

PERAMALAN TINGKAT KEMATIAN (MORTALITA) MENGUNAKAN MODEL *LEE CARTER*

Reni Unaeni, Neva Satyahadewi, Hendra Perdana

INTISARI

Model Lee Carter merupakan model peramalan tingkat kematian yang menggabungkan model demografi dengan model statistik time series. Model ini mengambil logaritma dari Age Spesific Death Rate (ASDR). Peramalan tingkat kematian pada model Lee Carter, didasarkan pada ekstrapolasi indeks kematian berdasarkan tahun ke-t yang diperoleh melalui pemilihan model time series yang tepat. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji estimasi parameter pada model Lee Carter menggunakan Singular Value Decomposition (SVD), dan mengaplikasikan ARIMA untuk peramalan tingkat kematian. Proses estimasi dimulai dengan mengestimasi parameter dari rata-rata tingkat kematian dan kecenderungan perubahan tingkat kematian yang dipengaruhi parameter indeks kematian menggunakan SVD. Selanjutnya indeks kematian tersebut diramalkan menggunakan ARIMA yang kemudian disubstitusikan kembali pada model Lee Carter untuk memperoleh peramalan tingkat kematian. Dari hasil peramalan tingkat kematian tersebut dapat dicari peramalan peluang kematian pada life table. Dengan demikian hasil yang diperoleh adalah peramalan tingkat kematian (mortalita) menggunakan model Lee Carter dari tahun 2011-2022 dan peramalan peluang kematian pada life table menurut usia x dari tahun 2011-2022.

Kata Kunci: *Singular Value Decomposition, ARIMA.*

PENDAHULUAN

Mortalitas merupakan angka yang memberikan gambaran mengenai jumlah penduduk yang meninggal dunia dalam waktu tertentu. *Mortalitas* terbagi menjadi tiga bagian, yaitu *Age Spesific Death Rate* (ASDR), *Crude Death Rate* (CDR) dan *Infant Mortality Rate* (IMR). Dalam bidang demografi, *mortalita* penduduk dapat diperoleh langsung dengan menggunakan perhitungan *Age Spesific Death Rate* (ASDR). Akan tetapi, untuk melakukan suatu peramalan tingkat kematian menurut usia pada tahun ke- t dibutuhkan parameter usia dan waktu. Model *Lee Carter* merupakan suatu model peramalan tingkat kematian yang menggabungkan model demografi dengan model statistik *time series*. Parameter yang terdapat pada model adalah parameter rata-rata tingkat kematian secara umum menurut usia x (a_x), parameter kecenderungan perubahan tingkat kematian menurut usia x (b_x), dan parameter indeks kematian pada tahun ke- t (k_t). Parameter a_x diestimasi dengan cara meminimumkan nilai *error* sedangkan parameter b_x dan k_t diestimasi menggunakan *Singular value Decomposition* (SVD) [1]. Proses peramalan tingkat kematian penduduk dari tahun 2010-2022, diperoleh dengan meramalkan parameter indeks kematian pada tahun ke- t (k_t) menggunakan *Autoregresif Integrated Moving Average* (ARIMA) yang kemudian disubstitusikan kembali pada model *Lee Carter* [2].

Penelitian ini menggunakan data sekunder yang diperoleh dari data Kalimantan Barat Dalam Angka (KDA) dari tahun 1993-2010 dan Tabel Mortalita Indonesia (TMI) tahun 1993, 1999 dan 2011. Data yang diambil yaitu data peluang kematian (q_x) dan data jumlah penduduk menurut kelompok usia dan jenis kelamin perempuan. Data ini digunakan untuk mencari data jumlah kematian menurut usia x (d_x) dan data jumlah penduduk menurut usia (L_x).

