Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
Vol.9 No.2 (2015) Hal. 8-14

HOMOMORFISMA DAN ANTI-HOMOMORFISMA DARI LEVEL SUBGRUP DALAM SUBGRUP *FUZZY*

Achmad Riduansyah, Na'imah Hijriati, Saman Abdurrahman
Program Studi Matematika
FakultasMIPA Universitas Lambung Mangkurat
Jl. Jend. A. Yani km. 35.8 Banjarbaru 70714, Kalsel
Email: a.riduan44@yahoo.co.id

ABSTRAK

Salah satu perkembangan ilmu aljabar adalah memadukan konsep aljabar dengan konsep himpunan *fuzzy*. Beberapa peneliti pun telah menemukan pengembangan dari himpunan *fuzzy* pada bidang aljabar, diantaranya adalah subgrup *fuzzy*.Selanjutnya, dalam subgrup *fuzzy* dikenal level subgrup yang merupakan subgrup dari grup. Penelitian ini membuktikan sifat image dan pre-image homomorfisma dan anti-homomorfisma dari level subgrup dalam subgrup *fuzzy*. Penelitian dilakukan dengan cara studi literatur dari berbagai sumber, baik buku maupun jurnal yang menunjang dan relevan dengan tinjauan yang dilakukan. Berdasarkan penelitian yang dilakukandiperoleh beberapa sifat yaitu image dan pre-image homomorfisma dalam subgrup *fuzzy* merupakan suatu subgrup *fuzzy*, suatu subset *fuzzy* βmerupakansubgrup *fuzzy* dari G jika dan hanya jika level subset-*t* *fuzzy* dariβ (β_t) merupakan subgrup dari G, jika G grup dan$I$subgrup dari Gmaka terdapatβsubgrup *fuzzy* dari$G$sedemikian sehingga$\beta_t = I$ untuk setiap $t \in [0,1]$serta image dan pre-image homomorfisma dan anti-homomorfisma dari level subgrup merupakan level subgrup.

Kata kunci: Homomorfismagrup, anti-homomorfismagrup, subgrup*fuzzy*, level subgrup

1. PENDAHULUAN

Terobosan baru yang diperkenalkan oleh Lotfi Asker Zadeh dalam karyanya yaitu memperluas konsep himpunan klasik menjadi himpunan *fuzzy*, dalam arti bahwa himpunan klasik merupakan kejadian khusus dari himpunan *fuzzy*. Salah satu perkembangan ilmu aljabar adalah memadukan konsep himpunan *fuzzy* dengan konsep aljabar. Beberapa peneliti pun telah menemukan pengembangan dari himpunan *fuzzy* pada bidang aljabar, diantaranya subgroup *fuzzy* yang diperkenalkan oleh Choudhury. F.P, Chakraborty A.B dan Khare S.S pada tahun 1988. Suatu subset *fuzzy* dikatakan subgroup *fuzzy* jika memenuhi definisi berikut ini:

Definisi1.1[2]
Diberikan$G$ grup dan β subset fuzzy dari$G$. β disebut subgrup fuzzy dari G jika:
(i) $\beta(xy) \geq \min\{\beta(x), \beta(y)\}$ *untuk setiap* $x, y \in G$
(ii) $\beta(x^{-1}) \geq \beta(x)$ *untuk setiap* $x \in G$.

BerdasarkanDefinisi 1.1 diperoleh teorema sebagai berikut:

Teorema1.2[2]
Diberikan β adalah subset fuzzy dari G. β disebut subgrup fuzzy dari G jika dan hanya jika $\beta(xy^{-1}) \geq min\{\beta(x), \beta(y)\}$ untuk setiap $x, y \in G$.

Selanjutnya, dalam subgroup *fuzzy* dikenal level subgrup yang merupakan subgroup dari suatu grup. Level subgroup merupakan bagian khusus dari level subset dimana tidaks emua level subset merupakan level subgrup.Suatu level subset (β_t) dikatakan level subgrup jika terdapat $e \in \beta_t$yang didefinisikan sebagai berikut:

Definisi1.3 [1]
Diberikan subgrup *fuzzy* β darigrup G. Subgrup β_t disebut level subgroup jika $\beta(e) \geq t$ dengan $t \in [0,1]$.

