

# SIMULASI PENYELESAIAN INVERS KINEMATIK ROBOT DUA LENGAN DENGAN METODE *PSEUDO-INVERSE*

Suyudi<sup>1)</sup>, Elang Dardian Marindani<sup>2)</sup>, Ferry Hadary<sup>3)</sup>  
<sup>1,2,3)</sup> Program Studi Teknik Elektro, Jurusan Teknik Elektro  
Fakultas Teknik Universitas Tanjungpura

Email: <sup>1)</sup> suyudiyudi@student.untan.ac.id, <sup>2)</sup> elangdm@yahoo.co.id, elang.dardian@ee.untan.ac.id  
<sup>3)</sup> ferry.hadary@invent.untan.ac.id

## ABSTRAK

Dalam simulasi ini, tentang penyelesaian invers kinematik dengan metode *Pseudo-inverse Jacobian* dua lengan manipulator 5 DOF. Hasil simulasi yang dilakukan pada tiga lintasan yaitu lingkaran, vertikal dan horizontal yang diberikan parameter data sehingga hasil dari simulasi mendapatkan *error*, *norm error*, perubahan sudut *joint*, kecepatan *joint*, dan kecepatan *End-effector* dengan kondisi ke dua lengan bergerak dengan lintasan yang sama maupun berbeda. Salah satu hasil dari *error* pada lengan dua yang didapat pada lintasan lingkaran yang diberikan *time sampling* 0,001 detik dan waktu interval dari 0 sampai 2,07 detik, terjadi *error* pada detik ke 1,4 kemudian *norm error* pada detik ke 1,9 dipuncak dan kembali melewati lintasan kembali pada detik ke 2. Pada lintasan vertikal dan horizontal pada robot dua lengan diberikan tugas yang berbeda. Untuk lengan satu lintasan horizontal dan lengan dua adalah lintasan vertikal. Pada lengan satu hasil simulasi diberikan *time sampling* 0,001 detik dengan waktu interval dari 0 sampai 2 detik, pada detik ke 0,2 pada lintasan horizontal melakukan pergerakan sesuai dengan lintasan dan menimbulkan *error* sebesar 0,002 meter. Kemudian pada lengan dua dengan lintasan vertikal hasil simulasi diberikan *time sampling* 0,001 detik dengan waktu interval dari 0 sampai 2 detik, pada detik ke 0,012 baru melakukan pergerakan pada lintasan dengan memiliki *error*.

**Kata kunci:** Robot Dua Lengan, Invers Kinematik, *Pseudo-inverse Jacobian*, *End-effector*, Lintasan, Manipulator Planar.

## 1. PENDAHULUAN

Kinematika manipulator *planar* adalah gerakan lengan robot terhadap sistem koordinat dasar dua dimensi dengan tidak memperhitungkan gaya dan momen yang menyebabkan gerakan pada lengan robot tersebut. Kinematika ini terdiri dari 2 cakupan masalah, yaitu *Direct Kinematics* (kinematika maju) dan *Inverse Kinematics* (kinematika terbalik).

Dengan *direct kinematics* hanya dapat mengendalikan posisi secara tidak langsung dari setiap proses dengan penetapan sudut perputaran pada *joint* antara posisi awal dan posisi *end-effector*-nya, sehingga dapat mengakibatkan perilaku yang tidak dapat diramalkan selama interpolasi/sisipan. Kebalikannya, invers kinematik dapat melakukan kendali langsung atas penempatan *end-effector* dengan pemecahan untuk sudut *joint* yang dapat menempatkannya di posisi yang diinginkan.

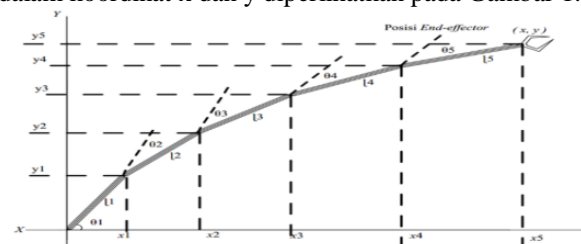
Latar belakang inilah yang mendorong penulis berkeinginan untuk melakukan penelitian tentang lengan robot, penelitian mengenai lengan robot sangatlah banyak dan berkembang pesat. Penelitian-penelitian tersebut juga disertai dengan kemajuan teknologi yang terus menerus berkembang sehingga saat ini sudah banyak jenis lengan robot yang diterapkan dalam dunia perindustrian ataupun dihidupkan sehari-hari. Penelitian kali ini yaitu bersifat Simulasi Penyelesaian Invers Kinematik Robot Dua Lengan Dengan Metode *Pseudo-Inverse*. Dengan simulasi ini dapat mengkoordinasikan gerak masing-masing lengan dapat diketahui dengan baik dan memiliki tingkat kegagalan yang kecil.

Simulasi robot dua lengan ini diharapkan dapat menjadi gerbang awal menuju penelitian lebih lanjut untuk penyelesaian invers kinematik robot dua lengan dengan metode yang berbeda dan dapat diaplikasikan didalam dunia perindustrian ataupun dalam kehidupan kita sehari hari.

## 2. LANDASAN TEORI

### 2.1 Manipulator Planar

Manipulator *planar* merupakan salah satu contoh dari berbagai macam manipulator. Manipulator *planar* sering kali digunakan untuk keperluan penelitian dan pengembangan dalam ilmu robotika. Penjelasan manipulator *planar* banyak digunakan untuk keperluan penelitian dan pengembangan ilmu robotika. Sehingga banyak peneliti yang ingin mengembangkan robot ini dengan menggunakan berbagai metode dan dengan lebih banyak lagi lengan yang digunakan. Manipulator *planar* bergerak dalam bidang dua dimensi yaitu dalam kordinat  $x$  dan  $y$ . Contoh gambaran fisik dari manipulator *planar* dalam koordinat  $x$  dan  $y$  diperlihatkan pada Gambar 1.