MODEL LEE CARTER

Model *Lee Carter* pertama kali digunakan dalam peramalan mortalita penduduk Amerika Serikat. Seiring dengan perkembangan ilmu, model ini diaplikasikan dalam berbagai kasus terutama masalah populasi penduduk. Bentuk umum persamaan model *Lee Carter* adalah sebagai berikut:

$$m_{x,t} = e^{a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t}} \quad \text{atau} \\ \ln m_{x,t} = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t} \quad (1)$$

dengan $\ln m_{x,t}$ merupakan logaritma tingkat kematian penduduk menurut usia x pada tahun ke- t yang diperoleh dari logaritma ASDR[1]. Persamaan logaritma ASDR adalah sebagai berikut:

$$\ln ASDR = \ln \frac{D_x}{P_x} \times k \quad (2)$$

Logaritma ASDR diperoleh dengan memperhitungkan logaritma dari keseluruhan jumlah kematian penduduk menurut usia x (D_x) dibagi dengan jumlah populasi penduduk menurut usia (P_x) dengan k adalah konstanta. Pada aktuaria ASDR disimbolkan dengan ($m_{x,t}$), (D_x) disimbolkan dengan ($d_{x,t}$), Sedangkan (P_x) disimbolkan dengan ($L_{x,t}$). Maka Persamaan 2 menjadi

$$\ln m_{x,t} = \ln \frac{d_{x,t}}{L_{x,t}} \quad (3)$$

Tahapan untuk mengestimasi parameter model *Lee Carter* pada Persamaan 1 diperlukan terlebih dahulu nilai $\ln m_{x,t}$ menggunakan Persamaan 3. Estimasi parameter a_x dilakukan dengan cara meminimumkan nilai *error*. sehingga dari Persamaan 1 dengan batasan parameter $\sum_x b_x = 1$ dan $\sum_t k_t = 0$ diperoleh persamaan untuk mengestimasi parameter a_x sebagai berikut:

$$\hat{a}_x = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \ln m_{x,t} \quad (4)$$

Sedangkan pada parameter b_x dan k_t , proses estimasinya menggunakan *Singular Value Decomposition* (SVD) [1] dengan tahapan sebagai berikut:

1. Berdasarkan Persamaan 1 dibentuk matriks $Z_{x,t}$ untuk mengestimasi parameter b_x dan k_t , maka

$$\ln m_{x,t} = a_x + b_x k_t \\ Z_{x,t} = \ln m_{x,t} - \hat{a}_x = b_x k_t \quad (5)$$

2. Matriks $Z_{x,t}$ adalah matriks hasil pengurangan dari matriks tingkat kematian dan matriks tingkat kematian secara umum. Kemudian matriks tersebut dijabarkan menggunakan SVD [3], sehingga diperoleh persamaan

$$USV^T = SVD(Z_{x,t}) = S_1 U_{x,1} V_{t,1} + \dots + S_r U_{x,r} V_{t,r} = \sum_{i=1}^r S_i U_{x,i} V_{t,i} \quad (6)$$

dengan U menjelaskan bagian usia (x), V menjelaskan bagian tahun (t), sedangkan $S = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$ dengan $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r$ dimana r adalah *rank* dari matriks $Z_{x,t}$ [3]. Persamaan (6) menjadi:

$$SVD(Z_{x,t}) = \sigma_1 U_{x,1} V_{t,1} + \dots + \sigma_r U_{x,r} V_{t,r} = \sum_{i=1}^r \sigma_i U_{x,i} V_{t,i} \quad (7)$$

3. Untuk mengestimasi parameter b_x dan k_t maka pada Persamaan 7 dapat disederhanakan menjadi Persamaan 8 berikut:

$$(Z_{x,t}) = \sigma_1 U_{x,1} V_{t,1} = \hat{b}_x \hat{k}_t \quad (8)$$

estimasi b_x diperoleh dari kolom pertama dari matriks U sehingga diperoleh

$$\hat{\mathbf{b}}_x = (u_{1,1}, u_{2,1}, \dots, u_{x,1})^T \quad (9)$$

sedangkan estimasi k_t diperoleh dari nilai singular pertama dan kolom pertama dari matriks V , diperoleh

$$\hat{\mathbf{k}}_t = \sigma_1 \times (v_{1,1}, v_{2,1}, \dots, v_{t,1}) \quad (10)$$

