Jurnal Sainsmat, Maret 2017, Halaman 59-66 Vol. VI, No. 1
ISSN 2579-5686 (Online) ISSN 2086-6755 (Cetak)
http://ojs.unm.ac.id/index.php/sainsmat

Spatial EBLUP dalam Pendugaan Area Kecil

Spatial EBLUP in Small Area Estimation

Muhammad Nusrang[1], Suwardi Annas[1], Asfar[1], Hastuty[2], dan Jajang[3]

[1]*Program Studi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Universitas Negeri Makassar (UNM), 90245, Makassar, Sulawesi Selatan, Indonesia,*

[2]*Program Studi Pendidikan Matematika FKIP, Universitas Muhammadyah Pare-Pare (UMPAR), Pare-Pare, Sulawesi Selatan, Indonesia*

[3]*Departmen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Universitas Jenderal Soedirman, Purwokerto, Indonesia*

Received 29th December 2016 / Accepted 08th February 2017

ABSTRAK

Empirical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP) merupakan salah satu metode dalam pendugaan area kecil. Asumsi yang digunakan dalam EBLUP adalah bahwa pengaruh acak galat area saling bebas. Namun dalam beberapa kasus, asumsi ini sering dilanggar. Penyebabnya adalah keragaman suatu area dipengaruhi area sekitarnya, sehingga pengaruh spasial dapat dimasukkan ke dalam pengaruh acak. Akibat pelanggaran ini menyebabkan penduga EBLUP menjadi bias dan memiliki ragam yang besar. Solusi untuk mengatasi hal tersebut adalah dengan memasukkan informasi pengaruh spasial ke dalam model. Pendugaan area kecil yang memperhatikan pengaruh acak spasial area dikenal dengan istilah penduga Spatial Empirical Best Linear Unbiased Prediction (SEBLUP). Penduga SEBLUP memberikan pendugaan yang lebih baik dibandingkan dengan penduga EBLUP dengan membandingkan nilai ARRMSE dari masing-masing metode pendugaan.

Kata kunci: *Pendugaan area kecil, EBLUP, SEBLUP*

ABSTRACT

Empirical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP) is one of methods in small area estimation. The prediction used in EBLUP is that the effect of mutual free- random errors area. But in some cases, this is not always obeyed. Its causes is the heterogenic of an area influenced by the other area surrounded, so that the influence of spatial can be get into the effect of random. Because of the disobey make the estimation of EBLUP is refraction and have big difference. Solution to overcome those is to put information of the spatial effect into the model. The estimation of small area that pays attention the influence of spatial area well known as estimator of Spatial Empirical Best Linear Unbiased Prediction (SEBLUP). It gives the better estimation compared with the

*Korespondensi:
email: muh.nusrang@unm.ac.id

estimator of EBLUP based on the comparison of ARRMSE value from each estimation method.

Keywords: *Small Area Estimation, EBLUP, SEBLUP*

I. PENDAHULUAN

Generalized Linear Mixed Models (GLMM) merupakan teori model linear yang menyertakan pengaruh acak dan pengaruh tetap dalam model dengan peubah respon yang tidak harus menyebar normal. GLMM adalah hasil perkembangan dari dua model yaitu *linear mixed model* (LMM) dan *generalized linear models* (GLM). Dalam perkembangannya GLMM menawarkan suatu teori model linear yang lebih menyeluruh dan mengungkap hal-hal yang lebih kompleks terutama yang berkaitan dengan pengaruh acak, komponen ragam dan bentuk sebaran data peubah respons yang tidak normal. *Small Area Estimation* (SAE) merupakan salah satu model GLMM yang saat ini menjadi perhatian statistisi seluruh dunia. SAE merupakan metode pendugaan yang digunakan untuk memperbaiki hasil pendugaan parameter yang umum digunakan pada permasalahan data survey dengan ukuran contoh yang sangat kecil atau bahkan tidak ada. Penerapan pendugaan langsung pada kondisi yang demikian akan menghasilkan dugaan yang tidak akurat dan persis karena ragam yang diperoleh sangat besar walaupun tidak bias.

