

# GREY DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING DENGAN OPTIMASI LEVENBERG-MARQUARDT UNTUK PERAMALAN VOLUME PENUMPANG DI BANDARA SOEKARNO-HATTA

Arum Handini Primandari

Fakultas MIPA, Universitas Islam Indonesia  
Email: primandari.arum@uii.ac.id

## Abstrak

Pesawat menjadi primadona untuk perjalanan jauh karena waktu tempuhnya yang jauh lebih singkat dibanding moda transportasi lain. Terlebih lagi, dalam beberapa tahun belakangan, industri penerbangan saling bersaing untuk menyediakan penerbangan murah. Hal demikian mendorong popularitas pesawat sebagai moda transportasi yang ekonomis. Untuk memenuhi kebutuhan penumpang pesawat yang semakin banyak, kemudian dibangunlah beberapa infrastruktur penunjang. Keefektifan pembangunan tersebut akan terpenuhi dengan adanya informasi tentang prediksi volume penumpang. Volume penumpang dapat diprediksi menggunakan model klasik seperti pemulusan eksponensial ganda (double exponential smoothing) yang lebih sederhana dan memiliki akurasi cukup tinggi. Namun, ketidakteraturan data volume penumpang di Indonesia menjadikan model klasik, double exponential smoothing (DES), tidak dapat mengikuti pola maupun trend data dengan baik. Selain itu, model klasik sering mengalami overfitting dimana hasil prediksi jauh melebihi data sesungguhnya. Oleh karena itu, dibutuhkan model yang dapat menangani masalah tersebut. Metode Grey yang diaplikasikan pada DES (GDES) akan menggenerasi kurva pemulusan yang menunjukkan trend yang lebih jelas sehingga memungkinkan untuk melakukan fitting data dengan lebih baik. Sebagai hasil, walaupun kurva fitting GDES memiliki kesalahan yang lebih besar daripada DES, tetapi GDES memiliki hasil peramalan yang lebih tepat dibandingkan DES.

**Keyword:** Double Exponential Smoothing, Metode Grey, Levenberg-Marquardt

## Abstract

Aircraft has become the best choice for long distance traveling because it has shortest travel time than any other transportations. Moreover, in recent years, aviation industries have competed for providing low cost flight so that it can also be enjoyed by middle class society. Thus escalate the popularity of aircraft as economical carrier. Knowing the volume of passengers in advance will help government and related institutions to effectively providing facilities. The volume of passengers can be predicted using classic model such as double exponential smoothing model which is simpler and has high accuracy. However, the randomness of Indonesian passenger volume data cause double exponential smoothing (DES) cannot follow both data pattern and data trend. Moreover, classic model often encounters overfitting where the prediction is bigger than the actual data. Therefore, we employed Grey Method applied on DES (GDES) to overcome this problem. GDES enabled the researcher to perform better data fitting because it would generate smoothing curve which showed clearer trend. As the result, although GDES fitting curve had higher error measurement (MSE) than DES, the forecasting result of GDES was more precise than DES.

**Keyword:** Double Exponential Smoothing, Grey Method, Levenberg-Marquardt

Style Definition: Caption: Space Before: 18 pt, After: 12 pt

Formatted: Font: Not Bold

## 1. PENDAHULUAN

Ketersediaan infrastuktur berupa moda transportasi yang cukup berguna untuk memperlancar perpindahan penduduk baik permanen maupun sementara. Pada dasarnya, jenis moda transportasi dibedakan menjadi tiga yaitu jalur darat, udara, dan laut. Dari ketiga jalur tersebut, jalur udara adalah jalur tercepat untuk jarak tempuh yang panjang. Walaupun terdapat beberapa isu menyangkut keselamatan penerbangan, tetapi seiring dengan perkembangan teknologi, resiko kecelakaan pesawat dapat diminalisir (BBC, 2014).

Di awal 90an, transportasi udara diperhitungkan sebagai jasa mewah yang hanya dapat dinikmati oleh masyarakat kalangan atas. Akan tetapi di awal 2000an, muncul beberapa perusahaan aviasi komersial yang menyediakan jasa penerbangan murah sehingga kalangan menengah bawah pun bisa menikmati fasilitas ini. Salah satu perusahaan penerbangan dengan jargon *we make people fly*, telah membuktikan eksistensinya hingga sekarang dalam menyediakan penerbangan murah. Oleh karena alasan ekonomis tersebut, pesawat menjadi primadona dalam transportasi jarak jauh.

Bandara Soekarno-Hatta (Soetta) yang terletak di Tangerang, Jakarta dan berada di

bawah PT. Angkasa Pura II, merupakan salah satu bandara internasional di Indonesia. Oleh karena letaknya yang berada di ibukota negara, Soetta dapat dikatakan sebagai bandara utama di Indonesia. Sebagai upaya untuk meningkatkan pelayanan Soetta, dibangunlah Terminal 3 Ultimate yang akan beroperasi 15 Juni 2015. Pembangunan terminal tersebut terkait dengan kepadatan volume penumpang yang cukup tinggi (Akhir, 2016).