Berdasarkan batasan parameter *Lee Carter* yaitu $\sum_x b_x = 1$ dan $\sum_t k_t = 0$ maka estimasi $\hat{\mathbf{b}}_x$ dan $\hat{\mathbf{k}}_t$ menjadi:

$$\hat{\mathbf{b}}_x = \frac{1}{\sum_x u_{x,1}} (u_{1,1}, u_{2,1}, \dots, u_{x,1})^T \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{k}}_t = \sum_x u_{x,1} \times \sigma_1 \times (v_{1,1}, v_{2,1}, \dots, v_{t,1}) \quad (12)$$

PERAMALAN DENGAN METODE ARIMA

Untuk proses peramalan $m_{x,t}$ pada model *Lee Carter* diperlukan peramalan parameter $\hat{\mathbf{k}}_t$ menggunakan analisis *time series* [4]. Tahapan yang dilakukan untuk analisis *time series* ARIMA yaitu:

a. Analisis stasioneritas data dengan *plot* data

Pada analisis *time series* jika data belum stasioner dalam variansi, cara mengatasi ketidakstasioneran data adalah dengan transformasi *log* dari data. Sedangkan jika asumsi stasioner dalam *mean* belum terpenuhi maka dapat dilakukan *differencing* pada data. Operator *backward shift* sangat tepat untuk menggambarkan proses *differencing*. Penggunaan notasi B (*Backward shift*) yang dipasang pada $\hat{\mathbf{k}}_t$ mempunyai pengaruh menggeser data satu periode kebelakang.

$$B\hat{\mathbf{k}}_t = \hat{\mathbf{k}}_{t-1}$$

Sehingga diperoleh *differencing* ke- d sebagai berikut:

$$d = (1 - B)^d \hat{\mathbf{k}}_t \quad (13)$$

b. Identifikasi model ARIMA.

Proses identifikasi dapat juga dilakukan dengan melihat *plot* ACF maupun PACF.

Tabel 1 Sifat-sifat ACF dan PACF

Model	ACF	PACF
$AR(p)$	Menuju nol secara eksponensial	Terputus setelah lag p
$MA(q)$	Terputus setelah lag q	Menuju nol secara Eksponensial
$ARMA(p, q)$	Menuju nol secara eksponensial setelah lag q	Menuju nol secara eksponensial setelah lag p

c. *Overfitting*

Overfitting yaitu metode pemeriksaan model yang mungkin terjadi di sekitar model awal untuk mendapatkan model terbaik. Dari hasil *overfitting*, langkah selanjutnya yaitu memilih model terbaik dengan melihat beberapa indikator lain seperti *Akaike's Information Criterion* (AIC). Semakin kecil nilai AIC model semakin baik.

d. Peramalan (*forecast*)

Setelah model terbaik diperoleh, selanjutnya adalah proses peramalan k_t untuk beberapa periode kedepan. Berikut adalah contoh numerik untuk meramalkan k_t dengan model ARIMA (0,1,1).

Model ARIMA (0,1,1) dapat dibentuk sebagai berikut:

$$(1 - B)\hat{\mathbf{k}}_t = C + (1 - \theta_1 B)e_t$$

$$\hat{\mathbf{k}}_t - \hat{\mathbf{k}}_{t-1} = C + e_t - \theta_1 e_{t-1}$$

$$\hat{k}_t = C + \hat{k}_{t-1} + e_t - \theta_1 e_{t-1} \quad (14)$$

dengan C adalah konstanta, θ_1 adalah parameter *moving average* ke-1 sedangkan e_t adalah nilai *error* pada tahun ke- t . dengan demikian, jika l adalah periode ke depan (*l-step*) dan n adalah periode awal peramalan, maka peramalan pada waktu ke $n+l$ untuk model ARIMA (0,1,1) adalah:

$$\hat{k}_{n+l} = C + \hat{k}_{n+l-1} + \hat{e}_{n+l} - \theta_1 \hat{e}_{n+l-1} \quad (15)$$

dengan,

$$\begin{aligned} \hat{k}_{n+l} &= E[\hat{k}_{n+l} | \hat{k}_n, \hat{k}_{n-1}, \dots] && \text{jika } l \geq 1 \\ \hat{k}_{n+l} &= \hat{k}_{n+l}, && \text{jika } l \leq 0, \\ \hat{e}_{n+l} &= 0, && \text{jika } l \geq 1 \text{ dan} \\ \hat{e}_{n+l} &= e_{n+l}, && \text{jika } l \leq 0 \end{aligned}$$

keterangan:

\hat{k}_{n+l} : peramalan dari pengamatan k pada periode n sampai waktu ke l

\hat{e}_{n+l} : nilai *error* pada waktu ke $n+l$

θ_1 : parameter *moving average* (MA)

C : konstanta

Hasil uraian masing-masing estimasi parameter di atas, diperoleh nilai \hat{a}_x , \hat{b}_x dan hasil peramalan \hat{k}_t . Hasil estimasi parameter tersebut disubstitusikan kembali pada Persamaan 1 untuk memperoleh hasil peramalan tingkat kematian menurut usia x pada tahun ke- t ($\hat{m}_{x,t}$). Dengan demikian diperoleh peramalan tingkat kematian menurut usia x dari tahun 2011-2022.

HUBUNGAN ANTARA $\hat{m}_{x,t}$ DAN $\hat{q}_{x,t}$

Peluang kematian seseorang berusia x pada tahun ke- t pada *life table* ($\hat{q}_{x,t}$) dapat diperoleh dengan mencari hubungan antara $\hat{m}_{x,t}$ dan $\hat{q}_{x,t}$. Dengan diperolehnya ($\hat{m}_{x,t}$) maka tahap untuk memperoleh $\hat{q}_{x,t}$ adalah sebagai berikut:

Diketahui persamaan tingkat kematian seseorang pada usia x yaitu:

$$m_x = \frac{d_x}{L_x}$$

dengan, $L_x = \int_0^1 l_{x+t} dt$ dan $d_x = l_x q_x$.

Hubungan antara $m_{x,t}$ dan $q_{x,t}$ adalah pada $t=0$ maka $l_x = a$ sedangkan pada $t=1$ maka $l_{x+1} = a + b$, sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} b &= l_{x+1} - a \\ b &= l_{x+1} - l_x = -d_x \end{aligned} \quad (17)$$

Dari Persamaan 17 maka dapat dibentuk persamaan berikut:

$$l_{x+t} = l_x - t.d_x \quad (18)$$

dan nilai L_x pada Persamaan 18 menjadi

$$L_x = \int_0^1 (l_x - t.d_x) dt = l_x - \frac{1}{2} d_x \quad (19)$$

Berdasarkan Persamaan 19 diperoleh persamaan tingkat kematian seseorang usia x yang dapat dilihat pada Persamaan 20 berikut:

$$m_x = \frac{d_x}{L_x} = \frac{d_x}{l_x - \frac{1}{2}d_x} \tag{20}$$

dari Persamaan 20 dapat diperoleh estimasi $q_{x,t}$ pada Persamaan 21 berikut:

$$\hat{q}_{x,t} = \frac{2\hat{m}_{x,t}}{2 + \hat{m}_{x,t}} \tag{21}$$

ANALISIS DATA

Data yang digunakan pada studi kasus ini adalah data sekunder penduduk perempuan Kalimantan Barat, yaitu data *exposure* penduduk ($L_{x,t}$) dan keseluruhan jumlah kematian ($d_{x,t}$), x adalah usia dan t adalah tahun. Penelitian ini menggunakan data tahun 1993-2010 dengan usia $x = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{99}$, sedangkan untuk tahun $t = t_1, t_2, \dots, t_{18}$ yaitu tahun 1993-2010. Menggunakan Persamaan 3 diperoleh sebagian hasil perhitungan $\ln m_{x,t}$ pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1 Hasil perhitungan ($\ln m_{x,t}$)

Usia (x)	Tahun (t)						
	1993	1991	1992	...	2008	2009	2010
0	-3.43486	-3.48529	-3.53839	...	-4.77300	-4.98059	-5.24288
1	-5.61577	-5.66392	-5.71451	...	-6.83699	-7.01065	-7.22095
2	-5.94458	-5.99235	-6.04252	...	-7.14771	-7.31656	-7.51983
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
97	-0.96375	-0.97757	-0.99159	...	-1.19432	-1.21176	-1.22951
98	-0.90486	-0.92048	-0.93634	...	-1.16944	-1.18984	-1.21066
99	0.00000	-0.03923	-0.08006	...	-0.86040	-0.95575	-1.06115