**Gambar 1.** Fisik manipulator *planar*  
Sumber: (Modifikasi: David, 2006)

## 2.2 Model Manipulator Robot Dua Lengan

Untuk menganalisis kinematika maju dibuat model pada Gambar 2.



**Gambar 2.** Model robot dua lengan  
Sumber: (Joonbae, 2011)

Ada 5 DOF dari masing-masing lengan dalam robot dua lengan ini, 2 di bahu dan 1 di lengan atas, siku pada lengan bawah robot dan koordinat masing-masing sambungan memenuhi teori. Dapat ditetapkan koordinat referensi di tengah bahu. Sistem dari setiap lengan yang hampir sama, jadi hanya dapat digunakan untuk mengambil atau meninggalkan satu untuk melakukan analisis kinematik misalnya.

## 2.3 Kinematika

Kinematika merupakan studi tentang gerak benda tanpa memperhitungkan penyebab terjadi gerakan itu. Asumsinya objek sebagai benda titik yaitu ukuran, bentuk, rotasi dan getarannya diabaikan. Sedangkan kinematika untuk manipulator *planar* adalah gerakan lengan robot terhadap sistem koordinat dasar dua dimensi dengan tidak memperhitungkan gaya dan momen yang menyebabkan gerakan pada *link* robot tersebut<sup>[8]</sup>.

Penyajian matematis dari invers kinematik pada Persamaan 1.

$$\theta = f^{-1}(X) \quad (1)$$

Solusi invers kinematik dimulai dengan aplikasi aturan kosinus untuk mencari sudut *joint*  $\theta_2$  misalnya, lalu sudut *joint*  $\theta_1$  dapat ditemukan dengan cara pengurangan.

$$\cos \theta_2 = \frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2} \quad (2)$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{l_2 \sin \theta_2}{l_1 + l_2 \cos \theta_2} \right) \quad (3)$$

Kecepatan sudut *joint* dari kecepatan *cartesium* diperoleh dengan menemukan invers *Jacobian* ( $J^{-1}$ ) dari Persamaan 4:

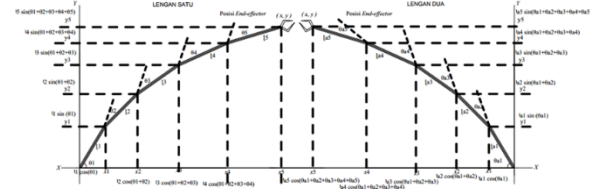
$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{l_1 l_2 \sin \theta_2} \begin{bmatrix} l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ -l_1 \cos \theta_1 - l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & -l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Jika solusi invers kinematik jarang digunakan, maka solusi invers kinematik untuk akselerasi dilakukan bahkan sedikit lebih sering. Untuk *planar* manipulator robot dua lengan. Dan didapatkan dengan melakukan invers kinematik dari Persamaan 2.5 didapatkan bahwa:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{l_1 l_2 \sin \theta_2} \begin{bmatrix} l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ -l_1 \cos \theta_1 & -l_1 \sin \theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \frac{1}{l_1 l_2 \sin \theta_2} \begin{bmatrix} l_1 l_2 \cos \theta_2 & l_2^2 \\ -l_1^2 & -l_1 l_2 \cos \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

## 2.4 Kinematika *Planar* Robot Dua Lengan

Pada Gambar 3 menunjukkan struktur kinematika suatu manipulator *planar* dengan 5 derajat kebebasan (DOF). Dimana panjang *link* ( $l$ ) masing-masing adalah  $l_1, l_2, l_3, l_4$ , dan  $l_5$ . Variabel sudut untuk masing-masing *joint* adalah dengan simbol  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  dan  $\theta_5$ .



**Gambar 3.** Kinematika manipulator *planar* robot dua lengan. Sumber: (Modifikasi: David, 2006)

Untuk sumbu  $x$  pada lengan satu masing-masing adalah:

$$x_0 = l_0 \cos(\theta_0) \quad (6)$$

$$x_1 = l_0 \cos(\theta_0) + l_1 \cos(\theta_0 + \theta_1)$$

$$x_2 = l_0 \cos(\theta_0) + l_1 \cos(\theta_0 + \theta_1) + l_2 \cos(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2)$$

$$x_3 = l_0 \cos(\theta_0) + l_1 \cos(\theta_0 + \theta_1) + l_2 \cos(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2) + l_3 \cos(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

$$x_4 = l_0 \cos(\theta_0) + l_1 \cos(\theta_0 + \theta_1) + l_2 \cos(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2) + l_3 \cos(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3) + l_4 \cos(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$x_5 = l_0 \cos(\theta_0) + l_1 \cos(\theta_0 + \theta_1) + l_2 \cos(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2) + l_3 \cos(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3) + l_4 \cos(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + l_5 \cos(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5)$$

Dan untuk sumbu  $y$  pada lengan satu masing-masing adalah:

$$y_0 = l_0 \sin(\theta_0) \quad (7)$$

$$y_1 = l_0 \sin(\theta_0) + l_1 \sin(\theta_0 + \theta_1)$$

$$y_2 = l_0 \sin(\theta_0) + l_1 \sin(\theta_0 + \theta_1) + l_2 \sin(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2)$$

$$y_3 = l_0 \sin(\theta_0) + l_1 \sin(\theta_0 + \theta_1) + l_2 \sin(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2) + l_3 \sin(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

$$y_4 = l_0 \sin(\theta_0) + l_1 \sin(\theta_0 + \theta_1) + l_2 \sin(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2) + l_3 \sin(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3) + l_4 \sin(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$y_5 = l_0 \sin(\theta_0) + l_1 \sin(\theta_0 + \theta_1) + l_2 \sin(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2) + l_3 \sin(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3) + l_4 \sin(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + l_5 \sin(\theta_0 + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5)$$

Kemudian pada lengan dua sama halnya dengan kinematika pada lengan satu akan tetapi pada lengan

dua ini yang berbeda adalah pada saat  $\theta_0, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  dan  $\theta_5$ . Karena pada perbedaan gerakan yang dilakukan oleh lengan satu dan lengan dua untuk melakukan *tracking* lintasan yang sudah ditentukan.

