

ANALISIS PROFIL MULTIPLE REPRESENTASI MAHASISWA PADA MATA KULIAH ANALISIS RIIL BERDASARKAN PRINSIP-PRINSIP TEORI BELAJAR DAVID AUSUBEL¹

oleh: Nizaruddin², Nurina Happy³, Yanuar Hery M⁴
email: masnizarchoz@yahoo.com

Abstract

The research with the title is "Profile Analysis of Students Multiple Representation on Real Analysis Subjects based on The Principle of Learning Theory by David Ausubel" has purpose to describe profile of students multiple representation based on the principle of learning theory by David Ausubel. This research is qualitative-exploratif research. Qualitative research because the procedure produce descriptive data that is written or spoken words from subject of research, and explorative research because this research express students profile of multiple representation on solving problem in real analysis subject. The data of this research got from written students' work on solving problem of real analysis problem based on the principle of meaningful learning and interview transcript from research subject. There are three subject in this research that have different level of self-efficacy. The location of research is in mathematics education study program, PGRI Semarang University. The result of this research are the multiple representation of subject with medium (M3) and low (M4) level of independency is not shown, but the multiple representation of subject with high independency (M2) can be shown in verbal and picture representation. The dimension of thinking based on meaningful learning by David Ausubel that are: the dimension of thinking with procedure orientation, process orientation, object orientation, concept orientation and versalite can not shown on subject with low and medium level of independency, but the dimension of thinking with process, concept, object orientation can be shown on subject with high level of independency. The versalite stage is not shown by subject with high, medium, and low level independency, but they can shown the stage of conceptual thinking. So, the multiple representation based on the principle of meaningful learning by David Ausubel with different independency level can be shown on subject with high level independency.

Keywords: Multiple Representation, Real Analysis, Learning Theory of David Ausubel

Abstrak

Penelitian dengan judul "Analisis Profil Multipel Representasi Mahasiswa pada Mata Kuliah Analisis Riil berdasarkan Prinsip-Prinsip Teori Belajar David Ausubel" bertujuan untuk mendeskripsikan profil multipel representasi mahasiswa berdasarkan prinsip-prinsip teori belajar David Ausubel. Jenis penelitian ini adalah kualitatif-eksploratif. Disebut penelitian kualitatif karena prosedur penelitiannya menghasilkan

¹ Hasil Penelitian Tahun 2014

² Dosen FPMIPATI UPGRIS

³ Dosen FPMIPATI UPGRIS

⁴ Dosen FPMIPATI UPGRIS

data deskriptif berupa kata-kata tertulis atau lisan dari subjek penelitian yang diamati, dan disebut eksploratif karena penelitian ini mengungkapkan profil representasi multipel mahasiswa dalam memecahkan masalah pada analisis riil. Dalam penelitian ini data yang diperoleh berupa catatan hasil pekerjaan mahasiswa dalam memecahkan masalah analisis riil berdasarkan prinsip-prinsip belajar bermakna secara tertulis dan transkrip hasil wawancara peneliti dengan subjek penelitian setelah subjek penelitian mengerjakan masalah analisis riil. Subyek dalam penelitian ini ada 3 mahasiswa dengan *self efficacy* (tingkat kemandirian) berbeda. Tempat penelitian dilakukan di program studi pendidikan matematika Universitas PGRI Semarang. Hasil Analisis profil multipel representasi mahasiswa matematika yang mengikuti kuliah analisis riil dengan tingkat kemandirian sedang dan rendah yaitu M3 (kemandirian sedang) dan M4 (kemandirian rendah) sama sekali belum terlihat, namun pada mahasiswa dengan tingkat kemandirian tinggi (M2) multiple representasi sudah terlihat walaupun masih sebagian (representasi verbal dan gambar). Sedangkan dimensi proses berpikir yang berorientasi pada pembelajaran bermakna David Ausubel yang meliputi: dimensi proses berpikir yang berorientasi prosedural, berorientasi proses, berorientasi obyek, berorientasi konsep dan *versalite* (kecakapan) juga belum diperlihatkan oleh mahasiswa dengan tingkat kemandirian sedang maupun rendah, namun mahasiswa dengan kemandirian tinggi sudah memperlihatkan dimensi berpikir yang berorientasi proses, konsep dan obyek. Tahapan kecakapan berpikir (*versalite*) belum diperlihatkan oleh mahasiswa dengan kemandirian tinggi, sedang maupun rendah namun pada tahapan berpikir secara konseptual sudah diperlihatkan oleh ketiganya. Jadi profil multipel representasi mahasiswa yang dilihat dari konsep belajar bermakna D. Ausubel dengan tingkat kemandirian yang berbeda baru terlihat pada mahasiswa dengan kemandirian tinggi.