Elbers *et al.* (2002) dan Rao (2003), bahwa metode yang tepat untuk memberi solusi dalam masalah ukuran contoh yang kecil adalah *Small Area Estimation*. Chand dan Alexander (1995) menyebutkan bahwa prosedur pendugaan area kecil pada dasarnya memanfaatkan kekuatan informasi area sekitarnya dan sumber data dari luar area yang statistiknya ingin diperoleh melalui pembentukan model yang tepat untuk meningkatkan efektifitas ukuran contoh. Secara umum pendugaan area kecil dapat dikatakan sebagai suatu metode untuk menduga parameter pada suatu area yang relatif kecil dalam percontohan survei dengan memanfaatkan informasi dari luar area, dari dalam area itu sendiri dan dari luar survei. Sejalan dengan Kurnia (2009, 2015), metode pendugaan pada area kecil pada dasarnya memanfaatkan kekuatan area sekitar dan sumber data di luar area yang statistiknya ingin diperoleh

Model Fay dan Herriot (1979) yang menjadi dasar dalam pendugaan area kecil mengasumsikan bahwa pengaruh acak galat area saling bebas. Namun dalam beberapa kasus, asumsi ini sering dilanggar. Penyebabnya adalah keragaman suatu area dipengaruhi area sekitarnya, sehingga pengaruh spasial dapat dimasukkan ke dalam pengaruh acak. Pengaruh spasial merupakan hal yang lazim terjadi antara satu area dengan area yang lain, ini berarti bahwa area yang satu mempengaruhi area lainnya.

Model dengan memperhatikan pengaruh acak korelasi spasial dalam masalah pendugaan area kecil pertama kali diperkenalkan oleh Cressie (1991) yang dikenal dengan istilah penduga SEBLUP (*spatial empirical best linear unbiased prediction*). Penduga SEBLUP juga digunakan oleh Saei dan Chambers (2003), Salvati (2004), Singh *et al.* (2005) dan Pratesi dan Salvati (2008). Mereka memasukkan matriks pembobot spasial tetangga terdekat (*nearest neighbors*) ke dalam model EBLUP.

Seperti halnya metode penduga yang memperhatikan pengaruh acak korelasi spasial, maka penentuan matriks pembobot spasial merupakan unsur yang sangat sensitif dalam memperoleh hasil dugaan yang optimum. Matriks pembobot yang digunakan dalam penelitian ini mengikuti hasil penelitian yang dilakukan oleh Asfar *et al.* (2016), yaitu matriks pembobot pangkat ganda dengan asumsi jumlah area yang digunakan adalah sedang.

II. LANDASAN TEORI

Pendugaan Area Kecil (*Small Area Estimation*)

Menurut Rao (2003), suatu area dikatakan besar apabila ukuran contoh pada area tersebut mampu menghasilkan presisi pendugaan yang baik dengan penduga langsung. Sebaliknya, suatu area dikatakan "kecil" apabila ukuran contoh pada area tersebut tidak cukup untuk menunjang penduga langsung agar mampu menghasilkan presisi pendugaan yang baik. Pendekatan lain seringkali diperlukan
untuk mengatasi permasalahan tersebut, salah satunya adalah penduga tak langsung. Penduga tak langsung "meminjam informasi" dengan menggunakan nilai peubah dari contoh pada area lain yang terkait dengan area yang diamati.

Pendugaan Langsung (*Direct Estimation*)

Pelaksanaan survei ditujukan untuk menduga parameter populasi. Pendekatan klasik untuk menduga parameter populasi didasarkan pada aplikasi model disain penarikan contoh (*design based*) dan penduga yang dihasilkan dari pendekatan itu disebut penduga langsung (*direct estimation*). Data hasil survei ini dapat digunakan untuk mendapatkan penduga yang terpercaya dari total maupun rata-rata populasi suatu area atau domain dengan jumlah contoh yang besar. Namun, jika penduga langsung tersebut digunakan untuk suatu area yang kecil maka akan menimbulkan galat baku yang besar (Gosh & Rao, 1994).

Pendugaan Tidak Langsung (*Indirect estimation*)

Pada pendugaan area kecil terdapat dua jenis model dasar yang digunakan, yaitu model level area dan model level unit (Rao 2003).

a) Model level area

   Model level area merupakan model yang didasarkan pada ketersediaan data pendukung yang hanya ada untuk level area tertentu, misalkan $\boldsymbol{x_i} = (x_{i1},\ x_{i2}, \dots, x_{ip})^T$ dengan parameter yang akan diduga adalah θ_i yang diasumsikan mempunyai hubungan dengan $\boldsymbol{x_i}$ dengan mengikuti model sebagai berikut:

$$\theta_i = \boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + z_i \boldsymbol{v}_i, \qquad i = 1, \dots, m \tag{1}$$

   dengan z_i adalah konstanta bernilai positif yang diketahui, $\boldsymbol{\beta}$ adalah vektor dari parameter yang bersifat tetap berukuran p x 1, m adalah jumlah area kecil dan v_i adalah pengaruh acak diasumsikan menyebar normal dan berdistribusi identik dan saling bebas (iid), yakni:

$$E(v_{\boldsymbol{i}}) = 0, \qquad Var(v_{\boldsymbol{i}}) = \sigma_v^2 \tag{2}$$