## 2.5 Matrik Jacobian

Matriks *Jacobian*  $J$  adalah suatu matriks yang menghubungkan  $X$  dan  $\theta$  yang merupakan suatu fungsi menyangkut posisi pada Persamaan 10.

$$X = [x_x, x_y, x_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z]^T \quad (8)$$

$$\dot{\theta} = [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dots, \dot{\theta}_n]^T \quad (9)$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x_x}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial x_x}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial x_y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x_y}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial x_y}{\partial \theta_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \omega_z}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \omega_z}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial \omega_z}{\partial \theta_n} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Matriks *Jacobian* pada Persamaan 10 menggambarkan hubungan antara perubahan sudut *joint*  $\theta$  dengan perubahan *end-effector*  $X$ . Perubahan linear dari *end-effector* menjadi fungsi penambahan pada sumbu rotasi dengan suatu vektor dari *joint*. Perubahan linear ini dengan segera akan berpengaruh pada bagian *end-effector* oleh karena rotasi pada *joint*<sup>[8]</sup>.

## 2.6 Pseudo-Inverse Jacobian

Metode yang paling sering dan luas digunakan untuk memecahkan permasalahan invers kinematik adalah dengan menggunakan metode *Pseudo-Inverse Jacobian*.

$$d\theta = J^{-1}dx \quad (11)$$

Dari Persamaan  $x = f(\theta)$  maka akan didapat Persamaan 12 yang merupakan persamaan invers kinematik dengan *Pseudo-inverse jacobian*:

$$\dot{\theta} = J^+ \dot{x} \quad (12)$$

Dengan  $\dot{\theta}$  = kecepatan sudut dan *joint* (*deg/det*) dan  $\dot{x}$  = kecepatan *end-effector* (*m/det*). Apabila matriks *Jacobian* telah dihitung, maka persamaan didapat dalam Persamaan 13:

$$X = J\dot{\theta} \quad (13)$$

Dalam kasus yang  $J$  adalah matriks bujursangkar, maka solusi invers *Jacobian* diperlukan untuk menghitung kecepatan sudut *joint* dengan memberi kecepatan *end-effector*.

$$J^{-1}X = \dot{\theta} \quad (14)$$

Maka sebagai gantinya, digunakanlah *Pseudo-Inverse*  $J^+$ , dimana seperti Persamaan 14 dan didapat persamaan seperti dibawah ini:

$$\begin{aligned} J^T X &= J^T J \dot{\theta} \\ (J^T J)^{-1} J^T X &= (J^T J)^{-1} J^T J \dot{\theta} \\ J^+ X &= \dot{\theta} \end{aligned} \quad (15)$$

Persamaan 15 bekerja sebab suatu matriks dikalikan dengan dirinya sendiri mengubah urutan merupakan suatu penyiku  $n$  dan  $n$  matriks. Maka:

$$J^+ = (J^T J)^{-1} J^T = J^T (J J^T)^{-1} \quad (16)$$

disebut matriks *Pseudo-inverse* dari  $J$ .

## 3. METODE PENELITIAN

### 3.1 Penurunan Invers Kinematik

Masalah invers kinematik dengan solusi format tertutup hanya untuk manipulator yang mempunyai struktur kinematika yang sederhana saja. Permasalahan yang timbul adalah ketika *end-effector* mencapai orientasi dan posisi tertentu dalam ruang operasionalnya, atau mempunyai struktur yang kompleks dan tidak memungkinkan untuk menghubungkan posisi *end-effector* dan orientasi yang berbeda untuk satuan variabel *joint*, apabila tidak demikian maka manipulator tersebut adalah manipulator yang *redundant*. Pembatasan ini disebabkan oleh hubungan yang non-linear antara variabel ruang *joint* dan variabel ruang operasionalnya. Persamaan diferensial kinematik dapat diperoleh seperti waktu *derivative* yang dari persamaan kinematik langsung  $x = k(\theta)$ .

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_p(\theta) \\ J_\phi(\theta) \end{bmatrix} \dot{\theta} = J_A(\theta) \dot{\theta} \quad (17)$$

dimana untuk *Jacobian*-nya adalah:

$$J_A(\theta) = \frac{\partial k(\theta)}{\partial \theta} \quad (18)$$

Oleh karena itu, persamaan diferensial kinematik dapat kita tuliskan sebagai berikut:

$$x = J(\theta) \dot{\theta} \quad (19)$$

### 3.2 Manipulator Redundant

Ketika manipulator *redundant* ( $r < n$ ), matriks *Jacobian* memiliki lebih banyak kolom dari pada baris dan ada solusi tak terbatas. Metode solusi yang layak adalah merumuskan masalah sebagai masalah optimasi linear terbatas. Pada persamaan  $W\dot{\theta} - J^T \lambda = 0$  dengan demikian:

$$\dot{\theta} = W^{-1} J^T \lambda \quad (20)$$

Dimana,  $W$  adalah suatu matriks simetris ( $n \times n$ ) positif dan disubstitusikan ke dalam Persamaan 20, untuk memberi solusi optimal:

$$\dot{\theta} = W^{-1} J^T (J W^{-1} J^T)^{-1} x \quad (21)$$

Hal ini memudahkan untuk membuat solusi persamaan kinematika diferensial Persamaan 19. Hal diatas terjadi jika  $\dot{\theta}$  dan  $\dot{\theta} + P\dot{\theta}_a$  adalah suatu solusi untuk persamaan 19, dimana  $\dot{\theta}_a$  adalah vektor dari kecepatan *joint* dan  $P$  adalah proyektor dalam *null-space*  $J$ . oleh karena derajat tingkat kebebasan (DOF) *redundant*, solusi dari Persamaan 21 dapat dimodifikasi oleh pengenalan tentang istilah yang lain dari sesama  $P\dot{\theta}_a$ . Dari kondisi awal sebagai berikut:

$$\dot{\theta} = J^T \lambda + \dot{\theta}_a \quad (22)$$

Kemudian disubstitusikan kedalam Persamaan 19, menjadi:

$$\lambda = (JJ^T)^{-1}(x - J\dot{\theta}_a)$$

Akhirnya, disubstitusikan ke dalam Persamaan 22, menjadi:

$$\dot{\theta} = J^+x + (I - J^+J)\dot{\theta}_a \quad (23)$$

Solusi yang diperoleh terdiri dari dua terminologi. Yang pertama adalah berhubungan dengan kecepatan minimum *joint*. Dan yang kedua, memasukkan solusi homogen, untuk usaha mencukupi batasan yang ditambahkan serta ditetapkan  $\dot{\theta}_a^+$ ; matriks  $(I - J^+J)$  adalah salah satu matriks dari P yang memperkenalkan  $\dot{\theta} = \dot{\theta} + P\dot{\theta}_a$  dimana memungkinkan untuk memproyeksikan vektor  $\dot{\theta}_a$  dalam *null-space*  $J$ , sehingga tidak melanggar batasan pada Persamaan 19. Suatu konsekuensi langsung, bahwa dalam kasus  $x = 0$ , ini memungkinkan untuk menghasilkan gerakan internal yang diuraikan dengan  $(I - J^+J)\dot{\theta}_a$ , yang mengatur kembali struktur manipulator tanpa mengubah posisi dan orientasi *end-effector*-nya

### 3.3 Algoritma Invers Kinematik

Dengan menggunakan skema solusi yang memperhitungkan kesalahan ruang operasional antara yang diinginkan dan posisi *end-effector* yang sebenarnya dan orientasinya. Sehingga:

$$e = x_d - x_a \quad (24)$$

Dimana  $e$  adalah *error*-nya sedangkan  $x_d$  adalah posisi akhir (*disired*) *end-effector* yang diinginkan dan  $x_a$  adalah posisi (*actual*) yang terjadi. Dengan mempertimbangkan turunan waktu pada  $J^* = J^T(JJ^T + k^2I)^{-1}$  diperhitungkan maka:

$$\dot{e} = \dot{x}_d - \dot{x}_a \quad (25)$$

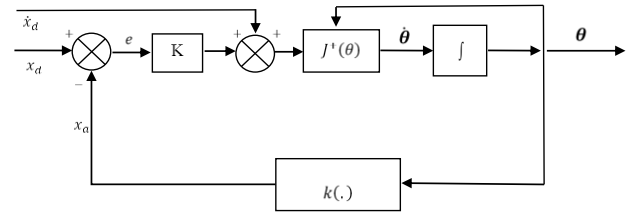
Yang mana menurut kinematik diferensial, maka dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\dot{e} = \dot{x}_d - J_A(\theta)\dot{\theta} \quad (26)$$

untuk mengarah pada algoritma kinematika terbalik, itu bernilai menghubungkan persamaan-persamaan vektor kecepatan yang dihitung untuk persamaan ini sehingga Persamaan 26 memberikan persamaan diferensial yang menggambarkan evolusi kesalahan dari waktu ke waktu. Meskipun demikian, perlu untuk memilih hubungan antara  $\dot{\theta}$  dan  $e$  yang memastikan konvergensi kesalahan menjadi nol<sup>[8]</sup>.

### 3.4 Solusi Invers Kinematik Dengan *Pseudo-Inverse Jacobian*

Pada Gambar 4 diberikan diagram blok dari algoritma invers kinematik dengan menggunakan metode *Pseudo-Inverse*:



**Gambar 4** Diagram blok Algoritma Invers kinematik dengan *Pseudo-Inverse Jacobian*  
Sumber: (Sciavicco, 1996)

Pada Gambar 4 asumsikan bahwa matriks  $J$  adalah matriks bujur sangkar dan bukan suatu bentuk tunggal, sehingga:

$$\dot{\theta} = J^+(\theta)(\dot{x}_d + K) \quad (27)$$

Menuju ke jenis sistem yang linear

$$\dot{e} + Ke = 0 \quad (28)$$

Jika  $K$  adalah matriks definit positif (biasanya diagonal), sistem Persamaan 28 stabil secara asimtotik. Kesalahan cenderung nol sepanjang lintasan dengan tingkat konvergensi yang tergantung pada nilai *eigen* dari matriks  $K$ . Semakin besar nilai *eigen*, semakin cepat konvergensi. Karena skema tersebut secara praktis diimplementasikan sebagai sistem waktu-diskrit, akan ada suatu batas untuk memprediksi bahwa batas atas ada pada nilai *eigen*, tergantung pada waktu pengambilan sampel, akan ada batas untuk nilai *eigen* maksimum  $K$  di mana stabilitas asimtotik dari sistem kesalahan dijamin.

