde{C}_{31}^3 - \tilde{C}_{31}^2)] = [-\infty, 13 - 4\gamma]$
$(\tilde{C}_{32})_\gamma = [-\infty, \tilde{C}_{32}^3 - \gamma(\tilde{C}_{32}^3 - \tilde{C}_{32}^2)] = [-\infty, 16 - 7\gamma]$
$(\tilde{C}_{33})_\gamma = [-\infty, \tilde{C}_{33}^3 - \gamma(\tilde{C}_{33}^3 - \tilde{C}_{33}^2)] = [-\infty, 10 - \gamma]$

Langkah 3 :
Menentukan nilai α dan γ
Dari permasalahan di atas terlihat bahwa $\sum_{i=1}^{n} \tilde{a}_i \neq \sum_{j=1}^{m} \tilde{b}_j$ yang berarti tidak seimbang, maka pada kolom tujuan akan ditambahkan *dummy*, yaitu:
$b_j^4 = \sum_i \tilde{a}_i - \sum_j \tilde{b}_j = (37 - 11\alpha) - (21 + 9\alpha) = 16 - 20\alpha$
Untuk γ adalah titik perpotongan garis $\tilde{C}_{ij} = \tilde{C}_{ij}(\gamma)$ dan titik potong γ yang berada di dalam [0,1] adalah $0, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}$, dan 1. Interval yang berulang adalah $[0, 1/4], [1/4, 2/3]$, $[2/3, 1]$sekarang untuk interval $\gamma \in [0, 1/4]$, maka penyelesaian masalah transportasi dengan jumlah *fuzzy*.

Langkah 4 :
Menentukan solusi awal masalah transportasi *fuzzy* dengan menggunakan metode biaya terkecil. Solusi awal menggunakan metode biaya terkecil ditentukan dengan mengisi sel kosong yang masih dapat diisi dengan biaya paling kecil. Jumlah yang dialokasikan pada sel kosong tersebut (X_{ij}) tidak boleh melebihi jumlah penawaran pada sumber *i* dan jumlah permintaan pada tujuan *j*. Diperoleh hasil yang ditunjukkan pada Tabel 5.

Tabel 5. Nilai awal masalah transportasi *fuzzy*

Demand / Supply	$b_j^1 = 2 + 3\alpha$	$b_j^2 = 14 + \alpha$	$b_j^3 = 5 + 5\alpha$	$b_j^4 = 16 - 20\alpha$
$a_i^1 = 11 - 2\alpha$	$\tilde{C}_{11} = 5 - 2\gamma$	$\tilde{C}_{12} = 7 - \gamma$	$\tilde{C}_{13} = 11 - 5\gamma$	$\tilde{C}_{14} = 0$
$a_i^2 = 12 - 4\alpha$	$\tilde{C}_{21} = 9 - 2\gamma$	$\tilde{C}_{22} = 15 - 6\gamma$	$\tilde{C}_{23} = 18 - 8\gamma$	$\tilde{C}_{24} = 0$
$a_i^3 = 14 - 5\alpha$	$\tilde{C}_{31} = 13 - 4\gamma$	$\tilde{C}_{32} = 16 - 7\gamma$	$\tilde{C}_{33} = 10 - \gamma$	$\tilde{C}_{34} = 0$

Tabel 6. Solusi Akhir dengan menggunakan Metode Biaya Terkecil

	D_1	D_2	D_3	D_4	Penawaran
S_1	2 $\boxed{5}$	9 $\boxed{7}$	$\boxed{11}$	$\boxed{0}$	11
S_2	$\boxed{9}$	5 $\boxed{15}$	$\boxed{18}$	7 $\boxed{0}$	12
S_3	$\boxed{13}$	$\boxed{16}$	5 $\boxed{10}$	9 $\boxed{0}$	14
Permintaan	2	14	5	16	

Jadi biaya yang dikeluarkan adalah:
Z = 2(5)+9(7)+5(15)+7(0)+5(10)+9(0)=198

Langkah 5 :
Menentukan solusi optimal pada masalah transportasi diatas, dengan menggunakan metode *Stepping Stone* dan diperoleh hasil yang ditunjukkan pada Tabel 7.

Tabel 7. Solusi Optimal dengan $\alpha = 0$ dan $\gamma \in [0,1/4]$

Demand / Supply	$b_1^1 = 2 + 3\alpha$	$b_2^1 = 14 + \alpha$	$b_3^1 = 5 + 5\alpha$	$b_4^1 = 16 - 20\alpha$
$a_1^2 = 11 - 2\alpha$		$11 - 2\alpha$		
	$\tilde{C}_{11} = 5 - 2\gamma$	$\tilde{C}_{12} = 7 - \gamma$	$\tilde{C}_{13} = 11 - 5\gamma$	$\tilde{C}_{14} = 0$
$a_2^2 = 12 - 4\alpha$	$2 + 3\alpha$	$3 + 3\alpha$		$7 - 10\alpha$
	$\tilde{C}_{21} = 9 - 2\gamma$	$\tilde{C}_{22} = 15 - 6\gamma$	$\tilde{C}_{23} = 18 - 8\gamma$	$\tilde{C}_{24} = 0$
$a_3^2 = 14 - 5\alpha$			$5 + 5\alpha$	$9 - 10\alpha$

	$\tilde{C}_{31} = 13 - 4\gamma$	$\tilde{C}_{32} = 16 - 7\gamma$	$\tilde{C}_{33} = 10 - \gamma$	$\tilde{C}_{34} = 0$

Dari Tabel 7. diperoleh $X_{24} = 7 - 10\alpha$ dan hal tersebut melanggar kondisi dimana nilai yang dihasilkan negatife. Dengan demikian, solusi optimal ini berlaku untuk selang $\alpha \in [0, 7/10]$. Jadi, solusi yang optimal dan layak untuk interval α adalah $\left[0, \frac{7}{10}\right]$ dan $[\frac{7}{10}, \frac{8}{10}]$.