Kata kunci: Multipel Representasi, Analisis Riil, Teori Belajar D. Ausubel

A. PENDAHULUAN

Matematika adalah sebuah system representasi abstrak yang digunakan dalam Studi angka, bentuk, struktur dan perubahan dan hubungan antara konsep-konsep. Matematika sering disebut sebagai ilmu deduktif aksiomatis yang berangkat dari hal-hal yang abstrak. Gilfeather & Regato (1999) mengungkapkan matematika adalah sebuah area investasi dimana analisis secara logis, serta hubungan urutan, operasi, dan struktur. Berkaitan dengan matematika sekolah, Romberg & Kaput (2009: 5) menyatakan bahwa matematika merupakan suatu kegiatan manusia yang mencerminkan hasil karya matematikawan, yaitu menyelidiki mengapa suatu teknik dapat bekerja, menemukan teknik baru, membenarkan pernyataan, dan lain sebagainya.

NCTM (2000: 20-21) mengungkapkan beberapa prinsip dalam belajar matematika, yaitu mempelajari matematika dengan pemahaman adalah suatu hal yang esensial dan siswa dapat mempelajari matematika dengan pemahaman. Pemahaman dalam pembelajaran matematika merupakan hal yang esensial karena pemahaman

memungkinkan siswa untuk menyelesaikan jenis masalah masalah baru yang mungkin akan ditemui siswa di masa mendatang. Selanjutnya, untuk memungkinkan siswa dapat mempelajari matematika dengan pemahaman, maka dalam pelaksanaannya di kelas, siswa secara aktif dilibatkan untuk membangun pengetahuan baru berdasar pengalaman dan pengetahuan yang telah dimiliki sebelumnya.

Berpikir analisis dan penalaran merupakan dua bagian penting yang tidak terpisahkan dalam proses pembelajaran matematika yang seharusnya menjadi modal dasar pada setiap mahasiswa sebelum menyelesaikan setiap masalah matematika. Proses berpikir nalar dan analisis mahasiswa akan mudah dideteksi oleh dosen jika mahasiswa mampu menginterpretasikan berbagai alternatif penyelesaian masalah yang ditunjukkan dengan representasi, dimana semua tahapan pemecahan masalah direpresentasikan dalam berbagai bentuk. Representasi sangat berperan dalam matematika, yaitu untuk mengubah ide abstrak menjadi konsep yang nyata, misalnya dengan gambar, simbol, kata-kata, grafik, tabel dan lain-lain. Selain itu matematika memberikan gambaran yang luas dalam hal analogi konsep dari berbagai topik yang ada. Dengan demikian diharapkan bahwa bilamana siswa memiliki akses ke representasi-representasi dan gagasan gagasan yang mereka tampilkan mereka, maka mereka memiliki sekumpulan alat yang secara signifikan siap memperluas kapasitas mereka dalam berpikir secara matematis (NCTM, 2000).

