

STRUKTUR BERPIKIR KOMBINATORIK SISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH MATEMATIKA

Dion Rapanca¹, Teguh Wibowo², Mujiyem Sapti³

^{1,2,3}Universitas Muhammadiyah Purworejo

e-mail: ¹dionumpwr@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini dilakukan dengan tujuan untuk mendeskripsikan struktur berpikir kombinatorik siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Penelitian ini dilakukan pada kelas XII SMA Negeri 5 Purworejo tahun ajaran 2019/2020 yang sudah menerima materi kaidah pencacahan. Jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif. Teknik dalam pengambilan subjek menggunakan teknik *purposive* dengan subjek yang terpilih sebanyak dua siswa. Instrumen yang peneliti gunakan yaitu berupa lembar soal yang terdiri dari satu soal yang berkaitan dengan kaidah pencacahan, pedoman wawancara, dan alat bantu rekam. Diberikan satu permasalahan kombinatorik, yaitu masalah yang memuat kombinasi. Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah tes, wawancara, dan *think aloud*. Langkah-langkah dalam menganalisis data adalah reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian diperoleh simpulan sebagai berikut. Struktur berpikir kombinatorik dalam menyelesaikan masalah matematika yakni mendapatkan rumus dari suatu masalah *formulas/ekspresions* (ungkapan/rumus). Kemudian melakukan perhitungan dari rumus yang sudah didapatkan *counting processes* (proses perhitungan). *Set of Outcomes* (seperangkat hasil) digunakan untuk proses perhitungan yang digunakan. *Set of Outcomes* (seperangkat hasil) dapat dilakukan karena soal yang diberikan masih sederhana.

Kata kunci: berpikir kombinatorik, kaidah pencacahan, masalah matematika

PENDAHULUAN

Salah satu kemampuan berpikir dalam operasional formal adalah berpikir kombinatorik. Flavell dalam Dahar (2011) mengemukakan berpikir kombinatorik adalah berpikir yang meliputi semua kombinasi benda, gagasan atau proposisi yang mungkin. Menurut Graumann (2002) berpikir kombinatorik adalah alat untuk memecahkan masalah, siswa harus menggunakan pemikiran kombinatorial mereka dan menemukan cara yang sistematis untuk memastikan atas semua kemungkinan. Individu yang melakukan operasional formal pada saat memecahkan suatu masalah akan menggunakan seluruh kombinasi/faktor yang mungkin ada kaitannya dengan

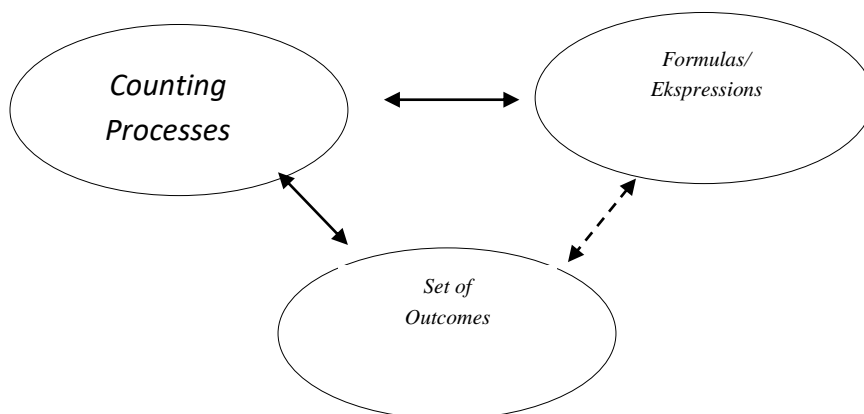
masalah tersebut. Kemampuan dalam melakukan kombinasi tersebut akan berdampak pada kemampuannya dalam memecahkan suatu masalah kombinatorial.

Graumann (2002) mengungkapkan "*combinatorial thinking is a special aspect of mathematical thinking*", yang artinya berpikir kombinatorik adalah aspek khusus dari berpikir matematika. Memiliki kemampuan berpikir kombinatorik penting, karena merupakan kemampuan dasar yang harus dimiliki untuk dapat memecahkan masalah-masalah matematika. Kemampuan *combinatorial thinking* siswa dipengaruhi oleh kemampuan memecahkan masalah. Seperti yang diungkapkan oleh Syahputra (2016) yang menyatakan kombinatorik memberikan situasi kolaborasi siswa untuk mengembangkan keterampilan verbal dan tulis dalam proses memecahkan masalah.