Tabel 8. Solusi Akhir Masalah Transpotasi untuk γ $[\frac{1}{4}, \frac{2}{3}]$ dan $[\frac{2}{3}, 1]$

α \ γ	$[0, \frac{1}{4}]$	$[\frac{1}{4}, \frac{2}{3}]$	$[\frac{2}{3}, 1]$
$[0, \frac{7}{10}]$	$X_{12} = 11 - 2\alpha$	$X_{12} = 11 - 2\alpha$	$X_{11} = 2 + 3\alpha$
	$X_{21} = 2 + 3\alpha$	$X_{21} = 2 + 3\alpha$	$X_{12} = 9 - 5\alpha$
	$X_{22} = 3 + 3\alpha$	$X_{22} = 3 + 3\alpha$	$X_{22} = 5 + 6\alpha$
	$X_{24} = 7 - 10\alpha$	$X_{24} = 7 - 10\alpha$	$X_{24} = 7 - 10\alpha$
	$X_{33} = 5 + 5\alpha$	$X_{33} = 5 + 5\alpha$	$X_{33} = 5 + 5\alpha$
	$X_{34} = 9 - 10\alpha$	$X_{34} = 9 - 10\alpha$	$X_{34} = 9 - 10\alpha$
$[\frac{7}{10}, \frac{8}{10}]$	$X_{12} = 11 - 2\alpha$	$X_{12} = 11 - 2\alpha$	$X_{11} = 2 + 3\alpha$
	$X_{21} = 2 + 3\alpha$	$X_{21} = 2 + 3\alpha$	$X_{12} = 9 - 5\alpha$
	$X_{22} = 10 - 7\alpha$	$X_{22} = 10 - 7\alpha$	$X_{22} = 12 - 4\alpha$
	$X_{32} = -7 + 10\alpha$	$X_{32} = -7 + 10\alpha$	$X_{32} = -7 + 10\alpha$
	$X_{33} = 5 + 5\alpha$	$X_{33} = 5 + 5\alpha$	$X_{33} = 5 + 5\alpha$
	$X_{34} = 16 - 20\alpha$	$X_{34} = 16 - 20\alpha$	$X_{34} = 16 - 20\alpha$

Langkah 6 :

Menentukan nilai Z (fungsi tujuan)

Dari hasil perhitungan solusi akhir masalah transpotasi untuk γ $[\frac{1}{4}, \frac{2}{3}]$ dan $\left[\frac{2}{3}, 1\right]$ pada Tabel 8. diperoleh hasil yang dapat dilihat pada Tabel 9. sebagai berikut :

Tabel 9. Hasil nilai Z (fungsi tujuan) untuk γ $[\frac{1}{4}, \frac{2}{3}]$ dan $[\frac{2}{3}, 1]$

α	γ			
	0	1/4	2/3	1
0	190	179	164	149
7/10	265,6	250,5	227,2	208,7
8/10	277,4	261,3	236,5	217,4

Dari tabel di atas terlihat bahwa semakin besar nilai $\gamma - cut$ maka nilai Z (fungsi tujuan) semakin kecil begitu juga sebaliknya. Hal ini menunjukkan bahwa nilai γ mengoptimalkan solusi akhir menjadi lebih optimal, jika dibandingkan tanpa adanya nilai γ (biaya *fuzzy*).

ISSN: 1978-4422
Vol.10 No.2 (2016) Hal. 38-47

5. KESIMPULAN

Penyelesaian biaya *fuzzy* sama dengan penyelesaian sistem transportasi *fuzzy* pada umumnya. Biaya *fuzzy* dapat ditentukan dengan mengubahnya kedalam bentuk $\gamma - cut$ sehingga menghasilkan persamaan analisis biaya *fuzzy*. Dari hasil perhitungang analisis biaya *fuzzy* menunjukkan bahwa semakin besar nilai $\gamma - cut$ maka nilai Z (fungsi tujuan) semakin kecil begitu juga sebaliknya. Hal ini menunjukkan bahwa nilai γ mengoptimalkan solusi akhir menjadi lebih optimal, jika dibandingkan tanpa adanya nilai γ (biaya *fuzzy*).

6. DAFTAR PUSTAKA

Dimyati, A. 1992. *Operations Research : Model-model Pengambilan Keputusan*. Bandung : Sinar Baru Algensindo.

Kusumadewi, S & Hari. P. 2010. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan Edisi 2*. Graha Ilmu. Yogykarta

Mehmet, dkk. 2002. Transportation of the fuzzy amounts using the fuzzy cost. *Journal of Marmara for Pure and Applied Sciences (2002) Vol. 18. Page.141-157.*