Multiple representations (representasi ganda) dirasa sesuai dengan proses kognisi siswa dalam proses pemecahan masalah walaupun pada kenyataannya masih terjadi kesukaran dalam menjembatani representasi-representasi secara fleksibel berpindah dari satu representasi ke representasi lainnya (Yerushalmy,1997). Ferrini-Mundy dan Graham (1993) mengungkapkan bahwa dalam belajar aljabar, siswa seringkali merasa puas dengan hasil yang berbeda dengan representasi yang berbeda, dan tidak selalu menyadari bahwa hasilnya ini tidak konsisten, bahkan saling berkontradiksi. Demikian pula, Sfard (1992), Greer dan Harel (1998), Hong, Thomas, dan Kwon (2000), Greeno dan Hall (dalam Zachariades, Christou, dan Papageorgiou, 2002) mengatakan bahwa siswa mempunyai kemampuan minimal dalam menjembatani representasi representasi tanpa memahami benang merah antar ide konsep materi-materi yang direpresentasikan.

Kendala implementasi *multiple representations* dalam mengubah berbagai bentuk representasi mahasiswa ke bentuk representasi lain secara fleksibel bisa

dilengkapi dengan prinsip-prinsip teori belajar bermakna D.Ausubel yaitu mengaitkan informasi yang akan dipelajari mahasiswa dan disusun sesuai dengan struktur kognitif yang dimiliki mahasiswa sehingga mahasiswa dapat mengaitkan informasi barunya dengan struktur kognitif yang dimilikinya. Struktur kognitif dapat berupa fakta-fakta, konsep-konsep maupun generalisasi yang telah diperoleh atau bahkan dipahami sebelumnya oleh mahasiswa.

Analisis riil (secara tradisional, teori fungsi riil variabel) adalah cabang dari analisis matematika yang berkaitan dengan bilangan riil dan fungsi bernilai riil. Secara khusus, ini berhubungan dengan sifat analitik fungsi riil dan urutan, termasuk konvergensi dan batasan urutan bilangan riil, kalkulus bilangan riil, dan kontinuitas, kelancaran dan property terkait fungsi bernilai riil). Studi analisis riil memiliki nilai besar bagi pelajar yang ingin melampaui manipulasi formula biasa untuk memecahkan masalah standar, kemampuan berpikir deduktif dan menganalisa contoh rumit adalah penting untuk memodifikasi dan memperluas konsep untuk konteks baru (Batle, 1994).

Sebagai mata kuliah, analisis riil merupakan mata kuliah yang diajarkan pada mahasiswa jenjang S1 dan S2. Mata kuliah ini sebenarnya mempelajari bukti-bukti dan cara pembuktian dari materi tentang bilangan riil yang telah diketahui oleh mahasiswa. Tujuan dari pembelajaran mata kuliah ini diantaranya adalah agar mahasiswa memiliki pengetahuan dasar analisis matematika, khususnya tentang bilangan, barisan, fungsi, limit, dan turunan. Tujuan lain adalah agar mahasiswa mampu bernalar (baik secara intuitif maupun analitis) dan mengekspresikan hasil penerapannya secara tertulis, sistematis dan rigorous.

Berdasarkan uraian di atas penulis berkeinginan untuk mengetahui dan mendeskripsikan profil-profil *multiple representations* mahasiswa dalam pemecahan masalah matematika pada mata kuliah analisis riil materi limit fungsi. Di samping mengetahui dan mendeskripsikan profil juga dilakukan kajian tentang pemecahan masalah matematika yang menggunakan prinsip-prinsip belajar bermakna D. Ausubel.

B. METODE PENELITIAN

Subjek dalam penelitian ini adalah tiga mahasiswa pendidikan matematika yang memiliki kemandirian (*self efficacy*) tinggi, sedang dan rendah. Sedangkan jenis penelitian ini adalah kualitatif eksploratif. Data hasil penelitian kualitatif berupa fakta-

fakta yang dipaparkan sesuai dengan kenyataan yang terjadi dalam penelitian (Budiyono, 2003: 9). Metode kualitatif menunjuk pada prosedur riset yang menghasilkan data kualitatif seperti: ungkapan atau catatan orang atau tingkah laku orang. Pendekatan ini mengarah kepada keadaan individu secara utuh. Proses yang diamati adalah kegiatan mahasiswa pada saat memecahkan masalah matematika. Selain itu, dalam penelitian ini peneliti bertindak sebagai instrument kunci (utama) karena peneliti yang merencanakan, merancang, melaksanakan, mengumpulkan data, menganalisis data dan menarik kesimpulan serta menyusun laporan penelitian.