   Untuk melakukan inferensi tentang populasi berdasarkan model (1), diasumsikan bahwa penduga langsung y_i telah ada pada model dan dituliskan sebagai:

$$y_i = \theta_i + e_i, \qquad i = 1, \dots, m \tag{3}$$

   galat penarikan contoh e_i berdistibusi saling bebas dengan:

$$E(e_i|y_i) = 0, \qquad Var(e_i|y_i) = \psi_i \tag{4}$$

   Jika menggabungkan Persamaan (1) dan (3) maka diperoleh model:

$$y_i = \boldsymbol{x_i^T} \boldsymbol{\beta} + z_i v_i + e_i, \qquad i = 1, \dots, m \tag{5}$$

   dengan asumsi bahwa $v_i \sim_{iid} \mathrm{N}(0, \sigma_v^2)$ saling bebas dengan $e_i \sim_{iid} \mathrm{N}(0, \psi_i)$. Persamaan (5) merupakan bentuk khusus dari model linier campuran.

b) Model level unit

   Model level unit merupakan suatu model dengan data pendukung yang tersedia bersesuaian secara individu dengan data respon, misalnya

$\boldsymbol{x_{ij}} = (x_{ij\,1},\ x_{ij\,2}, \dots, x_{ijp})^T$. Selanjutnya peubah perhatian y_{ij} dianggap berkaitan dengan $\boldsymbol{x}_{ij}$ mengikuti model regresi tersarang satu tahap sebagai berikut:

$$y_{ij} = \boldsymbol{x}_{ij}^T \boldsymbol{\beta} + v_i + e_{ij};\ j = 1, \dots, n_i,\quad i = 1, \dots, m \quad (6)$$

dengan asumsi bahwa $v_i \sim_{iid}$ N$(0, \sigma_v^2)$ saling bebas dengan $e_{ij} \sim_{iid}$ N$(0, \sigma_e^2)$.

Empirical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP)

Model berikut merupakan model tingkat area yaitu:

$$y_i = \theta_i + e_i = \boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + v_i + e_i \quad (7)$$

Untuk $i = 1, \cdots, m$ dengan $\boldsymbol{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$ merupakan peubah penyerta pada tingkat area, $\boldsymbol{\beta}$ merupakan parameter yang *fixed*, v_i merupakan pengaruh acak area kecil dengan $v_i \sim_{iid}$ N$(0, \sigma_v^2)$, e_i merupakan galat penarikan contoh dengan $e_i \sim_{ind}$ N$(0, \psi_i)$, e_i dan v_i saling bebas. Dengan mengasumsikan bahwa $\boldsymbol{\beta}$ dan σ_v^2 (ragam antar area kecil) tidak diketahui, tetapi ψ_i untuk $i = 1, \cdots, m$ diketahui.

Teknik penyelesaian model pada Persamaan (7) untuk memperoleh BLUP bagi $\theta_i = \boldsymbol{x_i}^T \boldsymbol{\beta} + z_i v_i$ telah dikembangkan oleh Henderson (Henderson 1948-1975 diacu dalam Kurnia 2009), dengan asumsi σ_v^2 diketahui. Penduga BLUP dari θ_i berdasarkan Persamaan (7) adalah:

$$\hat{\theta}_i^{BLUP} = \boldsymbol{x_i}^T \widehat{\boldsymbol{\beta}} + \gamma_i (y_i - \boldsymbol{x_i}^T \widehat{\boldsymbol{\beta}})$$
$$\hat{\theta}_i^{BLUP} = \gamma_i y_i + (1 - \gamma_i) \boldsymbol{x_i}^T \widehat{\boldsymbol{\beta}} \quad (8)$$