Prediksi volume penumpang dapat dilakukan secara intuisi, sebagai contoh ketika menjelang hari raya Idul Fitri atau libur panjang, maka volume penumpang akan melonjak. Namun, prediksi jenis ini tidak terukur kesalahan prediksinya dan tidak dapat secara tepat menentukan jumlah suatu nilai. Oleh karenanya, masih diperlukan adanya peramalan volume penumpang dengan suatu kajian ilmiah. Adanya prediksi yang (cukup) tepat akan membantu pemerintah dan lembaga-lembaga terkait untuk memenuhi kebutuhan dari penumpang dengan efektif dan efisien.

Berdasarkan data volume penumpang yang memiliki kecenderungan naik, maka dapat digunakan beberapa model peramalan baik deterministik maupun stokastik yang mengakomodasi kecenderungan tersebut. Berbeda dengan model stokastik yang

memerlukan asumsi stasioneritas, model deterministik tidak memerlukan asumsi. Hal ini menyebabkan model deterministik lebih sederhana untuk diaplikasikan. Selain itu, prediksi dari model deterministik memiliki keakuratan tinggi. Pada beberapa kasus, model deterministik mengungguli model stokastik (Wu, Liu, & Yang, 2016).

Model deterministik bekerja dengan parameter-parameter pemulusan, seperti parameter pemulusan *level*, *trend*, dan *musiman*. Penggunaan parameter tersebut, disesuaikan dengan jenis data yang akan diolah. Sebagai contoh, apabila suatu data mengandung pola musiman, maka model deterministik yang tepat digunakan adalah Holt-Winter (Hyndman, Koehler, Ord, & Snyder, 2008). Pada penelitian ini, data volume penumpang memiliki kecenderungan naik atau turun (*trend*) hiperbolik sehingga model yang digunakan adalah model pemulusan ganda (*double exponential smoothing*), yang selanjutnya disebut DES. Model ini menggunakan satu parameter yang pemulusan yang melakukan pembobotan lebih pada data terkini, dibanding data yang lebih lampau (Min & Kim, 2013; Makridakis, Wheelwright, & McGee, 1999). Pada kasus serupa, yaitu untuk memprediksi data historis dari *cloud provider's* menunjukkan model DES lebih baik dalam melakukan prediksi dibanding model deterministik dengan satu

parameter. (Adamuthe, Gage, & Thamp, 2015).

*Metode Grey yang diaplikasikan pada model deterministik pada beberapa penelitian menghasilkan peramalan yang lebih baik. Pada peramalan harga babi di China, yang membandingkan performa dari model Holt, Holt-Winters, metode grey pada DES, ARIMA, dan model G(1,1) menunjukkan bahwa metode grey yang diaplikasikan pada DES mengungguli model lainnya* (Li, 2013).

Atas alasan tersebut, untuk meramalkan volume penumpang di Bandara Soekarno Hatta dalam penelitian ini, digunakanlah model deterministik yaitu *exponential smoothing*. Secara khusus, metode yang digunakan adalah *Grey Double Exponential Smoothing* (GDES) yang memiliki satu parameter pemulusan (Wu, Liu, & Yang, 2016; Makridakis, Wheelwright, & McGee, 1999). Untuk memperoleh nilai peramalan terbaik, yaitu peramalan yang memiliki galat kecil, maka parameter tersebut perlu dioptimalkan. Menentukan parameter optimal diperoleh dengan menggunakan algoritma Levenbreg-Marquardt.

## 1. KAJIAN TEORI

### 1.2.1.1. Model Pemulusan Ganda (*Double Exponential Model*)

Metode Double Exponential Smoothing disebut juga dengan Brown Linier Exponential Smoothing. Metode tersebut

Formatted: Font: Italic

menggunakan satu parameter pemulusan, alpha, untuk melakukan pemulusan pada trend linier. Adapun formula yang digunakan dalam metode ini adalah sebagai berikut (Li, 2013):

$$S'_k = \alpha y_k + (1-\alpha)S'_{k-1},$$

(2.1)

$$S''_k = \alpha S'_k + (1-\alpha)S''_{k-1},$$

(2.2)

$$a_k = 2S'_k - S''_k,$$

(2.3)

$$b_k = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S'_k - S''_k),$$

(2.4)

sedangkan untuk melakukan peramalan  $m$  periode ke depan, dilakukan dengan menggunakan rumus:

$$\hat{y}_{k+m} = a_k + mb_k$$

(2.5)

Nilai parameter alpha adalah diantara 0 sampai 1. Parameter ini menentukan perbedaan antara nilai prediksi dan data aktual. Ketika nilai alpha mendekati 1 artinya bobot yang diberikan kepada data terbaru lebih besar sehingga efek pemulusannya kecil. Sebaliknya, ketika alpha mendekat 0 artinya memberikan respon kecil terhadap data terbaru sehingga efek pemulusannya besar.

### 4.3.1.2. Metode *Grey Double Exponential Smoothing*

Metode *Grey Double Exponential*

*Smoothing* (GDES) menambahkan suatu operator transformasi ( $r$ ) yang berguna untuk menghilangkan efek random dalam data. Ketika efek random ini hilang, maka kecenderungan pola dalam data dapat dilihat dengan lebih jelas.