Pendekatan penelitian ini adalah penelitian kualitatif-eksploratif. Disebut penelitian kualitatif karena prosedur penelitiannya menghasilkan data deskriptif berupa kata-kata tertulis atau lisan dari orang-orang atau tentang perilaku yang diamati, dan disebut eksploratif karena penelitian ini akan mengungkap profil representasi multipel mahasiswa dalam memecahkan masalah pada analisis riil. Dalam penelitian ini data yang diperoleh berupa catatan hasil pekerjaan mahasiswa dalam memecahkan masalah analisis riil berdasarkan prinsip-prinsip belajar bermakna secara tertulis dan transkrip hasil wawancara peneliti dengan subjek penelitian setelah subjek penelitian mengerjakan masalah analisis riil. Berdasarkan subjek penelitian yang memenuhi kriteria, kemudian dilakukan pengambilan dan pengumpulan data. Sugiyono, (2008: 224) menyatakan bahwa pengumpulan data dapat dilakukan dalam berbagai *setting*, berbagai sumber dan berbagai cara. Data pada penelitian ini dikumpulkan secara langsung oleh peneliti, sehingga instrumen utama penelitian ini adalah peneliti sendiri yang dibantu dengan instrumen bantu berupa instrumen bantu pertama berupa tes pemecahan masalah yang digunakan untuk mengumpulkan data tertulis mengenai profil representasi multipel siswa, dan instrumen bantu kedua berupa pedoman wawancara.

a. Instrumen utama

Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri yang bertujuan untuk mencari dan mengumpulkan data langsung dari sumber data. Karena peneliti sebagai instrumen, maka peneliti harus sanggup menyesuaikan diri dan berinteraksi secara langsung dan tuntas dengan fenomena yang sedang dipelajari.

b. Instrumen bantu pertama

Instrumen bantu pertama ini berupa tes tertulis tentang pemahaman mahasiswa tentang definisi, teorema, maupun lemma pada nanalisis riil, butir soal analisis riil. Instrumen ini dibuat untuk mengumpulkan data tertulis mengenai profil representasi multipel mahasiswa dalam memecahkan masalah pada analisis riil berdasar prinsip-

prinsip belajar bermakna. Sebelum digunakan, instrumen ini akan divalidasi oleh dosen pendidikan matematika yang berpengalaman dalam bidang penelitian kualitatif.

Validasi dilakukan dengan mengacu pada lembar validasi yang memuat sejumlah pertanyaan yang berkaitan dengan kesesuaian materi tes, kejelasan butir pertanyaan serta kesesuaian bahasa yang digunakan. Apabila indikator yang dikemukakan dapat mengungkap profil representasi multiple mahasiswa dalam pemecahan masalah, maka validator akan memberikan tanda ceklis pada lembar validasi sesuai kolom yang tersedia. Analisis data pada rancangan penelitian ini merupakan proses mencari dan menyusun secara sistematis data yang diperoleh dari hasil tes tertulis dan hasil wawancara, dengan cara mereduksi data (yaitu kegiatan yang mengacu pada proses pemilihan, pemusatan perhatian, penyederhanaan, pengabstraksian dan transformasi data mentah di lapangan), memaparkan data (meliputi pengklasifikasi dan identifikasi data, yaitu menuliskan kumpulan data yang terorganisir dan terkategori sehingga memungkinkan untuk menarik kesimpulan dari data tersebut), dan menarik kesimpulan dari data yang telah dikumpulkan dan memverifikasi kesimpulan tersebut (Miles dan Huberman dalam Sugiyono, 2008).

1. Analisis data tertulis

- a. Analisis tugas tertulis berdasarkan kebenaran isi definisi, teorema, dan lemma. Dan pemecahan soal yang dilakukan mahasiswa dengan dipandu petunjuk penyelesaian dan kuncinya.
- b. Dari jawaban mahasiswa tersebut, dilakukan pengklasifikasian dan identifikasi data (yaitu menuliskan kumpulan data yang terorganisir dan terkategori sehingga memungkinkan untuk menarik kesimpulan dari data tersebut).
- c. Menarik kesimpulan dari data yang telah dikumpulkan dan memverifikasi kesimpulan tersebut.