Pada teori grup terdapat homomorfisma dan anti-homomorfisma grup yang memunculkan juga adanya homomorfisma dan anti-homomorfisma dari level subgrup.Suatu pemetaan φ darigrup G ke G' disebut homomorfisma dan anti-homomorfisma grup jika memenuhi definisi-definisi berikut ini:

Definisi1.4 [3]
Diberikan G dan G' merupakan grup. Pemetaan φ dari G ke G' $(\varphi: G \to G')$ disebut homomorfisma grup jika memenuhi $\varphi(xy) = \varphi(x)\varphi(y)$, untuk setiap $x, y \in G$.

Definisi1.5 [1]
Diberikan G dan G' merupakan grup. Pemetaan φ dari G ke G' $(\varphi: G \to G')$ disebut anti-homomorfisma grup jika $\varphi(xy) = \varphi(y)\varphi(x)$ untuk setiap $x, y \in G$.

Berdasarkan konsep homomorfisma dan anti-homomorfisma grup serta level subgrup, maka penulis ingin mengetahui bagaimana sifat image dan pre-image homomorfisma serta anti-homomorfisma dari level subgroup dalam suatu subgroup *fuzzy*.

2. METODE PENELITIAN

Penelitianini dilakukan dengan cara studi literature dari berbagai sumber, baik buku maupun jurnal yang menunjang dan relevan dengan tinjauan yang dilakukan. Prosedur penelitian dimulai dengan mengumpulkan bahan-bahan mengenai konsep grup, subgrup, homomorfisma, anti-homomorfisma, konsep subgrup *fuzzy*, level subset *fuzzy*, dan level subgrup; mempelajari bahan-bahan yang telah dikumpulkan;dan membuktikan sifat image dan pre-image homomorfisma & anti-homomorfisma dari level subgrup dalam subgrup *fuzzy*.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Image dan Pre-image HomomorfismaDalamSubgrup F*uzzy*

Berikut ini teorema-teorema mengenai sifat pre-image dan image homomorfisma dalam subgrup *fuzzy*:

Teorema 3.1.1

Diberikan G dan G' merupakan grup dan $\varphi : G \to G'$ merupakan homomorfisma. Jika β' adalah subgrup fuzzy di G' maka $\varphi^{-1}(\beta')$ adalah subgrup fuzzy di G.

Bukti: Diketahui G dan G' merupakan grup. Diberikan $\varphi : G \to G'$ homomorfisma maka berdasarkan Definisi 1.4$\varphi(xy) = \varphi(x)\varphi(y)$, untuk setiap $x, y \in G$. Jika β' adalah subgrup *fuzzy* di G berdasarkan Definisi1.1 $\beta'(x'y') \geq \min\{\beta'(x'), \beta'(y')\}$ dan $\beta'((x')^{-1}) \geq \beta'(x')$, untuk setiap $x', y' \in G'$. Akan dibuktikan $\varphi^{-1}(\beta')$ subgrup *fuzzy* di G. Ambil sebarang $x, y \in G$ maka berdasarkan definisi himpunan *fuzzy*

(i) $\varphi^{-1}(\beta')(xy) = \beta'(\varphi(xy))$
$= \beta'(\varphi(x)\varphi(y))$
$\geq \min\{\beta'(\varphi(x)), \beta'(\varphi(y))\}$
$= \min\{(\varphi^{-1}(\beta'))(x), (\varphi^{-1}(\beta'))(y)\}$

(ii) $(\varphi^{-1}(\beta'))(x^{-1}) = \beta'(\varphi(x^{-1}))$
$= \beta'((\varphi(x))^{-1})$
$\geq \beta'(\varphi(x))$
$= \varphi^{-1}(\beta')(x)$

Berdasarkan (i), (ii) dan Definisi 1.1 terbukti $\varphi^{-1}(\beta')$ subgrup *fuzzy* di G.■

Teorema 3.1.2

Diberikan G dan G' merupakan grup dan $\varphi : G \to G'$ merupakan homomorfisma. Jika β adalah subgrup fuzzy di G maka $\varphi_\beta$adalah subgrup fuzzy di G'.

Bukti: Diketahui G dan G' merupakan grup dan $\varphi : G \to G'$ merupakan homomorfisma grup. Maka berdasarkan Definisi 1.4$\varphi(xy) = \varphi(x)\varphi(y)$, untuk setiap $x, y \in G$. Jika β adalah subgrup *fuzzy* di G,berdasarkan Definisi 1.1
$\beta(xy) \geq \min\{\beta(x), \beta(y)\}$ dan $\beta(x^{-1}) \geq \beta(x)$, untuk setiap $x, y \in G$. Akan dibuktikan $\varphi(\beta)$ subgrup *fuzzy* di $\varphi(G) \subset G'$.