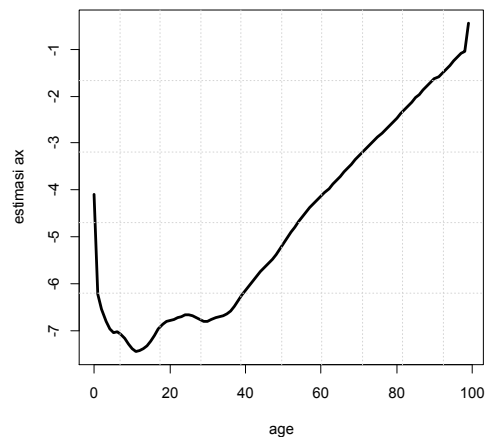
Tahap selanjutnya adalah mengestimasi parameter a_x . Estimasi parameter a_x dengan mencari rata-rata tingkat kematian secara umum berdasarkan usia menggunakan Persamaan 4 yaitu:

$$\hat{a}_x = \frac{1}{T} \sum_{t=t_1}^{t_n} \ln(m_{x,t}) = \frac{1}{18} \sum_{t=1993}^{2010} \ln(m_{x,t})$$

T adalah banyaknya tahun data yang digunakan. sebagian hasil \hat{a}_x dapat dilihat pada Tabel 2 dan Gambar 1 berikut:

Tabel 2. Estimasi parameter a_x

Usia (x)	Estimasi a_x
0	-4,09576
1	-6.22464
2	-6.54536
⋮	⋮
97	-1.0911
98	-1.05044
99	-0.44391

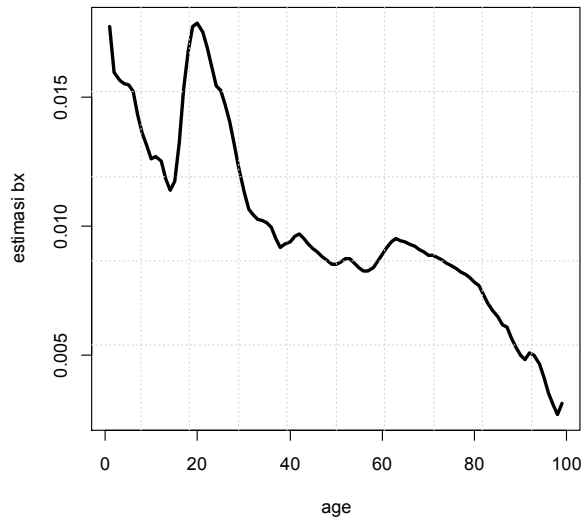


Gambar 1. Grafik estimasi parameter a_x

Tabel 2 dan Gambar 1 menunjukkan rata-rata tingkat kematian bayi secara umum pada usia 0 tahun tinggi, sedangkan pada usia balita rata-rata tingkat kematian secara umum mengalami penurunan. Kemudian rata-rata tingkat kematian secara umum usia remaja hingga usia tua kembali mengalami peningkatan. Dengan kata lain, rata-rata tingkat kematian yang tinggi menandakan usia tersebut memiliki resiko kematian yang tinggi. Pada Tabel 1 dan Tabel 2 diperoleh nilai $\ln m_{x,t}$ dan \hat{a}_x . Parameter tersebut digunakan untuk mengestimasi parameter b_x dan k_t . Sebagian hasil estimasi parameter \hat{b}_x dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Estimasi parameter b_x

Usia (x)	\hat{b}_x
0	0,017723
1	0,015934
2	0,015664
⋮	⋮
96	0,003548
97	0,003113
98	0,002735
99	0,003148