2. Analisis data hasil wawancara

- a. Reduksi data yaitu kegiatan yang mengacu pada proses pemilihan, pemusatan perhatian penyederhanaan pengabstraksian dan transformasi data mentah di lapangan. Apabila terdapat data yang tidak valid, maka data itu dikumpulkan tersendiri dan mungkin dapat digunakan sebagai verifikasi ataupun hasil-hasil samping lainnya.
- b. Dari jawaban mahasiswa tersebut dilakukan pengklasifikasian dan identifikasi data yaitu menuliskan kumpulan data yang terorganisir dan terkategori sehingga

memungkinkan untuk menarik kesimpulan tersebut

- c. Menarik kesimpulan dari data yang telah dikumpulkan dan memverifikasi kesimpulan tersebut.

Hasil analisis data tes tertulis dan data wawancara ditriangulasi untuk mendapatkan data yang valid. Data yang valid tersebut digunakan untuk mengetahui profil representasi multiple siswa dalam pemecahan masalah berdasarkan prinsip-prinsip belajar bermakna. Selain itu, hasil analisis data wawancara juga digunakan sebagai dasar untuk mendeskripsikan alur representasi yang ditunjukkan siswa dalam pemecahan masalah yang diberikan.

C. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil penelitian terhadap 3 mahasiswa semester VII yang memiliki *self efficacy* tinggi, sedang dan rendah yang sedang menempuh mata kuliah analisis riil, diperoleh hasil analisis profil multiple representasi untuk masing-masing mahasiswa yang mengacu pada indikator multiple representasi santos. Sebenarnya ada tiga jenis representasi: internal, eksternal, dan bersama (*shared*), namun pada pembahasan ini representasi yang dikaji adalah representasi eksternal. Subyek penelitian diambil berdasarkan *self efficacy* (kemandirian) mahasiswa yang digolongkan kedalam 3 tingkatan, kemandirian tinggi yaitu subyek M2, tingkatan sedang diambil subyek M4 sedangkan subyek dengan kemandirian rendah yaitu subyek M3. Tiga mahasiswa yang diambil sebagai subjek berdasarkan kemandirian dengan kemampuan multiple representasi (simbolik, grafik, dan numerik) yang dikaji meliputi lima tahapan berikut:

1. Proses berpikir yang berorientasi pada prosedur (*procedure-oriented knowing*) – keberhasilan memperoleh solusi dengan mengikuti suatu set prosedur (atau aturan), yang mungkin atau tidak bermakna bagi mahasiswa untuk menyelesaikan suatu masalah. Prosedur ini tidak selalu tidak bermakna dan tidak terbatas pada suatu aplikasi prosedur yang telah diketahui, termasuk di dalamnya kemampuan menginterpretasi dan merepresentasi masalah dalam suatu system representasi, dan tahu bilamana dan bagaimana menerapkan prosedur tersebut.
2. Proses berpikir yang berorientasi pada proses – mahasiswa telah merangkul dan menginteriorisasi suatu prosedur secara total. Tidak berorientasi pada tahapan-tahapan dan terurut, melainkan lebih global dan holistic. Mahasiswa mempunyai ide proses apa yang digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah dan bilamana proses

ini sesuai. Termasuk kemampuan untuk menjelaskan dan merefleksikan pada prosedur-prosedur tanpa perlu mendemonstrasikannya.