Misalkan $\beta' = \varphi_\beta$. Diambil sebarang $x', y' \in \varphi(G) \subset G'$ dengan $x' = \varphi(x)$ dan $y' = \varphi(y)$, untuk setiap $x, y \in G$. Misalkan $x_0 \in \varphi^{-1}(x')$ dan $y_0 \in \varphi^{-1}(y')$ dengan $\beta(x_0) = \sup_{t \in \varphi^{-1}(x')} \beta(t)$ dan $\beta(y_0) = \sup_{t \in \varphi^{-1}(y')} \beta(t)$.

(i) $\beta'(x'y') = \sup_{t \in \varphi^{-1}(x'y')} \beta(t)$
$\geq \beta(x_0 y_0)$
$\geq \min\{\beta(x_0), \beta(y_0)\}$
$= \min\{\sup_{t \in \varphi^{-1}(x')} \beta(t), \sup_{t \in \varphi^{-1}(y')} \beta(t)\}$
$= \min\{\beta'(x'), \beta'(y')\}$

(ii) $\beta'((x')^{-1}) = \sup_{t \in \varphi^{-1}((x')^{-1})} \beta(t)$
$\geq \sup_{t \in \varphi^{-1}(x')} \beta(t)$
$= \beta'(x')$

Berdasarkan dari (i), (ii) dan Definisi 1.1 terbukti$\beta' = \varphi(\beta)$ subgrup *fuzzy* di G'.■

3.2 Image dan Pre-Image Homomorfisma dari Level Subgrup dalam Subgrup *Fuzzy*

Berikut ini teorema-teorema mengenai sifat pre-image dan image homomorfisma dalam subgrup *fuzzy*yang diawali dengan teorema di bawah ini:

Teorema 3.2.1

Diberikan grup G dan β subset *fuzzy* dari G. Subset *fuzzy* β merupakan subgrup *fuzzy* dari G jika dan hanya jika β_{t} adalah subgrup dari G, untuk setiap $t \in [0,1]$.

Bukti:

(⇒) Diketahui β adalah subgrup *fuzzy* dari G. Akan dibuktikan β_{t} adalah subgrup dari G, untuk setiap $t \in [0,1]$. Untuk membuktikan β_{t} adalah subgrup dari G cukup ditunjukkan bahwa $\beta_t \neq \emptyset$ dan untuk setiap $x, y \in \beta_t$, $xy^{-1} \in \beta_t$. Diambil sebarang $x \in \beta_t$. Karena β adalah subgrup *fuzzy* dari G, maka $\beta(e) \geq \beta(x)$, akibatnya $\beta(e) \geq \beta(x) \geq t$ sehingga $e \in \beta_t$. Dengan kata lain, $\beta_t \neq \emptyset$. Diambil sebarang $x, y \in \beta_t$, maka $\beta(x) \geq t$ dan$\beta(y) \geq t$. Karena β adalah subgrup *fuzzy*, maka berdasarkan Teorema1.2 $\beta(xy^{-1}) \geq min\{\beta(x), \beta(y)\} \geq min\{t, t\} = t$, sehingga $xy^{-1} \in \beta_t$. Jadi, terbukti β_{t} adalah subgrup dari G.

(⇐) Diketahui β_{t} adalah subgrup dari G, untuk setiap $t \in [0,1]$. Akan dibuktikan β merupakan subgrup *fuzzy* dari grup G yaitu jika memenuhi Teorema1.2. Diambil sebarang$t \in [0,1]$. Karena β_{t} adalah subgrup dari G maka $e \in \beta_t$ sehingga diperoleh $\beta(e) \geq t$, untuk suatu $t \in [0,1]$. Diambil sebarang $x, y \in G$ maka terdapat $a, b \in [0,1]$ sedemikian sehingga $x \in \beta_a$dan$y \in \beta_b$. Pilih $c = min\{a, b\}$. Akibatnya, $c \leq a \leq \beta(x)$ dan $c \leq b \leq \beta(y)$ maka $x, y \in \beta_c$. Berdasarkan diketahui β_{c} adalah subgrup dari G sehingga $xy^{-1} \in \beta_c$, sehingga $\beta(xy^{-1}) \geq c = min\{a, b\} = min\{\beta(x), \beta(y)\}$. Jadi, terbukti β merupakan subgrup *fuzzy* dari grup G. ■

Lemma3.2.2

Jika G grup dan I subgrup dari G, maka untuk setiap $t \in [0,1]$ terdapat β yang merupakan subgrup fuzzy dari G sedemikian sehingga $\beta_t = I$.