Kombinatorik memegang kunci utama dalam memecahkan banyak masalah enumerasi dalam matematika diskrit. Kombinatorik merupakan salah satu metode dalam enumerasi (Uripno & Rosyidi, 2019). Budayasa (2008) menyatakan bahwa bagian enumerasi itu sendiri mencakup aturan perkalian, aturan tambahan, permutasi dan kombinasi. Bagian ini adalah bagian kombinatorik dasar. Menjadi bagian yang paling dasar, kombinatorik dasar perlu dikuasai terlebih dahulu dari awal sebelum masuk ke bagian lain dari matematika diskrit. Topik kombinatorik juga merupakan salah satu kesulitan siswa dalam matematika Peserta karena sulit dipahami. Bahkan dalam kombinatorik tidak hanya sulit bagi siswa, tetapi juga guru (Melusova dan Vindermanova, 2015). Ini menjadi tantangan bagi semua pendidik, terutama matematika, untuk belajar lebih banyak tentang kombinatorik dan masalah yang dihadapi oleh siswa. Siswa juga merasa kesulitan untuk mengusulkan masalah terkait kombinatorik, sehingga untuk menganalisis masalah juga sulit (lockwood, 2011).

Rezaie & Gooya (2011), menjelaskan berpikir kombinatorik memiliki empat tingkatan, yaitu mengidentifikasi masalah, kemudian meyakinkan diri bahwa telah menghitung semua masalah, selanjutnya menggeneralisasi secara sistematis dan mengubah masalah menjadi masalah kombinatorial yang lain. Tingkatan berpikir kombinatorik ini yang nantinya akan menunjukkan siswa telah berpikir kombinatorik. Peneliti menggunakan masalah kombinasi dalam penelitian ini.

Berpikir kombinatorik merupakan cara berpikir yang menggabungkan antara ungkapan/rumus, proses perhitungan, dan hasil/kesimpulan, ketiga proses tersebut saling berhubungan dan berlangsung secara sistematis (Lockwood, 2013).



Gambar 1. Komponen Model Berpikir Kombinatorial Siswa

Pada gambar *set of outcomes* (seperangkat hasil) memiliki hubungan dengan *counting processes* (proses penghitungan). Demikian juga proses penghitungan memiliki hubungan dengan *formulas/ekspresions* (rumus/ungkapan). Namun, *formulas/ekspresions* (formula/ekspresi) dan *set of outcomes* (serangkaian hasil) memiliki yang hubungan rendah. Alasan mengapa hubungan antara seperangkat hasil (*set of outcomes*) dan rumus/ungkapan (*formulas/ekspresions*) sangat lemah, ini karena keduanya mereka adalah cara berpikir yang berlawanan.

Seperangkat hasil (*set of outcomes*) adalah membuat serangkaian kemungkinan. Proses penghitungan (*counting processes*) adalah mengacu pada proses "menghitung" dengan menyebutkan satu persatu (enumerasi) atau dimana mereka melibatkan aktivitas (mental atau fisik) dalam memecahkan masalah kombinatorik. Sedangkan rumus/ungkapan (*formulas/ekspresions*) adalah mengacu pada ekspresi/pernyataan matematis yang menghasilkan beberapa nilai numerik, rumus harus memiliki beberapa makna kombinatorial yang melekat atau bisa juga kombinasi dari numerik.

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan struktur berpikir kombinatorik siswa berdasarkan pada model komponen berpikir kombinatorik. Penelitian ini melihat bagaimana siswa menyelesaikan setiap masalah kombinatorik pada setiap komponen. Dalam penelitian sebelumnya, banyak hal telah diperiksa tentang pemikiran

kombinatorial. Langkah-langkah yang diambil siswa dan bagaimana siswa menggunakan langkah itu dalam menyelesaikan masalah belum diteliti.