3. Proses berpikir yang berorientasi pada obyek – suatu proses yang dioperasikan sebagai suatu obyek. Mahasiswa dapat merefleksikan pada proses, dan juga dapat membangun suatu entity matematis. Mereka mengenal suatu representasi seperti memotret suatu operasi dan mengenal hasil dari operasi tersebut.
4. Proses berpikir yang berorientasi pada konsep – tahapan dengan mahasiswa dapat menciptakan gambaran yang ‘lebih besar’, terdiri dari skema-skema yang memuat prosedur, proses, dan obyek yang teratur urutannya. Mahasiswa dengan pemahaman ini dapat menjawab mengapa prosedur dan proses tertentu digunakan dan mampumenciptakan suatu link-link secara konseptual melalui representasi, dan mengaitkan proses dan obyek-obyek untuk digunakan dalam pemecahan masalah.
5. Proses berpikir yang *versatile* (cakap dalam berbagai hal) –mahasiswa memiliki pengetahuan yang cukup luas dari empat jenis proses berpikir yang dijelaskan diatas, sehingga mampu untuk memilih cara dalam pemecahan masalah, dan dapat mengembangkan kemampuan metakognitif dalam memilih perspektif yang sesuai pada setiap waktu, serta berpindah dari satu perspektif ke perspektif lain apabila diperlukan.

4.1 Analisis Data SubyekM2

Berikut disajikan hasil pengerjaan soal subyek M2:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1}{1 + x} = \frac{1}{2} \quad (x > 0)$$

Adh $(\forall \epsilon > 0) (\exists \delta(\epsilon) > 0) (x \in A) (0 < |x - 1| < \delta(\epsilon)) \Rightarrow |f(x) - L| < \epsilon$

Dikerjakan $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{1 + x}$, $L = \frac{1}{2}$, $c = 1$

Ambil $\epsilon > 0$ sekarang $(\exists \delta(\epsilon) > 0) (x \in A) (0 < |x - 1| < \delta(\epsilon)) \Rightarrow \left| \frac{x^2 - x + 1}{1 + x} - \frac{1}{2} \right| < \epsilon$

\rightarrow Pilih $\delta(\epsilon) = 1$
 Perhatikan $0 < |x - 1| < 1$
 $0 < x - 1 < 1$
 $-1 < x - 1 < 1$
 $-1 + 1 < x - 1 + 1 < 1 + 1$

$\left(\begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ 0 \quad 1 \quad 2 \end{array} \right)$

$$\begin{aligned}
 &> \text{Pilih } \delta(\epsilon) = \inf \{ \delta_1(\epsilon), \delta_2(\epsilon) \} \\
 &= \min \left\{ 1, \frac{2}{3} \epsilon \right\} \\
 \text{Maka } |f(x) - L| &= \left| \frac{x^2 - x + 1}{1 + x} - \frac{1}{2} \right| \\
 &= \left| \frac{2x^2 - 3x + 1}{2x + 2} \right| \\
 &= \left| \frac{2x-1}{2x+2} \right| |x-1| \\
 &< \frac{3}{2} \delta(\epsilon) = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \epsilon = \epsilon
 \end{aligned}$$

Jadi $(\forall \epsilon > 0) (\exists \delta(\epsilon) > 0) (x \in A) (0 < |x-2| < \delta(\epsilon) \Rightarrow \left| \frac{x^2 - x + 1}{1 + x} - \frac{1}{2} \right| < \epsilon$

Maka $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1}{1 + x} = \frac{1}{2} \quad (x > 0)$

Tabel 4.1. Profil Multipel Representasi untuk Subjek M2 berdasarkan dimensi proses berpikir