**Definisi 2.1** (Wu, Liu, & Yang, 2016) Untuk data runtun waktu aktual  $Y^{(0)} = \{y^{(0)}(1), y^{(0)}(2), \dots, y^{(0)}(n)\}$ , suatu barisan  $r$ -order *accumulated generating operator* (AGO)  $Y^{(r)} = \{y^{(r)}(1), y^{(r)}(2), \dots, y^{(r)}(n)\}$ ,  $r \in \mathbb{R}_+$  dapat digenerasi oleh  $r$ -AGO sebagai berikut:

$$y^{(r)}(k) = \sum_{i=1}^k \binom{k-i+r-1}{k-i} y^{(0)}(i); k = 1, 2, 3, \dots, n$$

(2.8)

dimana

$$\binom{r-1}{0} = 1, \binom{k-1}{k} = 0, \binom{k-i+r-1}{k-i} = \frac{(k-i+r-1)(k-i+r-2)\dots(r+1)r}{(k-i)!}$$

Inverse dari  $r$ -order of AGO disebut *inverse accumulated generating operator* (IAGO) diformulakan sebagai berikut:

$$Y^{(-r)} = \{y^{(-r)}(1), y^{(-r)}(2), \dots, y^{(-r)}(n)\}$$

(2.9)

dimana  $\lceil r \rceil = \min \{n \in \mathbb{Z} | r \leq n\}$ ,  
 $y^{(\lceil r \rceil)}(k) = y^{(\lceil r \rceil)}(k) - y^{(\lceil r \rceil)}(k-1)$ .

Apabila diambil  $0 < r < 1$ , maka  $r$ -order dari IAGO of  $Y^{(r)}$  dihitung sebagai berikut:

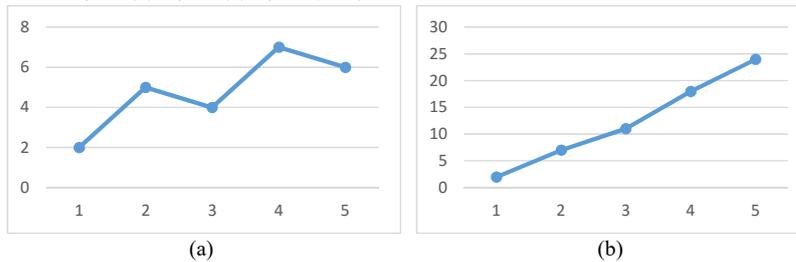
Formatted: Font: Italic

Formatted: Font: Italic

Formatted: Space After: 8 pt, Line spacing: 1,5 lines

Formatted: Font: Italic

$Y^{(-r)} = {}^{(1)}Y^{(1-r)} = \{ {}^{(1)}y^{(1-r)}(1), {}^{(1)}y^{(1-r)}(2), \dots, {}^{(1)}y^{(1-r)}(n) \}$  Contoh:  $Y^{(0)} = \{2, 5, 4, 7, 6\}$ , barisan  
(2.10)  
1-AGO adalah  $Y^{(1)} = \{2, 7, 11, 18, 24\}$ . Secara  
grafik-grafis ditampilkan berikut ini:  
dimana,  ${}^{(1)}y^{(1-r)}(k) = y^{(1-r)}(k) - y^{(1-r)}(k-1)$ .

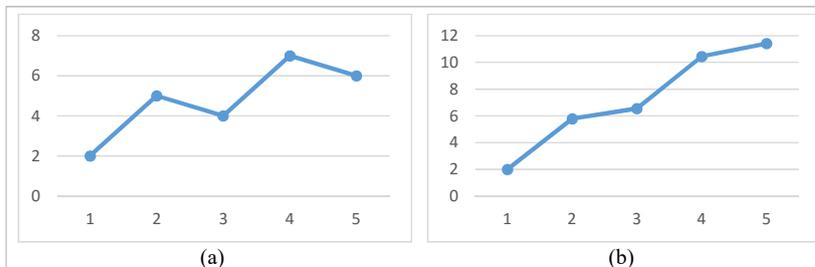


Gambar 1. (a) Grafik Contoh Data Aktual; (b) Grafik Contoh 1-AGO

Pada grafik data aktual, kita memiliki nilai yang naik atau turun, sedangkan pada 1-AGO nilainya menjadi memiliki *trend* naik.

Apabila diambil nilai  $0 < r < 1$ , maka  $y^{(r)}(k)$  dapat menjadi fungsi kenaikan untuk  $k = 1, 2, 3, \dots, n$ . Sebagai contoh: barisan

$Y^{(0)} = \{2, 5, 4, 7, 6\}$ , jika diambil nilai  $r = 0.4$  mengakibatkan adanya kombinasi dengan bilangan negatif dan desimal. Menggunakan teknik perhitungan tersebut, akan diperoleh barisan  $Y^{(0.4)} = \{2, 5.8, 6.56, 10.45, 11.42\}$



Gambar 2. (a) Grafik Contoh Data Aktual; (b) Grafik Contoh 0.4-AGO

Berdasarkan Gambar 2.1. dan 2.2., 0.4-AGO memiliki kenaikan yang relatif lebih landai jika dibandingkan dengan 1-AGO. Dengan demikian dapat ditarik kesimpulan

bahwa semakin besar nilai  $r$ , maka semakin besar pula fungsi kenaikannya.