Gambar 2. Grafik estimasi parameter b_x

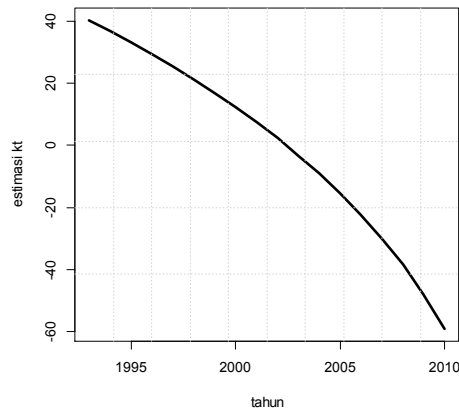
Parameter b_x menggambarkan pola perubahan tingkat kematian menurut usia akibat perubahan dari nilai parameter k_t . Tabel 3 dan Gambar 2 menunjukkan kecepatan relatif dari pola perubahan tingkat kematian pada usia bayi (0 tahun) tinggi. Pada usia balita, pola perubahan tingkat kematian mengalami penurunan. Kemudian pada usia remaja pola perubahan tingkat kematian kembali mengalami peningkatan. Sedangkan pola perubahan tingkat kematian paling rendah berada pada usia tua. Parameter k_t mendeskripsikan tentang indeks kematian penduduk pada tahun ke- t . Hasil k_t dapat dilihat pada Tabel 4 berikut:

Tabel 4. Estimasi parameter k_t

Tahun	Estimasi k_t	Tahun	Estimasi k_t
1993	40.2344	2002	2.3415
1994	36.7708	2003	-3.1667
1995	33.1607	2004	-9.0746
1996	29.3907	2005	-15.4503
1997	25.4452	2006	-22.3823
1998	21.3066	2007	-29.9898
1999	16.9539	2008	-38.4392
2000	12.3626	2009	-47.9759
2001	7.5035	2010	-58.9913

Pada Tabel 4 dapat dilihat bahwa nilai \hat{k}_t setiap tahunnya mengalami penurunan setiap tahunnya.

Hasil estimasi \hat{k}_t secara lebih jelas dapat dilihat pada Gambar 3 berikut:



Gambar 3 Estimasi parameter k_t

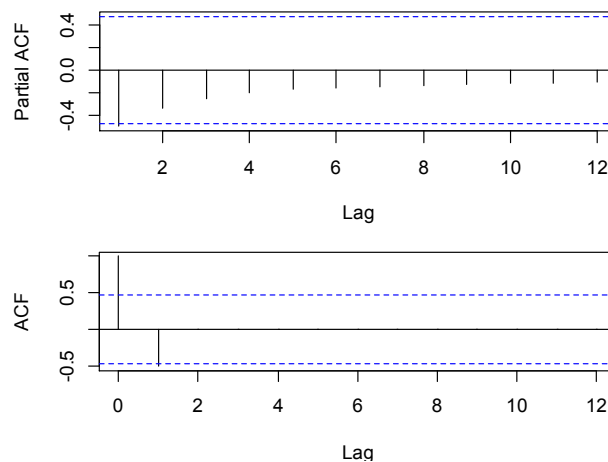
Gambar 3 menunjukkan bahwa tingkat kematian penduduk tiap tahunnya mengalami penurunan. Peramalan tingkat kematian penduduk menurut usia x pada tahun ke- t ($m_{x,t}$) diperlukan nilai estimasi k_t . Estimasi nilai k_t diperoleh dengan menggunakan ARIMA. Proses ARIMA dimulai dengan melihat kestasioneran data k_t menggunakan uji ADF *test* berikut.

Augmented Dickey-Fuller Test

```
data: data.Kt
Dickey-Fuller = -3.0163, Lag order = 2, p-value = 0.1852
alternative hypothesis: stationary
```

Gambar 4 Output ADF test data k_t

Diketahui bahwa data k_t belum stasioner, pada Gambar 3 dapat dilihat bahwa data k_t belum stasioner dalam *mean* karena terdapat tren. Sehingga untuk menstasionerkan data k_t perlu dilakukan proses pembedaan (*differencing*). Ketika data sudah dikatakan stasioner dalam *mean* dan variansi, maka tahap selanjutnya yaitu dilakukan identifikasi *plot* ACF dan PACF yang dapat dilihat pada Gambar 5 berikut:



Gambar 5 Correlogram data differencing k_t

Gambar 5 menunjukkan *plot* PACF, *lag* yang keluar garis batas signifikansi adalah *lag* ke-1. Hal ini menunjukkan adanya proses AR(1). Sedangkan pada *plot* ACF, terlihat bahwa *lag* yang keluar garis batas signifikansi adalah *lag* ke-2, menunjukkan adanya proses MA(2). Sebelumnya telah

dilakukan *differencing* terhadap data sebanyak 1 kali, sehingga diperoleh data awalnya adalah ARIMA (1,1,2). Selanjutnya adalah melakukan perbandingan model (*overfitting*) untuk mendapatkan model terbaik. Ukuran kebaikan model yang digunakan adalah nilai AIC, dimana model dikatakan terbaik bila mempunyai nilai AIC terkecil dibandingkan model lainnya. Berdasarkan Tabel 5, model ARIMA (1,1,1) merupakan model terbaik untuk data k_t .

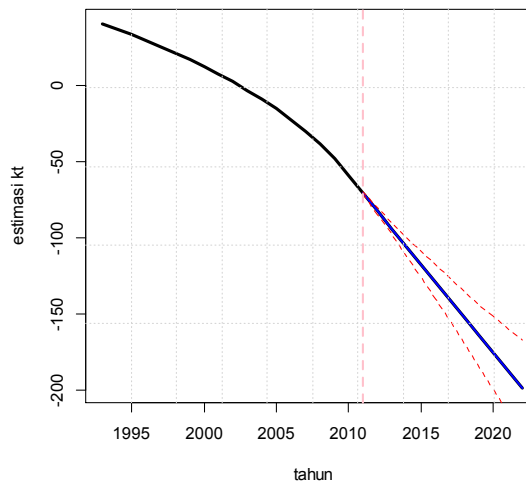
Tabel 5 Ringkasan hasil estimasi dari *overfitting* model

Parameter	Model				
	ARIMA (1,1,2)	ARIMA (1,1,1)	ARIMA (1,1,0)	ARIMA (0,1,2)	ARIMA (0,1,1)
AIC	27.12	26.52	39.96	95.69	95.59

Berdasarkan model terbaik yang telah diperoleh, yaitu ARIMA (1,1,1) diperoleh peramalan indeks kematian pada tahun ke- t selama 12 tahun kedepan yang dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6 Hasil peramalan data \hat{k}_t

Tahun	k_t	SE
2011	-70.8173	0.3462
2012	-82.6072	1.0753
2013	-94.3611	2.0013
2014	-106.0790	3.0910
2015	-117.7612	4.3223
2016	-129.4076	5.6798
2017	-141.0184	7.1521
2018	-152.5937	8.7300
2019	-164.1337	10.4062
2020	-175.6384	12.1746
2021	-187.1079	14.0300
2022	-198.5423	15.9678



Gambar 6 Hasil peramalan (*Forecast*) \hat{k}_t

Tabel 6 menunjukkan bahwa peramalan indeks kematian \hat{k}_t selama 12 periode mengalami penurunan, dengan nilai kesalahan pada masing-masing periode peramalan (SE) semakin besar. Pada Gambar 6 indeks kematian dari tahun 1993-2010 merupakan data aktual, sedangkan data peramalan dimulai dari tahun 2011-2022. Terlihat bahwa pola peramalan tingkat kematian pada tahun 2011-2022 mengalami penurunan. Hasil peramalan yang diperoleh pada Tabel 6 disubstitusikan kembali pada model *Lee Carter* untuk menghitung peramalan tingkat kematian penduduk dari tahun 2011-2022. Hasil $\hat{m}_{x,t}$ dapat dilihat pada Tabel 7 berikut:

Tabel 7 Hasil peramalan tingkat kematian penduduk perempuan Kalbar ($\hat{m}_{x,t}$)

Usia (x)	Tahun (t)						
	2011	2012	2013	...	2020	2021	2022
0	0.004744	0.003849	0.029060	...	0.00074	0.00060	0.00049
1	0.000641	0.000531	0.003298	...	0.00012	0.00010	0.00008
2	0.000474	0.000394	0.002376	...	0.00009	0.00008	0.00006
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
97	0.276717	0.267937	0.259462	...	0.20775	0.20134	0.19514
98	0.279895	0.269699	0.259903	...	0.20124	0.19410	0.18724
99	0.298523	0.262824	0.231485	...	0.09621	0.08500	0.07512