Bukti: Misalkan $\beta \in \mathcal{F}(G)$ yang didefinisikan dengan

$$\beta(x) = \begin{cases} t & , \quad x \in I \\ 0 & , \quad x \in G - I \end{cases}$$

Dengan $t \in (0,1]$. Akan dibuktikan terdapat β yang merupakan subgrup *fuzzy* dari G sedemikian sehingga $\beta_t = I$.

(i) Diambil sebarang $x, y \in G$.

a. Jika $x, y \in G - I$, maka $\beta(x) = 0$ dan $\beta(y) = 0$. Sedemikian sehingga $\beta(xy^{-1}) \geq 0 = \min\{\beta(x), \beta(y)\}$.

b. Jika $x, y \in I$, maka $xy^{-1} \in I$. Sedemikian sehingga $\beta(xy^{-1}) = t = \min\{\beta(x), \beta(y)\}$.

c. Jika $x \in I$ dan $y \in G - I$, maka $\beta(x) = t$ dan $\beta(y) = 0$. Sedemikian sehingga $\beta(xy^{-1}) \geq 0 = \min\{\beta(x), \beta(y)\}$.

Jadi, $\beta(xy^{-1}) \geq \min\{\beta(x), \beta(y)\}$ untuk $x, y \in G$. Dengan demikian, β merupakan subgrup *fuzzy* dari G.

(ii) Akan dibuktikan $\beta_t = I$.

Berdasarkan definisi level subset-*t* *fuzzy*dariβmaka:

$$\beta_t = \{x \in G \mid \beta(x) \geq t\}$$

$$= \{x \in G \mid \beta(x) = t \text{ atau } \beta(x) > t\}$$
$$= \{x \in G \mid \beta(x) = t\}$$
$$= I$$

Dari (i) dan (ii) maka terbukti terdapat βyang merupakan subgrup *fuzzy* dari G sedemikian sehingga $\beta_t = I$. ■

Teorema 3.2.3
Image homomorfisma grup dari level subgrup adalah level subgrup.
Bukti: Diberikan G dan G' adalah grup dan $\varphi : G \to G'$ homomorfisma. Berdasarkan Definisi 1.4$\varphi(xy) = \varphi(x)\varphi(y)$, untuk setiap $x, y \in G$. β merupakan subset *fuzzy* dari G dan β' merupakan subset *fuzzy* dari G'. Diketahui β_t adalah level subgrup dari$G$dan β'_tadalah level subgrup dariG'. Akan ditunjukkan $\beta'_t = \varphi(\beta_t)$ adalah level subgrup dari G'. Karena $\beta_t$dan β'_t adalah level subgrup maka menurut Teorema 3.2.1 β subgrup *fuzzy* dari G dan β' subgrup *fuzzy* dari G'. Diambil sebarang $x, y \in \varphi(\beta_t)$, maka $x = \varphi(a)$ dan $y = \varphi(b)$, untuk suatu $a, b \in \beta_t$. Karena β_t adalah level subgrup dari G maka berdasarkan Teorema 3.2.1 β_t subgrup dari G sehingga $ab^{-1} \in \beta_t$. Akibatnya, $\varphi(ab^{-1}) \in \varphi(\beta_t)$.
Diketahui φ homomorfisma, maka berdasarkan Definisi 1.4
$\varphi(ab^{-1}) = \varphi(a)\varphi(b^{-1})$. Akibatnya, berdasarkan Teorema Homomorfisma $\varphi(a)\varphi(b^{-1}) = \varphi(a)(\varphi(b))^{-1} \in \varphi(\beta_t)$. Dengan demikian, berdasarkan Teorema Subgrup$\varphi(\beta_t)$ merupakan subgrup dari G'. Berdasarkan Teorema 3.2.2 terdapat β'subgrup *fuzzy* dari G' sedemikian sehingga $\beta'_t = \varphi(\beta_t)$. Karena β'_tmerupakan level subgrup dari G' maka $\varphi(\beta_t)$ merupakan level subgrup dari G'. Dengan demikian, $\varphi(\beta_t)$ yang merupakan image homomorfisma grup dari level subgrup adalah level subgrup. ■