Diagram blok yang sesuai dengan algoritma kinematika terbalik dalam Persamaan 27 adalah diilustrasikan pada Gambar 4 sesuai dengan algoritma invers kinematik pada bahasan sebelumnya. Dimana  $k(\cdot)$  menandakan adanya kinematik maju pada  $x = K(\theta)$ . Diagram ini dapat ditinjau kembali dalam hal skema kontrol umpan balik yang biasa. Secara khusus, dapat diamati bahwa blok nonlinier  $k(\cdot)$  diperlukan untuk menghitung  $x$  dan kesalahan *error*  $e$ , selagi bagian  $J^+(\theta)$  telah diperkenalkan untuk mengkompensasi  $J(\theta)$  dan membuat sistem menjadi linear. Diagram blok diatas menunjukkan adanya suatu integrator pada umpan baliknya, kemudian, untuk referensi konstan ( $\dot{x}_d = 0$ ), menjamin kesalahan kondisi tetap nol. Selanjutnya, aksi umpan maju yang disediakan oleh  $x_d$  untuk referensi penentuan waktu memastikan bahwa kesalahan dijaga agar tetap nol (dalam kasus  $e(0) = 0$ ) sepanjang seluruh lintasan, terlepas dari jenis referensi yang diinginkan  $x_d(t)$ . Perhatikan juga, Untuk  $\dot{x}_d = 0$ , sesuai dengan metode *Newton* untuk menyelesaikan sistem persamaan nonlinier<sup>[8]</sup>. Dalam kasus manipulator *redundant*, dapat digeneralisasi menjadi:

$$\dot{\theta} = J^+(\dot{x}_d + Ke) + (I - J^+J)\dot{\theta}_a \quad (29)$$

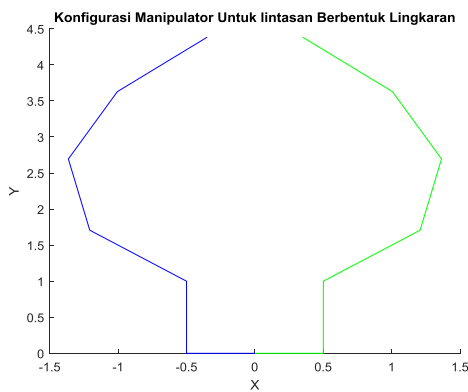
Metoda kendali ini didasarkan pada linearisasi suatu model geometris yang menyangkut status dari sistem. Sebagai konsekuensi, kebenaran dari rancangan kendali ini dibatasi dari status saat ini, demikian juga perubahan gerakan yang kecil. Format solusi umum dari invers

kinematik dengan metode *Pseudo-inverse Jacobian* untuk manipulator *redundant* adalah sebagai berikut:

$$\dot{\theta} = J^+ \dot{x} + (I - J^+ J) \dot{z} \quad (30)$$

### 3.5 Perhitungan Matriks *Jacobian* dan *Pseudo-Inverse Jacobian* Robot Dua Lengan

Sebelum melakukan penyelesaian invers kinematik untuk robot dua lengan manipulator *planar* dengan 5 DOF, diperlukan matriks *Jacobian* untuk manipulator *planar* tersebut yang nantinya digunakan untuk mendapatkan *Pseudo-inverse Jacobian*-nya, adapun langkah-langkah mencari matriks *Jacobian* untuk manipulator *planar* dengan dua lengan 5 DOF. Sebagai contohnya kita gunakan titik awal dari konfigurasi manipulator dengan lintasan berbentuk lingkaran. Diberikan data berupa bentuk konfigurasi awal dari dua lengan manipulator *planar* 5 DOF dengan lintasan berbentuk lingkaran seperti Gambar 5.



Gambar 5 Konfigurasi Awal Manipulator

Dari data pada Gambar 5 konfigurasi awal manipulator robot dua lengan dengan menentukan masing-masing nilai parameter yang diberikan sehingga dapat dibuat tabel yang merupakan data awal parameter-parameter dari manipulator tersebut seperti pada Tabel 1 dan Tabel 2. Hal ini bertujuan untuk mempermudah pergerakan yang dilakukan robot dua lengan dengan menentukan nilai-nilai yang tepat. Nilai yang diberikan pada parameter-parameter awal ini adalah nilai yang mudah dijangkau oleh masing-masing lengan untuk melakukan suatu pergerakan. Sehingga mempermudah dalam penerapan di kehidupan sehari-hari.

Tabel 1 Parameter Awal Manipulator Lengan Satu

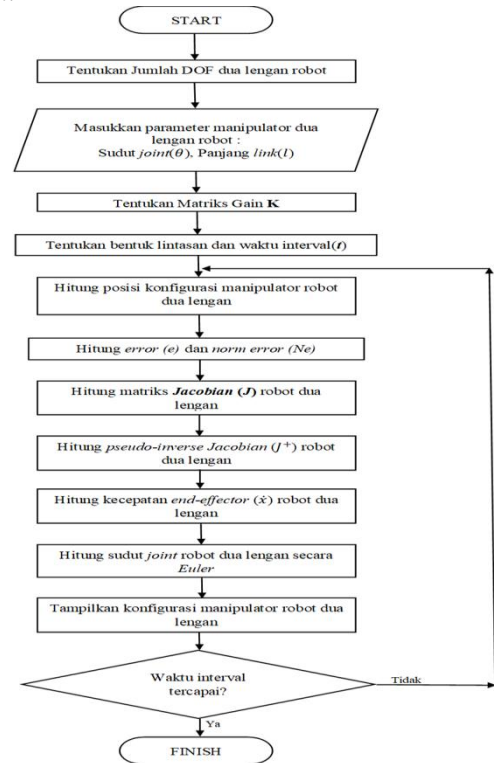
Link	Panjang Link (meter)	Sudut masing-masing Joint Radian	Sudut masing-masing Joint Derajat
0	0,5 meter	0	0 <sup>0</sup>
1	1 meter	$\pi/2$	90 <sup>0</sup>
2	1 meter	$-\pi/4$	315 <sup>0</sup>
3	1 meter	$\pi/5$	36 <sup>0</sup>
4	1 meter	$\pi/6$	30 <sup>0</sup>
5	1 meter	$\pi/9$	20 <sup>0</sup>