Dimensi Proses Berpikir	Representatif		
	Simbolik	Grafis	Numerik/tabular
Berorientasi Prosedur	Subjek M2 mampu Memanipulasi symbol dalam hasil pekerjaanya secara lengkap namun belum sistematis, selain itu ada beberapa simbol yang tidak sesuai yaitu pada penulisan delta epsilon.	Subjek M2 membuat grafik untuk menghitung prosedur penemuan delta.	Subjek M2 sudah menggunakan prosedur untuk memperoleh hasil numeric dalam penyelesaian masalah untuk menunjukkan limit barisan.
Berorientasi Proses	Subjek M2 dapat menginterpretasikan makna simbol yang dituliskan	Belum menggambarkan bentuk grafik dalam proses menentukan limit barisan	Subjek M2 memahami dan menerapkan proses dalam bentuk numeric terutama dalam menentukan delta
Berorientasi Obyek	Beroperasi dengan simbol yang relevan dengan obyek limit barisan yang dituju.	Sudah ada beberapa bagian yang menggunakan grafis dalam pemahaman terhadap objek	Subjek M2 belum menginterpretasi tabel dalam penyelesaian masalah
Berorientasi konsep	Subjek M2 sudah mampu mengaitkan prosedur dan proses, yang diterapkan pada berbagai representasi pada konsep barisan bilangan riil serta mampu mengidentifikasi dan mengoperasi pada obyek konsep barisan itu sendiri.		
Versatile (cakap)	Subjek M2 dan mampu mengidentifkasi dan menggunakan obyek, proses dan prosedur yang sesuai, dalam berbagai representasi, secara keseluruhan subjek M2 belum memperlihatkan penggunaan multipel representasi dalam penyelesaian masalah.		

4.2 Analisis data subyek M3

Mahasiswa dengan *self efficacy* rendah dikodekan dengan M3 dan pewawancara dengan M1. M3 merupakan mahasiswa dengan kemandirian rendah hasil pekerjaan M3 dalam menentukan barisan suatu limit disajikan sebagai berikut:

Week 1/2019
13/12/19

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1}{1+x} = \frac{1}{2} \quad (x > 0)$$

Dengan konsep limit
 substitusi nilai? $x_n = 1 - \frac{1}{n} \quad (n \rightarrow \infty)$

$$f(x_n) = g(x_n) = \frac{x^2 - x + 1}{1+x} = \frac{1}{2}$$

$$g(x_n) = \frac{(1 - \frac{1}{n})^2 - (1 - \frac{1}{n}) + 1}{1 + (1 - \frac{1}{n})} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} g(x_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1 - \frac{1}{n})(1 - \frac{1}{n}) - (1 - \frac{1}{n}) + 1}{1 + (1 - \frac{1}{n})} = \frac{1}{2}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} - 1 + \frac{1}{n} + 1}{2 - \frac{1}{n}} = \frac{1}{2}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n} + 1}{2 - \frac{1}{n}} = \frac{1}{2}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 0 + 1}{2 - 0} = \frac{1}{2}$$

terbukti

Mahasiswa dengan *self efficacy* sedang dikodekan dengan M4 dan pewawancara dengan M1. M4 merupakan mahasiswa dengan kemandirian sedang, hasil pekerjaan M4 dalam menentukan limit suatu bilangan riil disajikan sebagai berikut:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1}{1+x} = \frac{1}{2} \quad (x > 0)$$

Penyelesaian:
 misal $g(x) = \frac{x^2 - x + 1}{1+x} \quad (x > 1)$

$$g(x_n) = \frac{(1 - \frac{1}{n})^2 - (1 - \frac{1}{n}) + 1}{1 + (1 - \frac{1}{n})} \quad (x_n > 1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} g(x_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1 - \frac{1}{n})(1 - \frac{1}{n}) - (1 - \frac{1}{n}) + 1}{1 + 1 - \frac{1}{n}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} - 1 + \frac{1}{n} + 1}{2 - \frac{1}{n}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n} + 1}{2 - \frac{1}{n}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n} + 1}{2 - \frac{1}{n}}$$

$$= \frac{0 - 0 + 1}{2 - 0}$$

$$= \frac{1}{2} \quad \text{terbukti, bahwa } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1}{1+x} = \frac{1}{2} \quad (x > 1)$$

Secara keseluruhan subyek M3 maupun M4 belum memperlihatkan penggunaan multiple representasi dalam penyelesaian masalah yang berkaitan dengan limit barisan bilangan riil, namun pada subyek M2 sudah sedikit memperlihatkan penggunaan multiple representasi dalam penyelesaian masalah baik representasi gambar maupun grafik.

Secara konseptual kebermaknaan penyelesaian masalah hanya diperlihatkan pada subyek M2, sedangkan subyek M3 dan M4 belum memaknai masing-masing tahapan penyelesaian dan member penjelasan untuk masing-masing konsepnya.