Formatted: Space After: 8 pt

Formatted: Top: 3 cm, Header distance from edge: 2 cm, Footer distance from edge: 2 cm, Number of columns: 1

Formatted: Top: 3 cm, Number of columns: 1

**1.3. Metode Grey dalam Model Pemulusan Ganda (Grey Exponential Method)**

Prosedur menghitung GDES adalah sebagai berikut:

1. Tentukan nilai  $r$  dan hitung barisan  $r$ -AGO menggunakan persamaan (2.4);
2. Hitung barisan  $a_k$  dan  $b_k$  dengan persamaan (2.3) dan (2.4);
3. Hitung nilai prediksi DES dengan persamaan (2.5);
4. Transformasi balik nilai prediksi dengan  $r$ -IAGO pada persamaan (2.5) atau (2.6) tergantung dari nilai  $r$ .

**1.5.1.3. Levenberg-Marquardt**

Untuk melakukan pencocokan terhadap fungsi  $\hat{y}(t; p)$  dengan sebanyak  $t$  variabel independen dan suatu vektor yang terdiri dari  $n$  parameter  $p$  terhadap sejumlah  $m$  titik-titik data  $(t_i, y_i)$ , maka dilakukan dengan meminimalkan residual kuadrat terboboti. Nilai residual tersebut disebut dengan kriteria galat chi-kuadrat, yaitu (Gavin, 2015):

$$\chi^2(p) = \sum_{i=1}^m \left[ \frac{y(t_i) - \hat{y}(t_i; p)}{w_i} \right]^2 = y^T W y - 2 y^T W \hat{y} + \hat{y}^T W \hat{y} \quad (2.11)$$

Dimana nilai  $w_i$  adalah ukuran bobot setiap galat dari  $y(t_i)$ . Sementara matriks  $W$  adalah matriks diagonal dengan  $W_{ii} = 1/w_i^2$ . Apabila residual merupakan rata-rata dari galat kuadrat  $(y - \hat{y})^2$ , maka bobotnya senilai  $W_{ii} = 1/(\sqrt{n})^2$ . Jika fungsi  $\hat{y}(t; p)$  non linier, maka meminimalkan nilai  $\chi^2$  dilakukan secara iteratif. Tujuan dari setiap iterasi adalah menentukan pertubasi  $h$  pada  $p$  parameter yang dapat mengurangi nilai  $\chi^2$ .

Pada metode *Gradient Descent*, nilai gradien dari fungsi obyektif chi-kuadrat didefinisikan sebagai berikut:

$$\frac{\partial}{\partial p} \chi^2 = -(y - \hat{y})^T W \left[ \frac{\partial \hat{y}(p)}{\partial p} \right] = -(y - \hat{y})^T W J \quad (2.12)$$

Dimana matriks Jacobian  $m \times n$  yaitu  $[\partial \hat{y} / \partial p]$  mewakili sensitivitas lokal dari fungsi  $\hat{y}(t; p)$  terhadap  $p$  parameter. Pembaharuan parameter  $h$  yang semakin mengecilkan nilai  $\chi^2$  adalah

$$h_{gd} = \alpha J W (y - \hat{y}), \quad (2.13)$$

dimana nilai skalar positif ( $\alpha$ ), menunjukkan besaran langkah pada metode *Gradient-Descent*. Sementara itu, nilai pembaharuan parameter ( $h$ ) pada metode *Gauss-Newton* adalah sebagai berikut:

Formatted: Font: Italic

Formatted: Font: Italic

Formatted: Font: Italic

$$[J^T W J] h_{gn} = J^T W (y - \hat{y}).$$

(2.14)

Pembaharuan parameter dari algoritma Levenberg-Marquardt (LM) dikatakan mengadopsi metode gradient descent dan Gauss-Newton. Adapun  $h$  pada LM adalah sebagai berikut (Gavin, 2015; Lourakis, 2005):

$$[J^T W J + \lambda I] h_{lm} = J^T W (y - \hat{y}),$$

(2.15)

dimana nilai parameter  $\lambda$  menentukan pergerakan dari pembaharuan parameter,  $J$  adalah matriks jacobian  $[\partial \hat{y} / \partial p]$ .

Dalam iterasi ke- $i$ , langkah dari  $h$  dievaluasi dengan membandingkan  $\chi^2(p)$  dengan  $\chi^2(p+h)$ . Langkah tersebut akan diterima jika, metrik  $\rho_i$  lebih besar daripada ambang yang telah ditentukan sebelumnya,  $\varepsilon > 0$ . Metrik ini mengukur kenaikan aktual dari  $\chi^2$  sebagai pembanding kenaikan dari pembaharuan LM.

$$\begin{aligned} \rho_i(h_{lm}) &= \frac{\chi^2(p) - \chi^2(p+h_{lm})}{(y-\hat{y})^T (y-\hat{y}) - (y-\hat{y}-Jh_{lm})^T (y-\hat{y}-Jh_{lm})} \\ &= \frac{\chi^2(p) - \chi^2(p+h_{lm})}{h_{lm}^T (\lambda I + J^T W (y-\hat{y}(p)))} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Jika iterasi  $\rho_i(h_{lm})$  melebihi ambang, berarti  $p+h$  lebih baik daripada  $p$ , kemudian  $p$

digantikan dengan  $p+h$ , dan  $\lambda$  dikurangi dengan suatu faktor. Sebaliknya, jika  $\lambda$  meningkat oleh suatu faktor, algoritma akan memproses ke iterasi selanjutnya.