Tabel 2 Parameter Awal Manipulator Lengan Dua

Link	Panjang Link (meter)	Sudut masing-masing Joint Radian	Sudut masing-masing Joint Derajat
0	0.5 meter	$\pi$	180 <sup>0</sup>
1	1 meter	$-\pi/2$	270 <sup>0</sup>
2	1 meter	$\pi/4$	45 <sup>0</sup>
3	1 meter	$-\pi/5$	324 <sup>0</sup>
4	1 meter	$-\pi/6$	330 <sup>0</sup>
5	1 meter	$-\pi/9$	340 <sup>0</sup>

### 3.6 Algoritma Simulasi Penyelesaian Invers Kinematik dengan Metode *Pseudo-Inverse Jacobian*

Diagram alir (*flow chart*) dari simulasi pergerakan manipulator dengan menggunakan *Pseudo-Inverse Jacobian*:



Gambar 6 Diagram alir simulasi

## 4. HASIL DAN ANALISIS

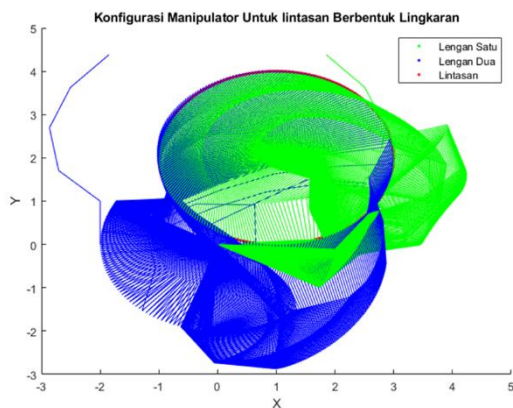
### 4.1 Simulasi Penyelesaian Invers Kinematik Robot Dua Lengan Dengan Metode *Pseudo-Inverse Jacobian* Pada Pergerakan Manipulator *Planar* 5 DOF dengan Lintasan Berbentuk Lingkaran

Robot dua lengan tersebut akan digerakkan mengikuti lintasan berbentuk lingkaran dengan parameter data yang suda diberikan, dimana pusat lingkaran berada di titik koordinat (1, 2) dengan jari-jari lingkaran sebesar 2 m dan dalam waktu interval 0 sampai 2,07 detik dengan *time*



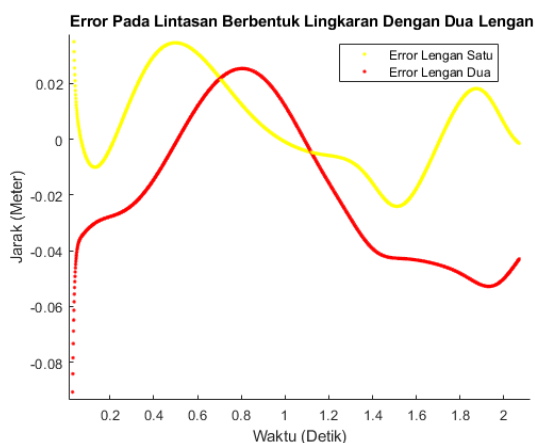
sampling sebesar 0,003 dan matriks Gain  $K$  senilai

$$\begin{bmatrix} 75 & 0 \\ 0 & 75 \end{bmatrix}$$



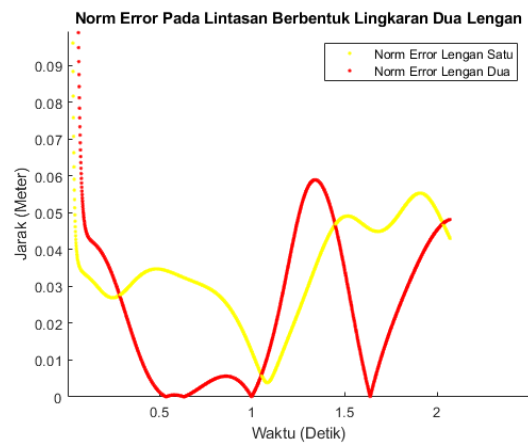
**Gambar 7** Konfigurasi manipulator *planar* robot dua lengan pada lintasan berbentuk lingkaran

Gambar 7 merupakan gambar gerakan manipulator *planar* 5 DOF robot dua lengan secara bersamaan mengikuti lintasan yang berbentuk lingkaran. Dari gambar ini kita dapat melihat bahwa ruang kerja yang dilakukan oleh masing-masing lengan itu berbeda sehingga tidak adanya tabrakan antara gerakan lengan satu dan lengan dua.



**Gambar 8** Error robot dua lengan pada lintasan berbentuk lingkaran

Gambar 8 menunjukkan bahwa *error* yang diketahui pada lintasan yang dilakukan pada lengan satu pada detik ke 1,75 mengalami *error* sehingga mencapai *error* sebesar 0,02 meter dari 0 meter. Hal ini menunjukkan untuk *error* dari lengan satu hampir mencapai *error* nol, sedikit saja perubahan yang terjadi pada lintasan dan pada lengan dua terjadi *error* pada detik ke 1,4 dimana *error* dari nilai 0 meter hingga mencapai -0,058 meter ini mengalami perubahan disaat melalui lintasan.