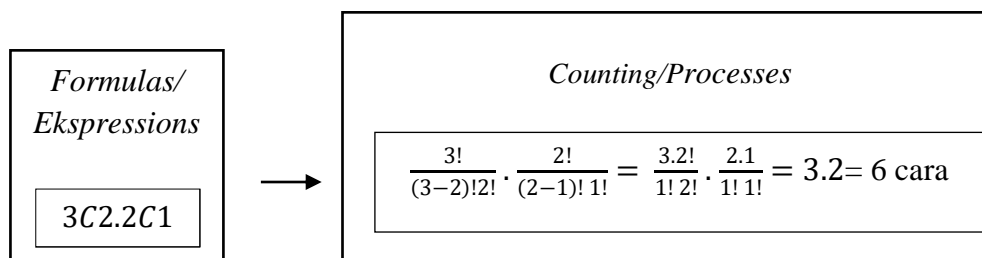
METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif. Penelitian ini menggunakan pendekatan fenomenologi. Dalam penelitian ini, peneliti menggungkap makna dari setiap informan dalam melihat, memahami, dan menggali kemampuan berpikir kombinatorik, selanjutnya menggambarkan bagaimana struktur berpikir kombinatorik pada siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Teknik pengambilan subjek yang digunakan dalam penelitian ini adalah subjek *purposive*. Peneliti memilih siswa kelas XII MIPA SMA Negeri di Kabupaten Purworejo yang sudah memperoleh materi kaidah pencacahan. Melalui diskusi peneliti dan guru matematika, peneliti diperbolehkan melakukan penelitian pada tanggal 5 Maret 2020 setelah pelajaran selesai dengan 10 calon subjek di salah satu kelas XII MIPA yang sudah mendapatkan materi kaidah pencacahan. Pengambilan data dilaksanakan dengan memberikan instrumen soal kepada 10 calon subjek. Alokasi waktu calon subjek menyelesaikan soal adalah 20 menit. Peneliti menyuruh calon subjek untuk menyuarakan ketika kesulitan menyelesaikan soal. Tujuan peneliti untuk melihat *think aloud* yang dilakukan oleh calon subjek. Selanjutnya calon subjek diwawancarai mengenai hasil tes yang mereka kerjakan. Berdasarkan hasil tes, wawancara, dan *think aloud* terdapat 6 jawaban yang identik dan tidak ada jawaban yang lebih benar. Dari 6 data yang sama peneliti memilih 2 subjek dalam penelitian ini.

Metode pengumpulan data dengan menggunakan tes, wawancara, *think aloud method*. Lembar instrumen soal terdiri dari satu buah soal materi kombinasi. Data yang dikumpulkan dalam penelitian ini bersifat deskriptif. Berikut adalah soal yang digunakan dalam penelitian ini: “Sebuah kelompok belajar terdiri dari 4 siswa laki-laki dan 3 siswa perempuan. Dari kelompok itu akan dipilih 3 siswa laki-laki dan 2 siswa perempuan untuk mengikuti kompetisi matematika. Banyaknya cara memilih siswa untuk mengikuti kompetisi tersebut”.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Peneliti pada bagian ini akan membahas tentang struktur berpikir kombinatorik siswa dalam menyelesaikan masalah matematika pada materi kaidah pencacahan. Siswa dalam menyelesaikan masalah peneliti sajikan dalam bentuk skema berikut.



Gambar 2. Skema Proses Penyelesaian Masalah Siswa

Siswa dalam menyelesaikan masalah yang diberikan peneliti menggunakan rumus kombinasi $3C2$ dan $2C1$. Ini menunjukkan siswa dalam menyelesaikan masalah tingkatan berpikir kombinatorik (Rezaie & Gooya, 2011) yang ke empat yakni mengubah masalah menjadi masalah kombinatorial yang lain.

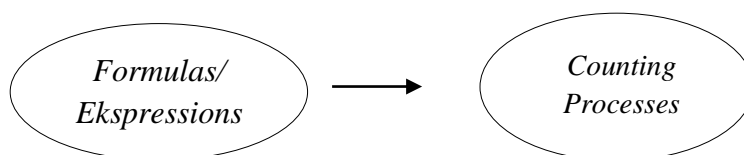
Siswa menyelesaikan soal tersebut dengan kombinasi karena urutannya yang tidak urut (acak). Budayasa (2008) menyatakan bahwa masalah kombinasi tidak memperhatikan urutan. Mendapatkan rumus dari suatu masalah merupakan komponen berpikir kombinatorik *formulas/ekspresions*. Dikuatkan dengan pendapat (Lockwood, 2013) bahwa komponen berpikir kombinatorik *formulas/ekspresions* mengacu pada ekspresi/ Pernyataan matematis yang menghasilkan beberapa nilai numerik, rumus harus memiliki beberapa makna kombinatorial yang melekat atau bisa juga kombinasi dari numerik. $3C2$ dan $2C1$ merupakan ekspresi atau pernyataan matematis yang menghasilkan nilai numerik, $3C2$ menghasilkan nilai numerik 3 sedangkan $2C1$ menghasilkan nilai numerik 2.

Setelah menemukan rumus masalah di soal. Siswa melakukan perhitungan dan mendapatkan hasil perhitungan. Siswa dalam melakukan perhitungan langkahnya berbeda-beda, tetapi mendapatkan hasil perhitungan yang sama. Siswa melakukan perhitungan dan mendapat hasil perhitungan dari rumus yang sudah diperoleh ini merupakan *counting processes*. Dikuatkan dengan pendapat Lockwood (2013), *counting processes* mengacu pada proses "menghitung" dengan menyebutkan satu persatu (enumerasi) atau dimana mereka melibatkan aktivitas (mental atau fisik)

dalam memecahkan masalah kombinatorik. *Counting processes* didapati pada saat siswa menghitung dengan rumus kombinasi sampai mendapatkan jawaban 6. Siswa dalam menyelesaikan soal tidak menyebutkan satu per satu (enumerasi) tetapi menggunakan rumus kombinasi.