Perhitungan ($\hat{m}_{x,t}$) dapat juga dicari peramalan peluang kematian pada *life table*. Peramalan peluang kematian pada *life table* dari tahun 2011-2022 dapat dilihat pada Tabel 8 berikut:

Tabel 8 Hasil peramalan peluang kematian penduduk perempuan Kalbar ($\hat{q}_{x,t}$)

Usia (x)	Tahun (t)						
	2011	2012	2013	...	2020	2021	2022
0	0.00473	0.00384	0.00312	...	0.00074	0.00060	0.00049
1	0.00064	0.00053	0.00044	...	0.00012	0.00010	0.00008
2	0.00047	0.00039	0.00033	...	0.00009	0.00008	0.00006
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
97	0.24308	0.23628	0.22967	...	0.18820	0.18292	0.17779
98	0.24553	0.23765	0.23001	...	0.18284	0.17693	0.17121
99	0.25975	0.23230	0.20747	...	0.09179	0.08153	0.07240

Tabel 7 dan Tabel 8 menunjukkan hasil perhitungan yang saling mendekati, perbedaan dalam ini yaitu pada Tabel 7 menunjukkan hasil peramalan tingkat kematian dalam bidang Demografi, sedangkan pada Tabel 8 menunjukkan hasil peramalan tingkat kematian dalam bidang Aktuaria.

PENUTUP

tingkat kematian penduduk menurut usia dan waktu dapat diperoleh dari data jumlah kematian dan data tingkat kematian penduduk menurut usia dan waktu. Nilai tingkat kematian tersebut diperoleh menggunakan *logaritma* dari (*Age Spesific Death Rate*) ASDR. Hasil perhitungan menunjukkan tingkat kematian penduduk Indonesia dari tahun 1993-2010 mengalami penurunan. Estimasi parameter tingkat kematian menggunakan *Singular Value Decomposition* (SVD). Metode *Singular Value Decomposition* (SVD) cukup baik digunakan untuk mengestimasi parameter pada model *Lee Carter*. Pada peramalan indeks kematian penduduk menggunakan ARIMA diperoleh model terbaiknya yaitu ARIMA(1,1,1). Berdasarkan model terbaik tersebut dilakukan peramalan tingkat kematian dari tahun 2011-2022 dengan mensubstitusikan data peramalan indeks kematian pada model *Lee Carter*. Berdasarkan hasil peramalan tingkat kematian pada model *Lee Carter* dapat digunakan untuk mencari nilai peluang kematian pada *life table*. Dengan demikian, diperoleh peramalan tingkat kematian (*mortalita*) menurut usia dari tahun 2011-2022 dan peramalan peluang kematian menurut usia pada *life table* dari tahun 2011-2022.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Lee, R. D., & Carter, L. R. 1992. *Modelling and Forecasting U.S Mortality*. Journal of the American Statistical Association 87:659-671.
- [2]. Haberman, S., & Russolillo, M. 2005. *Lee Carter Mortality Forecasting: Application to the Italian Population*. Actuarial Research No.167.
- [3]. Scheick, J.T., 1997. *Linear Algebra with Applications. International Edition*. McGraw-Hill, Inc., Singapore.
- [4]. Makridakis, S., Wheelwright, S., & McGee, V. 1983. *Forecasting: Methods and Applications* (2 ed.), New York: John Wiley and Sons.

- [5]. Wei, W.W.S., 1990. *Time Series Analysis: Univariate dan Multivariate Methods*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. New York.
- [6]. Bowers, Newton L. *et al*, 1997. *Actuarial Mathematics Second Edition*, The Society of Actuaries, United States of America.

RENI UNAENI : FMIPA Universitas Tanjungpura Pontianak
reniunaenich@gmail.com

NEVA SATYAHADEWI : FMIPA Universitas Tanjungpura Pontianak
neva.satya@math.untan.ac.id

HENDRA PERDANA : FMIPA Universitas Tanjungpura Pontianak
hendra.perdana@math.untan.ac.id