#### 4.6.1.4. Ukuran Kesalahan

Untuk mengukur kesesuaian suatu metode peramalan diperlukan suatu ukuran yang disebut ukuran kesalahan. Salah satu ukuran standar yang digunakan dalam menentukan akurasi peramalan adalah *Mean Squared Error* (MSE), yang dirumuskan sebagai berikut (Makridakis, Wheelwright, & McGee, 1999):

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2, \quad (2.17)$$

dimana  $n$  adalah banyaknya data nilai kesalahan,  $y_i$  adalah nilai data aktual, dan  $\hat{y}_i$  adalah nilai peramalan/prediksi.

Mengukur akurasi menggunakan MSE terdapat dua kelemahan, pertama ukuran ini menunjukkan kecocokan suatu model dengan data historis. Sebagai ilustrasi, untuk meminimalkan MSE dalam pencocokan kurva, cukuplah digunakan polinomial berderajat tinggi. Namun, penggunaan polinomial derajat tinggi akan membuat model terlalu sensitif sehingga ketika digunakan untuk peramalan akan mengakibatkan galat yang besar. Kedua, MSE tidak memperdulikan prosedur pada

metode peramalan. Dalam artian, setiap peramalan memiliki prosedur yang berbeda, maka menggunakan MSE saja akan mengabaikan perbedaan antar metode tersebut (Makridakis, Wheelwright, & McGee, 1999).

Oleh karena kelemahan-kelemahan tersebut, terdapat ukuran alternatif, salah satunya adalah *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) yang merupakan ukuran galat relatif terhadap data aktualnya, formulanya sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i} \times 100\%, \quad (2.18)$$

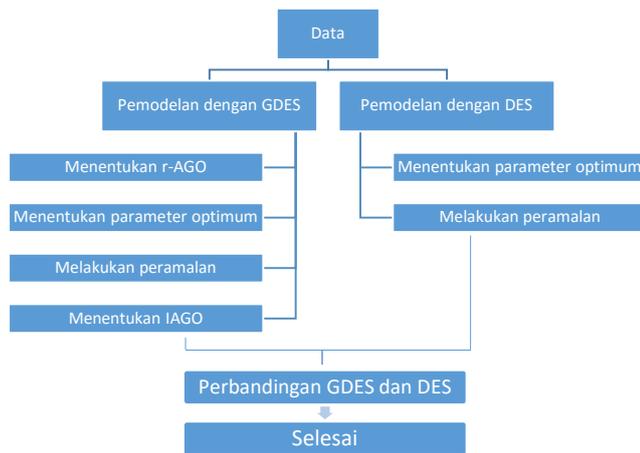
dimana  $|\cdot|$  merupakan nilai absolut mutlak dari argumennya. MAPE merupakan ukuran kesalahan yang membandingkan simpangan peramalan dengan data aktualnya. Ukuran ini

menunjukkan nilai persentase simpangan tersebut.

## 2. METODE PENELITIAN

Data yang digunakan adalah data bulanan jumlah penumpang domestik dan internasional di Bandara Soekarno-Hatta tahun 2008 hingga 2015 (Satrio, 2016). Data tersebut merupakan data sekunder yang diperoleh dari penelitian Satrio (2016) dimana sumber data diperoleh dari data Bandara Soekarno-Hatta. Data akan dibagi menjadi dua yaitu data yang digunakan untuk menentukan model dan data yang digunakan untuk pengujian.

Adapun metode penelitian yang dilakukan dalam penelitian ini secara garis besar digambarkan dalam diagram alir berikut ini.



Gambar 3. Diagram Alir Metodologi Penelitian

Data yang diperoleh dideskripsikan terlebih dahulu untuk mengetahui pola yang terdapat di dalamnya. Untuk keperluan tersebut digunakan grafik-grafik untuk memvisualisasikan data. Oleh karena data merupakan data runtun waktu, maka digunakan grafik garis. Performa dari model DES dan GDES dibandingkan dari ukuran kesalahan MSE dan MAPE data pengujian. Dari tahapan-tahapan tersebut ditariklah kesimpulan.

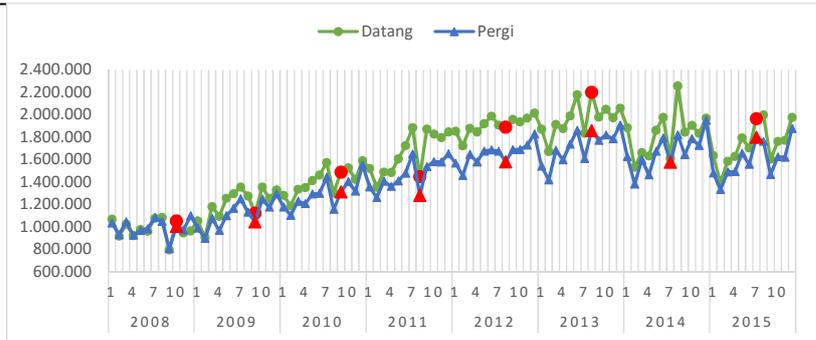
### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Jumlah penumpang yang datang ke Bandara Soekarno-Hatta di sepanjang tahun

2008 hingga 2015 berfluktuasi di sekitar 1,000,000 orang. Sementara jumlah penumpang yang pergi tidak jauh berbeda. Rata-rata jumlah penumpang yang datang adalah sebesar 1,585,168 orang, sedangkan rata-rata orang yang pergi adalah sebesar 1,435,262 orang. Dengan demikian selisih rata-rata antara orang yang datang dan pergi ke Bandara Soekarno-Hatta sebesar 149,907 orang. Kecenderungan orang datang ke ibukota lebih besar daripada orang yang pergi dari ibukota. Hal tersebut dapat dicermati dari Gambar 2. dimana grafik kedatangan berada di atas grafik keberangkatan.