D. PENUTUP

Profil multipel representasi mahasiswa matematika yang mengikuti kuliah analisis riil dengan tingkat kemandirian sedang dan rendah yaitu M3 (kemandirian sedang) dan M4 (kemandirian rendah) sama sekali belum terlihat, namun pada mahasiswa dengan tingkat kemandirian tinggi (M2) multipel representasi sudah terlihat walaupun masih sebagian (representasi verbal dan gambar). Sedangkan dimensi proses berpikir yang berorientasi pada pembelajaran bermakna David Ausubel yang meliputi: dimensi proses berpikir yang berorientasi prosedural, berorientasi proses, berorientasi obyek, berorientasi konsep dan *versalite* (kecakapan) juga belum diperlihatkan oleh mahasiswa dengan tingkat kemandirian sedang maupun rendah, namun mahasiswa dengan kemandirian tinggi sudah memperlihatkan dimensi berpikir yang berorientasi proses, konsep dan obyek. Tahapan kecakapan berpikir (*versalite*) belum diperlihatkan oleh mahasiswa dengan kemandirian tinggi, sedang maupun rendah namun pada tahapan berpikir secara konseptual sudah diperlihatkan oleh ketiganya. Jadi profil multipel representasi mahasiswa yang dilihat dari konsep belajar bermakna D. Ausubel dengan tingkat kemandirian yang berbeda baru terlihat pada mahasiswa dengan kemandirian tinggi. Oleh karena itu, dalam perkuliahan analisis riil sudah seharusnya menggunakan berbagai metode untuk membuktikan atau menunjukkan suatu teorema tertentu agar melatih mahasiswa dalam memunculkan berbagai multipel representasinya. Disamping itu, variasi pendekatan penyelesaian masalah dalam analisis riil menjadi hal yang sangat penting untuk memunculkan multipel representasi, maka dari itu dosen seharusnya memberikan berbagai dan ragam dalam penyelesaian satu masalah tertentu secara mendalam.

E. DAFTAR PUSTAKA

Abrams, J.P. (2001). Teaching Mathematical Modeling and the Skills of Representation.

Dalam A. Cuoco dan F. Curcio (Eds.): *The Roles of Representation in School Mathematics* (269-282). Reston, VA: NCTM.

Budiyono. 2003. *Metodologi Penelitian Pendidikan*. Surakarta: UNS Press.

- Henk Vos dan E. D. Graff. (2004). Developing Metacognition: a Basis For Active Learning. *European Journal of Engineering Education*. 29. 543-548.
- Ivie, Stanley. D. (1998). Ausubel's Learning Theory: An Approach To Teaching Higher Order Thinking Skills. *High School International Journal*, vol 35 (1), 35-39.
- Lexy J Moleong. 2007. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Remaja Rosdakarya Offset.
- Muhtarom. 201 . *Analisis Proses Berpikir Siswa Kelas IX SMP dalam Memecahkan Masalah Matematika*. UNS Surakarta, Tesis: tidak diterbitkan.
- Novak, J. D. (2011). A theory of Education: Meaningful Learning Underlies The Constructive Integration of Thinking, Feeling, and Acting Leading To Empowerment for Comitment and Responsibility.” *Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review*, Vol (2), 1-14.
- Santos, A. G. D. dan Thomas, M. (2003). Representational Ability and Understanding of Derivative. Dalam N. A. Pateman, B. J. Dougherty, dan J. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2. Honolulu, Hawai'i: University of Hawai'i.
- Stanley Dewanto. (2007). *Meningkatkan Kemampuan Representasi Multipel Matematis Mahasiswa melalui Belajar Berbasis-Masalah*. Disertasi UPI: Tidak diterbitkan.
- Sugiyono. (2008). *Metode Penelitian Pendidikan Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Syaifuddin Azwar. 2007. *Metode Penelitian*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Tall. (1991). The Psychology of Advanced Mathematical Thinking. Dalam D.O. Tall, (ed), *Advanced Mathematical Thinking*. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.