Teorema 3.2.4
Pre-image homomorfisma grup dari level subgrup adalah level subgrup.
Bukti: Diberikan G dan G' adalah grup dan $\varphi : G \to G'$ homomorfisma. Berdasarkan Definisi 1.4 $\varphi(xy) = \varphi(x)\varphi(y)$, untuk setiap $x, y \in G$. β merupakan subset *fuzzy* dari G dan β' merupakan subset *fuzzy* dari G'. Diketahui β_t adalah level subgrup dari Gdan β'_t adalah level subgrup dari G'. Akan ditunjukkan $\beta_t = \varphi^{-1}(\beta'_t)$adalah level subgrup dari G'. Karena $\beta_t$dan β'_t adalah level subgrup maka menurut Teorema 3.2.1 β subgrup *fuzzy* dari G dan β' subgrup *fuzzy* dari G'. Diambil sebarang $a, b \in \varphi^{-1}(\beta'_t)$, maka $\varphi(a) = x$ dan $\varphi(b) = y$, untuk suatu $x, y \in \beta'_t$.Karena β'_tadalah level subgrup dari G' maka berdasarkan Teorema 3.2.1β'_t subgrup dari G' sehingga $xy^{-1} \in \beta'_t$. Akibatnya, $\varphi(a)(\varphi(b))^{-1} \in \beta'_t$.
Diketahui φ homomorfisma, maka berdasarkan Teorema Homomorfisma
$\varphi(a)(\varphi(b))^{-1} = \varphi(a)\varphi(b^{-1})$. Akibatnya, berdasarkan Definisi 1.4
$\varphi(a)\varphi(b^{-1}) = \varphi(ab^{-1}) \in \beta'_t$. Sehingga $ab^{-1} \in \varphi^{-1}(\beta'_t)$. Dengan demikian, berdasarkan Teorema Subgrup $\varphi^{-1}(\beta'_t)$ merupakan subgrup dari G. Berdasarkan Teorema 3.2.2 terdapat β subgrup *fuzzy* dari G sedemikian sehingga

$\beta_t = \varphi^{-1}(\beta'_t)$. Karena β_t merupakan level subgrup dari G maka $\varphi^{-1}(\beta'_t)$ merupakan level subgrup dari G. Dengan demikian, $\varphi^{-1}(\beta'_t)$ yang merupakan pre-image homomorfisma grup dari level subgrup adalah level subgrup.■

3.3 Image dan Pre-Image Anti-Homomorfisma dari Level Subgrup dalam Subgrup *Fuzzy*

Berikutini teorema-teorema mengenai sifat pre-image dan image anti-homomorfisma dalam subgroup *fuzzy*:

Teorema 3.3.1
Image anti-homomorfisma grup dari level subgrup adalah level subgrup.
Bukti: Diberikan G dan G' adalah grup dan $\varphi : G \to G'$ anti-homomorfisma. Berdasarkan Definisi 1.5 $\varphi(xy) = \varphi(y)\varphi(x)$, untuk setiap $x, y \in G$. βmerupakan subset *fuzzy* dari G dan β' merupakan subset *fuzzy* dari G'. Diketahui β_t adalah level subgrup dari Gdan β'_t adalah level subgrup dari G'. Akan ditunjukkan $\beta'_t = \varphi(\beta_t)$ adalah level subgrup dari G'. Karena $\beta_t$dan β'_t adalah level subgrup maka menurut Teorema 3.2.1 β subgrup *fuzzy* dari G dan β' subgrup *fuzzy* dari G'. Diambil sebarang $x, y \in \varphi(\beta_t)$, maka $x = \varphi(a)$ dan $y = \varphi(b)$, untuk suatu $a, b \in \beta_t$. Karena β_t adalah level subgrup dari G maka berdasarkan Teorema 3.2.1 berlaku $\beta(b^{-1}a) \geq t$. Dengan kata lain, $b^{-1}a \in \beta_t$. Akibatnya, $\varphi(b^{-1}a) \in \varphi(\beta_t)$.
Diketahui φ anti-homomorfisma, maka berdasarkan Definisi 1.5
$\varphi(b^{-1}a) = \varphi(a)\varphi(b^{-1})$. Akibatnya, berdasarkan Teorema Anti-homomorfisma
$\varphi(a)\varphi(b^{-1}) = \varphi(a)(\varphi(b))^{-1} \in \varphi(\beta_t)$. Dengan demikian, berdasarkan Teorema Subgrup $\varphi(\beta_t)$ merupakan subgrup dari G'. Berdasarkan Teorema 3.2.2 terdapat β' subgrup *fuzzy* dari G' sedemikian sehingga $\beta'_t = \varphi(\beta_t)$. Karena β'_t merupakan level subgrup dari G' maka $\varphi(\beta_t)$ merupakan level subgrup dari G'. Dengan demikian, $\varphi(\beta_t)$ yang merupakan image homomorfisma grup dari level subgrup adalah level subgrup.■