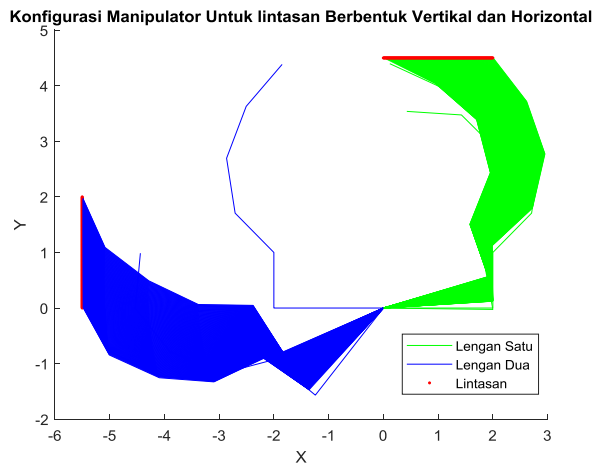


**Gambar 9** Norm error robot dua lengan pada lintasan berbentuk lingkaran

Gambar 9 menunjukkan pada waktu ke 1,56 detik menunjukkan terjadinya *error* yang mengakibatkan keluarnya lintasan yang dibuat oleh lengan satu ini. Ini minimum *error* yang didapatkan serta pada detik ke 1,89 adalah maksimum *error* setelah itu robot lengan melakukan pergerakan dengan lintasan yang diberikan. Sehingga *error* yang terjadi pada robot lengan satu sebesar 0,045 meter. Maka dapatlah hasil dari *norm error* atau *error* yang bernilai positif yang ditunjukkan mulai pada detik ke 1 dengan *error* minimum dan pada detik ke 1,45 merupakan *error* maksimum sebesar 0,06 meter.

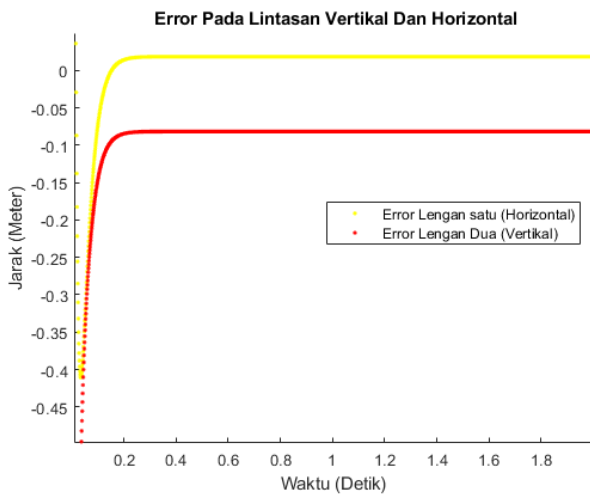
#### 4.2 Respon Dinamis Keluaran Simulasi Penyelesaian Invers Kinematik Robot Dua Lengan Dengan Metode Pseudo-Inverse Jacobian Pada Pergerakan Manipulator Planar 5 DOF dengan Lintasan Berbentuk Vertikal dan Horizontal

Pada simulasi manipulator tersebut akan digerakkan mengikuti lintasan berbentuk vertikal dan horizontal, karena ingin mendapatkan garis vertikal maka untuk nilai disumbu y selalu berubah dan disumbu x tetap. Sedangkan untuk membuat lintasan horizontal maka nilai disumbu x berubah sedangkan nilai disumbu y tetap. Dapat dituliskan persamaan pusat garis vertikal adalah berada di titik koordinat  $(-1,5, t)$  yang selalu berubah sehingga dapat membentuk lintasan vertikal. Untuk lintasan horizontal berada di titik koordinat  $(t,0,5)$  dengan t yang berubah dan dalam waktu interval 0 sampai 2 detik dengan *time sampling* sebesar 0,003 dan matriks Gain  $K$  senilai  $\begin{bmatrix} 75 & 0 \\ 0 & 75 \end{bmatrix}$ . Untuk mencari *error* dan *norm error* pada simulasi yang akan dilakukan ini diperlukan kondisi awal yang tepat agar *error* yang didapat lebih kecil dan sesuai dengan apa yang kita harapkan pada simulasi yang akan dilakukan ini.



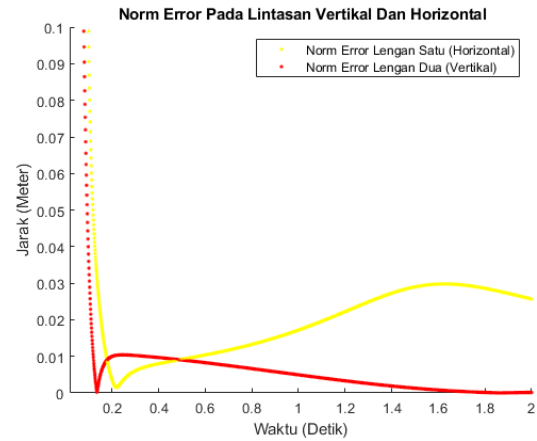
**Gambar 10** Konfigurasi manipulator *planar* robot dua lengan untuk lintasan vertikal dan horizontal

Gambar 10 adalah konfigurasi manipulator *planar* robot dua lengan yang membentuk lintasan vertikal dan horizontal. Dapat dilihat bahwa hasil simulasi yang pada pengujian dapat dilakukan dengan baik dan sesuai dengan pergerakan yang diinginkan. Dengan diberikan beberapa parameter yang tepat juga menjadi penyebab pergerakan robot dua lengan ini memiliki *error* yang sedikit. Akhirnya pada robot lengan satu membentuk lintasan horizontal dan pada robot lengan dua membentuk lintasan horizontal.



**Gambar 11** Error robot dua lengan pada lintasan berbentuk vertikal dan horizontal

Pada Gambar 11 bahwa terjadi *error* pada waktu 0,25 detik. Untuk nilai *error* ini sendiri adalah selisih dari posisi lintasan *desired* dengan posisi lintasan *actual*, akan tetapi bila nilai selisih ini digunakan maka akan terjadi nilai *error* yang negatif. Oleh karena itu dihitung nilai *norm error* yang berarti nilai *error* yang positif dengan cara mengakar kuadratkan perkalian transpose nilai *error* dengan nilai *error* itu sendiri. Maka nilai *norm error* disini selalu positif dan nilai *error* itu bernilai negatif. Nilai *error* untuk lengan satu adalah 0 m dan lengan dua adalah -0,1 m.