Formatted: Font: Not Bold

*Grey Double Exponential Smoothing Dengan Optimasi Levenberg-Marquardt Untuk Peramalan Volume Penumpang Di Bandara Soekarno-Hatta*  
 Arum Handini Primandari



**Gambar 1.** Volume Kedatangan dan Keberangkatan

Pada tahap awal akan dibentuk model kurva dengan metode DES. Data yang digunakan untuk membentuk model adalah data volume penumpang bulan Januari 2008 hingga Mei 2015.

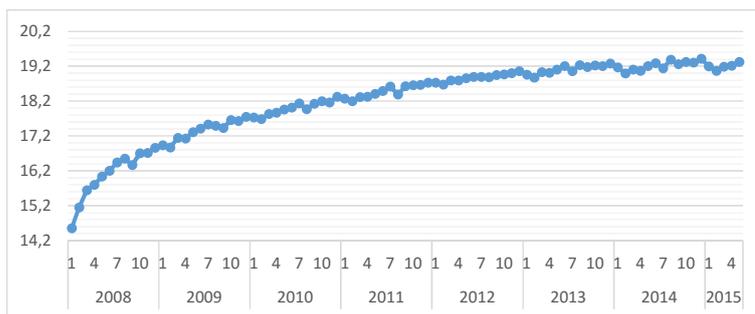
Sebelum melakukan pengolahan, data volume penumpang di transformasi  $\ln$  untuk memperkecil skala. Adanya transformasi tidak mengubah pola data, sehingga grafik data tetap memiliki pola sama.

Langkah awal dalam melakukan peramalan menggunakan GDES adalah

menentukan barisan  $r$ -AGO. Adanya order  $r$ , yang merupakan operator pembangkit untuk menghilangkan efek random dalam data, mengakibatkan *trend* data menjadi lebih jelas.

Dalam data volume penumpang, kerandoman tidak terlalu fluktuatif sehingga dapat diambil nilai order  $r$  yang kecil. Dalam penelitian ini, peneliti menentukan Diambil nilai  $r = 0.05$ , sehingga oleh 0.05-AGO data  $\ln(\text{volume penumpang})$  dibangkitkan menjadi seperti Gambar 3.

Formatted: Font: Italic



**Gambar 2.** Data pembangkitan 0.05-AGO ln(volume penumpang)

Setelah menentukan barisan pembangkitan dengan 0.05-AGO, ditentukanlah parameter optimal sedemikian sehingga memperoleh nilai galat terkecil.

Nilai parameter  $\alpha$  dioptimasi menggunakan algoritma LM. Algoritma tersebut memperkecil fungsi  $\chi$ -square pada persamaan (2.11). Nilai data prediksi diperoleh dengan model DES. Ambang toleransi dari  $\chi$ -square ditetapkan oleh peneliti sebesar 0.0001. Apabila iterasi pada LM telah mencapai ambang toleransi, maka iterasi terhenti. Sementara itu, untuk

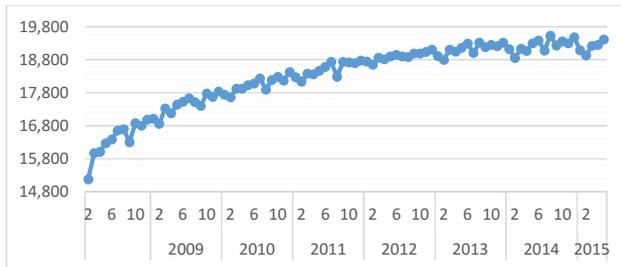
melakukan prediksi awal digunakan inisial nilai  $\alpha$  sama dengan nol, dengan pembatasan maksimum sebesar 1. Menggunakan algoritma LM dengan nilai toleransi 0.0001, diperoleh nilai parameter  $\alpha$  optimum sebesar 0.8245 dalam 10 iterasi. Nilai parameter tersebut yang digunakan dalam melakukan *fitting* data menggunakan GDES, yaitu dilakukan *fitting* barisan 0.05-AGO menggunakan DES. Hasil *fitting* data digambarkan dalam kurva yang ditunjukkan pada Gambar 4. berikut.