Sedangkan serangkaian hasil (*set of outcomes*) diperoleh pada saat siswa menunjukkan penyelesaian masalah dengan cara enumerasi. Siswa dapat menunjukkan serangkaian hasil setelah menyelesaikan soal dengan enumerasi. Serangkaian hasil ini hanya digunakan untuk mengecek jawaban menggunakan cara kombinasi. Penelitian ini mendukung penelitian Lockwood dan Gibson (2015) bahwa dengan membuat daftar kemungkinan, siswa akan lebih tahu apa yang mereka hitung. Hasil penelitian ini memang mendukung melalui tahapan himpunan hasil, Peserta berhasil menjawab dengan benar dan tepat percaya diri dalam jawabannya.

Aini, Juniati, dan Siswono (2018) juga menunjukkan bahwa strategi yang digunakan oleh siswa dalam pemecahan masalah penerapan permutasi diperiksa kembali untuk meyakinkan diri mereka sendiri. Peserta juga menjawab dengan benar dalam berbagai cara yang mereka lakukan. Menurut Lockwood dan Gibson (2015), serangkaian hasil dapat menjadi strategi yang akurat untuk menyelesaikan kombinasi masalah. Meningkatkan keterampilan mendaftar, siswa dapat memahami urutan tinggi masalah berpikir (Uripno & Rosyidi, 2019). Serangkaian hasil (*set of outcomes*) juga salah satu strategi yang muncul di kedua peserta itu berarti mudah dilakukan tanpa informasi lebih lanjut tentang metode tersebut. Induksi pengadaan serangkaian hasil (*set of outcomes*) dalam pembelajaran dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan ini (Uripno & Rosyidi, 2019).



Gambar 2. Struktur Berpikir Kombinatorik Siswa

Dari gambar tersebut menunjukkan bahwa struktur berpikir kombinatorik dalam menyelesaikan masalah matematika. Serangkaian hasil (*set of outcomes*) ini hanya dapat digunakan untuk masalah kombinatorik yang sederhana, hal ini merupakan

serangkaian hasil (*set of outcomes*) untuk memperkuat pemahaman konsep tentang berpikir kombinatorik.

KESIMPULAN

Berdasarkan analisis data dan pembahasan, maka diperoleh simpulan bahwa struktur berpikir kombinatorik dalam menyelesaikan masalah matematika terdiri dari *formulas/ekspresions* yaitu dengan menentukan rumus dari suatu masalah. Selanjutnya melakukan penghitungan berdasarkan rumus atau proses penghitungan. Serangkaian hasil tidak digunakan siswa untuk menyelesaikan soal. Serangkaian hasil diperoleh setelah siswa menunjukkan penyelesaian masalah dengan cara enumerasi. Serangkaian hasil digunakan untuk masalah kombinatorik yang sederhana. Serangkaian hasil ini untuk mengecek penghitungan dan memperkuat pemahaman konsep tentang berpikir kombinatorik.

DAFTAR PUSTAKA

- Budayasa, I. K. 2008. *Matematika Diskrit*. Surabaya: Unesa University Pres.
- Dahar, R. W. 2011. *Teori-Teori Belajar dan Pembelajaran*. Jakarta: Erlangga.
- Uripno, G. & Rosyidi, A. H. 2019. Students' Combinatorial Thinking Processes in Solving Mathematics Problem. *Jurnal Riset Pendidikan dan Inovasi Pembelajaran Matematika*. Vol. 2, No. 2, Hlm. 80-92.
- Graumann, G. 2002. *General aims of mathematics education explained with examples in geometry teaching*. Palermo: The Mathematics Education into the 21st Century Project.
- Lockwood, E. 2011. Student connections among counting problems: An exploration using actor-oriented transfer. *Educational Studies in Mathematics*, 78(3), 307-322.
- Lockwood, E. 2013. A Model of Student's Combinatorial Thinking. *Journal of Mathematical Behavior* 32 (2013) 251-265.
- Melusova, J., & Vidermanova, K. 2015. Upper-secondary Students' Strategies for Solving Combinatorial Problems. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 197, 1703-1709.
- Margono. 2014. *Metodologi Penelitian Pendidikan*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Rezaie, M & Gooya, Z. 2011. What Do I Mean by Combinatorial Thinking?. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 11 (2011) 122-126.

Syahputra, E. 2016. Combinatorial Thinking (Analysis of Student's Difficultes and Alternative Solution). State University of Medan. *The Third Annual International Seminar On Trends in Science and Science Education*, hlm. 1-13.

Satori, D & Komariah, A. 2017. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Alfabeta.