**Gambar 12** Norm error robot dua lengan pada lintasan berbentuk vertikal dan horizontal

Gambar 12 merupakan grafik *norm error* dari pergerakan robot dua lengan manipulator mengikuti lintasan berupa vertikal dan horizontal. Maksud *norm error* disini adalah *error* yang bernilai positif, ini dikarenakan apabila digunakan nilai perbedaan saja maka hasil yang didapat *error* akan berupa *error* yang bernilai negatif. Dapat dibuktikan dengan membandingkan perbedaan antara dua lengan yang memiliki *norm error* sangat kecil, sehingga didapatkan hasil yang bagus dalam membuat lintasan masing-masing lengan. Termasuk robot dua lengan ini yang sangat kecil *norm error*-nya. Nilai maksimum *norm error* lengan satu adalah 0,03 m dan lengan dua adalah 0,01 m.

## 5. PENUTUP

Setelah dilakukan simulasi dan pengujian, maka dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Posisi lintasan sangat berpengaruh terhadap pergerakan manipulator, terutama pada lintasan lingkaran hal ini mengakibatkan nilai *norm error* maksimum pada robot lengan satu sebesar 0,05 meter dan *norm error* maksimum robot lengan dua sebesar 0,06 meter.
2. Pada simulasi didapatkan penguatan atau Matrik *Gain K* ini sebesar  $\begin{bmatrix} 75 & 0 \\ 0 & 75 \end{bmatrix}$  agar dapat melihat hasil kestabilan dari simulasi yang dilakukan dengan cara dilihat dari percobaan berkali-kali.
3. Pada lintasan lingkaran *error* minimum pada lengan satu sebesar -0,022 meter sedangkan pada lengan dua sebesar -0,045 meter. Kemudian nilai *error* maksimum pada lengan satu sebesar 0,022 meter sedangkan pada lengan dua sebesar -0,04 meter.
4. Pada lintasan horizontal *error* minimum adalah sebesar 0 meter sedangkan pada lengan dua lintasan vertikal sebesar 0 meter.
5. Pada lintasan vertikal robot lengan dua membuat lintasan pada detik ke 0,2 sedangkan pada lintasan horizontal robot lengan satu membuat lintasan pada detik ke 0,2.

## REFERENSI

- [1] AbuQassem, M. R. 2010. *Simulation and Interfacing of 5 DOF Educational Robot Arm*. Master Thesis Faculty of Engineering, Islamic University Of Gaza.
- [2] Bere, M. M. 2007. *Simulasi Pengendali Posisi Manipulator Planar Redundant Tiga Derajat Kebebasan dengan Menggunakan Pengendali Logika Fuzzy* Skripsi Program Studi Teknik Elektro, Universitas Tanjungpura.
- [3] Firmansyah, dkk. 2014. *Perancangan Lengan Robot 5 Derajat Kebebasan dengan Pendekatan Kinematika*. Jurnal Rekayasa Elektrika Vol. 11 (II). Hlm. 69-72
- [4] Fu K. S. 1987. *ROBOTICS: Control, Sensing, Vision and Intelligence*. New York : McGraw-Hill, Inc.
- [5] Muis, S. (2011). *Prinsip Dasar Cara Kerja Robot*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- [6] Pitowarno, E. (2006). *Robotika desain, kontrol, dan kecerdasan buatan*. Yogyakarta: Andi.
- [7] R.L. Williams II, *Baxter Humanoid Robot Kinematics*, Internet Publication, <https://www.ohio.edu/mechanical-faculty/williams/html/pdf/BaxterKinematics.pdf>, Maret 2019.
- [8] Sciavicco, L., and S. Bruno. 1996. *Modeling and Control of Robot Manipulator*, McGraw Hill International Edition, Electrical Engineering Series.
- [9] Serrezuela, R. R., dkk. 2017. *Kinematic modelling of a Robotic Arm Manipulator Using MATLAB*. ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. Vol. 12 (III). Hlm.1819-6608.
- [10] Sihotang, D. M. G. 2006. *Simulasi Penyelesaian Invers Kinematik Menggunakan Metode Pseudo-Inverse Jacobian Pada Pergerakan Manipulator Planar 4 DOF* Skripsi Program Studi Teknik Elektro, Universitas Tanjungpura.
- [11] Son, J.; Chen, H.; Wang, G., and Lee, J. 2011. *Kinematics analyses of 5 DOF dual arm manipulator*. MKE(The Ministry of Knowledge Economy), Korea. NIPA(National IT Industry Promotion Agency) (NIPA-2011-C7000-1001-0009).
- [12] Sugiarto, I. (2010). *Pemodelan dan Simulasi Dinamika Lengan Robot 3-DOF Menggunakan Perangkat Lunak Open Source*. Jurnal Teknik Elektro, 8(2), 57-63.



## BIOGRAFI

**Suyudi**, lahir di Semparuk, Kabupaten Sambas, Kalimantan Barat, Indonesia, pada tanggal 17 Juni 1997. Memperoleh gelar Sarjana Teknik (S.T.) dari Program Studi Teknik Elektro Universitas Tanjungpura Pontianak pada tahun 2019.



**HALAMAN PERSETUJUAN**

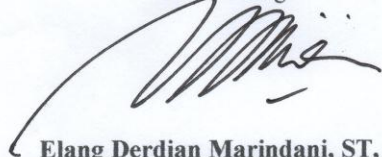
**SIMULASI PENYELESAIAN INVERS KINEMATIK  
ROBOT DUA LANGAN DENGAN METODE *PSEUDO-INVERSE***

**SUYUDI**  
**D1021151001**

Pontianak, 25 Juli 2019

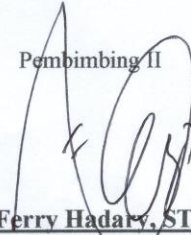
Menyetujui,

Pembimbing I



**Elang Derdian Marindani, ST, MT**  
**NIP. 19720301 199802 1 001**

Pembimbing II



**Dr. Eng. Ferry Hadary, ST, M.Eng**  
**NIP. 19710228 199512 1 001**