Formatted: Font: Italic

Formatted: Font: Italic

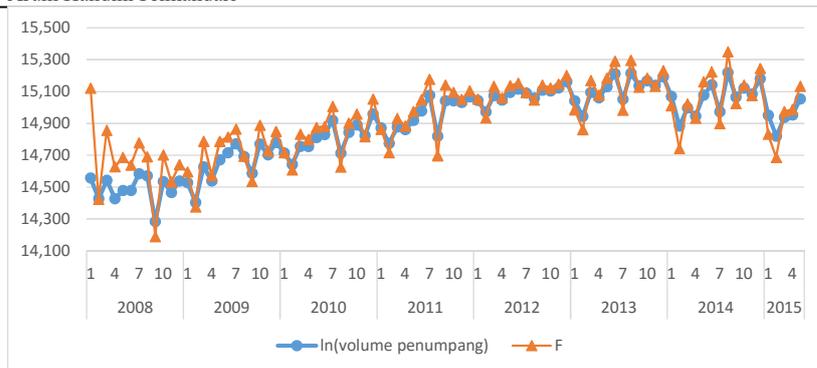
Formatted: Font: Italic

Formatted: Font: Italic



**Gambar 3.** Data *Fitting* dari ln(volume penumpang) 0.05-AGO

Langkah akhir adalah melakukan penumpangan dengan data ln(volume penumpang) dengan data ln(volume penumpang) aktual disajikan dalam gambar berikut. Grafik perbandingan antara kurva *fitting* ln(volume



**Gambar 4.** Perbandingan ln(volume penumpang) Aktual dengan Kurva Fitting GDES

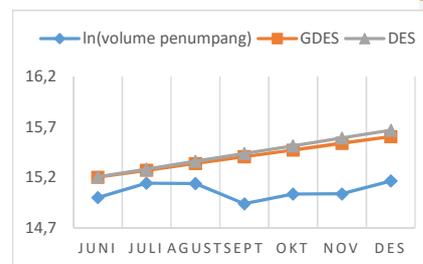
Jika diperhatikan, maka kurva hasil peramalan GDES telah mampu mengikuti pola data ln(volume penumpang), walau di awal peramalan terdapat ketimpangan cukup jauh. Sebagai perbandingan GDES, maka dihitung juga ukuran-ukuran DES.

**Tabel 1.** Perbandingan Nilai Alpha, MSE, dan MAPE pada GDES dan DES

No	Ukuran	Metode	
		GDES	DES
1.	Alpha	0.8245	0.8303
2.	MSE	0.0109	0.0041
3.	MAPE	0.492%	0.346%

Berdasarkan Tabel 1, nilai kesalahan pada metode GDES, baik MSE maupun MAPE, lebih besar daripada DES. Selisih MSE keduanya mencapai 0.0068, sedangkan selisih MAPE sebesar 0.146%. Pada pembentukan model, kurva yang terbentuk dari DES lebih baik dalam mengikuti pola data dibanding kurva GDES.

Data pengujian digunakan untuk melakukan pemeriksaan performa model GDES dan DES. Menggunakan model pada DES yang telah terbentuk dari data fitting, dihitung peramalan bulan Juni 2015 hingga Desember 2015. Perbandingan peramalan data pengujian dari DES dan GDES bersama-sama disajikan dalam grafik pada Gambar 4.6.



**Gambar 5.** Data Pengujian untuk GDES dan DES

Perbandingan ukuran kesalahan dari kedua model tersebut untuk data pengujian secara rinci terdapat pada Tabel 2.

Formatted: Font: Not Bold  
Formatted: Font: Not Bold

**Tabel 2.** Ukuran Kesalahan Data Pengujian  $\ln(\text{volume penumpang})$  Tahun 2015

No	Bulan	DES		GDES	
		$e^2$	apeAPE	$e^2$	apeAPE
1.	Juni	0.043	1.391%	0.042	1.364%
2.	Juli	0.020	0.937%	0.017	0.852%
3.	Agustus	0.049	1.456%	0.039	1.311%
4.	September	0.249	3.342%	0.219	3.131%
5.	Oktober	0.229	3.186%	0.192	2.911%
6.	November	0.307	3.686%	0.252	3.342%
7.	Desember	0.254	3.321%	0.195	2.910%
		0.165	2.474%	0.136	2.260%

Nilai MSE dari DES yaitu 0.165 lebih besar daripada nilai MSE GDES yaitu 0.136. Begitu pun dengan nilai MAPE DES yaitu 2.474% lebih besar daripada MAPE GDES yaitu 2.260%.

Dalam hal melakukan peramalan untuk  $m$  periode berikutnya, GDES mampu mengungguli DES. Meskipun demikian, untuk periode  $m$  yang semakin besar mengakibatkan galat hasil peramalan akan

semakin besar pula. Hal tersebut dapat dilihat dari galat bulan September hingga Desember 2015 yang relatif lebih besar dibandingkan galat bulan Juni, Juli, dan Agustus.

Tahapan terakhir dalam melakukan peramalan adalah dengan mentransformasi balik data  $\ln(\text{volume penumpang})$ . Hasil peramalan dapat dilihat dalam **Tabel 3.** sebagai berikut.

**Tabel 3.** Hasil Peramalan Penumpang Domestik Tahun 2015

No	Bulan	$V_{\text{penumpang}}$	Nilai Peramalan	
		$P_{\text{penumpang}}$	GDES	DES
1.	Juni	3,258,179	3,997,981	4,013,603
2.	Juli	3,761,911	4,280,156	4,335,294
3.	Agustus	3,755,975	4,580,872	4,682,768
4.	September	3,069,917	4,900,756	5,057,587
5.	Oktober	3,383,565	5,241,404	5,462,953

Formatted Table

Formatted: Font: Bold

Formatted: Font: Bold

Formatted Table

Formatted: Font: Bold

*Grey Double Exponential Smoothing Dengan Optimasi Levenberg-Marquardt Untuk Peramalan Volume Penumpang Di Bandara Soekarno-Hatta*  
Arum Handini Primandari

6.	November	3,390,041	5,602,929	5,900,219
7.	Desember	3,851,713	5,988,191	6,373,122

Sesuai dengan nilai galat pada **Tabel 3**, hasil peramalan mulai bulan September memiliki galat yang cukup besar. Sebagai contoh, nilai peramalan GDES bulan September memiliki galat 1,830,839. Kesalahan sangat besar terjadi pada peramalan menggunakan DES pada bulan Desember yang mencapai hampir dua kali lipat data aslinya.