Teorema 3.3.2
Pre-image anti-homomorfisma grup dari level subgrup adalah level subgrup.
Bukti: Diberikan G dan G' adalah grup dan $\varphi : G \to G'$anti-homomorfisma. Berdasarkan Definisi 1.5 $\varphi(xy) = \varphi(y)\varphi(x)$, untuk setiap $x, y \in G$. βmerupakan subset *fuzzy* dari G dan β' merupakan subset *fuzzy* dari G'. Diketahui β_t adalah level subgrup dari$G$dan β'_t adalah level subgrup dari G'. Akan ditunjukkan $\beta_t = \varphi^{-1}(\beta'_t)$ adalah level subgrup dari G'.
Karena $\beta_t$dan β'_t adalah level subgrup maka menurut Teorema 3.2.1 β subgrup *fuzzy* dari G dan β' subgrup *fuzzy* dari G'. Diambil sebarang $a, b \in \varphi^{-1}(\beta'_t)$, maka $\varphi(a) = x$ dan $\varphi(b) = y$, untuk suatu $x, y \in \beta'_t$. Karena β'_tadalah level subgrup dari G' maka berdasarkan Teorema 3.2.1 berlaku $\beta(y^{-1}x) \geq t$. Dengan kata lain, $y^{-1}x \in \beta'_t$. Akibatnya, $(\varphi(b))^{-1}\varphi(a) \in \beta'_t$.
Diketahui φ anti-homomorfisma, maka berdasarkan Teorema Anti-homomorfisma $(\varphi(b))^{-1}\varphi(a) = \varphi(b^{-1})\varphi(a)$. Akibatnya, berdasarkan Definisi 1.5 $\varphi(b^{-1})\varphi(a) = \varphi(ab^{-1}) \in \beta'_t$, sehingga $ab^{-1} \in \varphi^{-1}(\beta'_t)$. Dengan

demikian, berdasarkan Teorema Subgrup $\varphi^{-1}({\beta'}_t)$ merupakan subgrup dari G. Berdasarkan Teorema 3.2.2 terdapat β subgrup *fuzzy* dari G sedemikian sehingga $\beta_t = \varphi^{-1}({\beta'}_t)$. Karena β_t merupakan level subgrup dari G maka $\varphi^{-1}({\beta'}_t)$ merupakan level subgrup dari G. Dengan demikian, $\varphi^{-1}({\beta'}_t)$ yang merupakan pre-image homomorfisma grup dari level subgrup terbukti merupakan level subgrup. ■

4. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan diperoleh sifat-sifat sebagai berikut:

1. Image dan pre-image homomorfisma dalam subgroup *fuzzy* merupakan suatu subgroup *fuzzy*.
2. Suatu subset *fuzzy* merupakan subgrup *fuzzy* dari G jika dan hanya jika level subset-*t* *fuzzy* merupakan subgrup dari G.
3. Jika$G$grup dan$I$subgrup dari G, maka untuk setiap$t \in [0,1]$ terdapat β yang merupakan subgrup *fuzzy* dari G sedemikian sehingga $\beta_t = I$.
4. Image dan pre-image homomorfisma dari level subgrup dalam subgrup *fuzzy* merupakan level subgroup dalam subgrup *fuzzy*.
5. Image dan pre-image anti-homomorfisma dari level subgrup dalam subgrup *fuzzy* merupakan level subgroup dalam subgrup *fuzzy*.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Jeyaraman.K and Sheik Abdullah.A. 2010. The Homomorphism and Anti-Homomorphism of Level Subgroups of FuzzySubgroups.*International Journal of Mathematical Forum.*5,(2010),2293-2298.

[2] Kandasamy, W. B Vasantha. 2003. *Smarandache Fuzzy Algebra.*Department of Mathematics Indian Institute of Technology Madras Chennia. India.

[3] Lang, S. 2005. *Undergraduate Algebra*.Third Edition.Department of Mathematics of Yale University New Haven, CT 06520 USA.