Nilai peramalan yang dilakukan hanya terhenti hingga bulan Desember 2015 karena keterbatasan data yang tersedia. Sementara peramalan di tahun 2016, tetap dapat dilanjutkan dengan menggunakan barisan  $a$ , dan  $b$ , dari bulan Desember 2015 atau dengan menggunakan data yang sudah terbaharui.

#### 4. KESIMPULAN

Ketika di awal peramalan, metode *Double Exponential Smoothing* (DES) lebih baik dalam mengikuti pola data dibanding dengan *Grey Double Exponential Smoothing* (GDES) dengan order  $r$  sebesar 0.05. Ini dikarenakan, 0.05-AGO merupakan operator kenaikan dan pemulusan efek random, sehingga terjadi kecenderungan naik cukup signifikan di awal. Hal ini berakibat GDES memiliki tingkat galat lebih besar dibandingkan DES. Namun sejalan waktu, metode GDES mampu mempersempit

timpaan antara data aktual dengan data prediksinya.

Algoritma Levenberg-Marquardt digunakan untuk mendapatkan parameter  $\alpha$  yang optimal. Parameter tersebut dipakai untuk menghitung peramalan baik menggunakan GDES maupun DES. Hasil optimisasi dari GDES dan DES berturut-turut adalah  $\alpha$  sebesar 0.8245 dan 0.8303. Dapat dilihat bahwa nilai  $\alpha$  kedua metode tidak jauh berbeda.

Peramalan data bulan Juni 2015 hingga Desember 2015, menggunakan metode GDES dan DES merupakan pengujian terhadap performa keduanya. Dari pemeriksaan tersebut, diperoleh kesimpulan bahwa peramalan menggunakan metode GDES mengungguli hasil peramalan dari DES konvensional. Dalam kasus ini, penggunaan metode *grey* cukup efektif dibandingkan dengan tanpa metode *grey*.

Meskipun secara matematis memungkinkan perhitungan peramalan untuk  $m$  periode ke depan, namun semakin besar  $m$  mengakibatkan galat membesar. Demikian menunjukkan bahwa hasil peramalan lebih akurat hanya untuk memprediksi nilai satu atau dua periode ke depan.

#### 5. REFERENSI

Formatted: Font: Italic

Formatted: Font: Italic

Formatted: Indent: First line: 1 cm, Line spacing: 1,5 lines

- Adamuthe, A. C., Gage, R. A., & Thampi, G. T. (2015). Forecasting Cloud Computing using Double Exponential Smoothing Methods. *International Conference on Advanced Computing and Communication Systems (ICACCS -2015)* (pp. 1-5). Coimbatore, INDIA: IEEE.
- Akhir, D. J. (2016, Juni 20). *HOT BISNIS: Terminal 3 Ultimate, Bandara Modern di Indonesia*. Retrieved from Okezone: <http://economy.okezone.com/read/2016/06/10/320/1411471/hot-bisnis-terminal-3-ultimate-bandara-modern-di-indonesia>
- BBC. (2014, December 30). *AirAsia QZ8501: Does bad weather cause plane crashes?* Retrieved from BBC: <http://www.bbc.com/news/world-30631968>
- Gavin, H. P. (2015, September 29). *The Levenberg-Marquardt Method for Nonlinear Least Square Curve-Fitting Problems*. Retrieved June 9, 2016, from Structural Dynamics and the Seismic Response Control Laboratory: <http://people.duke.edu/~hpgavin/ce281/>
- Hyndman, R. J., Koehler, A. B., Ord, J. K., & Snyder, R. D. (2008). *Forecasting with Exponential Smoothing: The State Approach*. Deblük, Berlin, Germany: Springer.
- Li, X. (2013). Comparison and Analysis between Holt Exponential Smoothing and Brown Exponential Smoothing Used for Freight Turnover Forecast. *Third International Conference on Intelligent System Design and Engineering Applications* (pp. 453-456). IEEE.
- Makridakis, S., Wheelwright, S. C., & McGee, V. E. (1999). *Metode dan Aplikasi Peramalan Edisi Kedua*. Jakarta: Binarupa Aksara.
- Min, G. C., & Kim, S.-K. (2013). Efficient Jitter Compensation Using Double Exponential Smoothing. *Information Science*, 227, 83-89.
- Satrio, A. P. (2016). *Peramalan Volume Penumpang di Bandara Soekarno Hatta Menggunakan SARIMA*. Fakultas MIPA UII, Yogyakarta: Laporan Kerja Praktik tidak diterbitkan.
- Wu, L., Liu, S., & Yang, Y. (2016). Grey Double Exponential Smoothing Model and Its Application on Pig Price Forecasting China. *Applied Soft Computing*, 39, 117-123.