dengan $\gamma_i = \sigma_v^2 / (\sigma_v^2 + \psi_i)$. Metode BLUP yang dikembangkan oleh Henderson (Henderson 1948-1975 diacu dalam Kurnia 2009) mengasumsikan diketahuinya komponen ragam pengaruh acak dalam model campuran linier, padahal pada kenyataannya komponen ragam ini tidak diketahui. Sebagai akibatnya, ragam pengaruh acaknya harus diduga. Harville (Harville 1997 diacu dalam Kurnia 2009) melakukan review terhadap beberapa metode pendugaan komponen ragam, dengan menggunakan metode kemungkinan maksimum (*maximum likelihood*, ML) dan metode kemungkinan maksimum terkendala (*restricted maximum likelihood*, REML). Pendugaan σ_v^2 baik dengan metode ML maupun REML dilakukan dengan alogaritma *Fisher scoring*. Dengan mengganti σ_v^2 dengan $\hat{\sigma}_v^2$ maka diperoleh suatu penduga baru EBLUP, sebagai berikut:

$$\hat{\theta}_i^{EBLUP} = \hat{\gamma}_i y_i + (1 - \hat{\gamma}_i) \boldsymbol{x_i}^T \widehat{\boldsymbol{\beta}} \quad (9)$$

***Prediksi* Tak Bias Linier Terbaik Empiris Spasial (SEBLUP)**

Misalkan didefinisikan vektor $\boldsymbol{y} = (y_1, \dots, y_m)^T$, $\boldsymbol{v} = (v_1, \dots, v_m)^T$ dan $\boldsymbol{e} = (e_1, \dots, e_m)^T$, dan matriks $\boldsymbol{X} = (\mathrm{x}_1^T, \dots, \mathrm{x}_m^T)^T$ dan $\boldsymbol{Z} = diag(z_1, \dots, z_m)$. Berdasarkan definisi vektor dan matriks tersebut, maka persamaan dalam notasi matriks adalah:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{Zv} + \boldsymbol{e} \quad (10)$$

Model dengan pengaruh spasial yang digunakan dalam model SAE adalah *Simultaneously Autoregressive models* (SAR) yang diperkenalkan oleh Salvati (2004), Pratesi dan Salvati (2008) dan Singh *et al.* (2005). Model SAR yang diperkenalkan oleh Anselin (Chandra *et al.* 2007) dimana vektor pengaruh acak area $\boldsymbol{v}$ memenuhi:

$$\boldsymbol{v} = \rho \boldsymbol{W} \boldsymbol{v} + \boldsymbol{u} \quad (11)$$

Persamaan (11) dimasukkan ke dalam persamaan (10) menghasilkan:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{Z}(\boldsymbol{I} - \rho \boldsymbol{W})^{-1} \boldsymbol{u} + \boldsymbol{e} \quad (12)$$

Pendugaan terhadap SEBLUP, dengan rumus penduga EBLUP model SAR adalah:

$$\hat{\theta}_i^{\boldsymbol{SEBLUP}}(\hat{\sigma}_u^2, \hat{\rho}) = \boldsymbol{x}_i\hat{\boldsymbol{\beta}} + \boldsymbol{b}_i^T\{\hat{\sigma}_u^2[(\boldsymbol{I} - \hat{\rho}\boldsymbol{W})(\boldsymbol{I} - \hat{\rho}\boldsymbol{W}^T)]^{-1}\}\boldsymbol{Z}^T \times \{diag(\sigma_e^2) + \boldsymbol{Z}\hat{\sigma}_u^2[(\boldsymbol{I} - \hat{\rho}\boldsymbol{W})(\boldsymbol{I} - \hat{\rho}\boldsymbol{W}^T)]^{-1}\boldsymbol{Z}^T\}^{-1}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (13)$$

III. METODE KAJIAN SIMULASI

Sumber data dalam penelitian ini merupakan data bangkitan dengan bantuan software RStudio-1.0.44. Adapun prosedur pembangkitan data dan analisis yang dilakukan adalah sebagai berikut:

a. Membuat peta buatan berbentuk kotak yang terdiri dari 64 area kecil yang disusun dalam bentuk persegi 100 x 100 area.
b. Membangkitkan data koordinat *centroid* tiap area berdasarkan peta yang dibuat pada langkah (a) dan menyebar secara *uniform* dengan nilai maksimum dan minimum mengikuti luasan tiap area.
c. Matriks pembobot spasial yang digunakan dalam simulasi ini adalah matriks pembobot spasial pangkat ganda.
d. Menentukan ukuran amatan di tiap area kecil.
e. Simulasi ini menggunakan satu peubah yang menjadi perhatian ($\boldsymbol{y}$) dan satu peubah penyerta $\boldsymbol{x}$. Model yang digunakan untuk memperoleh nilai peubah yang menjadi perhatian ($\boldsymbol{y}$) untuk area kecil ke-i dan unit ke-j adalah sebagai berikut:

   $y_{ij} = \boldsymbol{x}_{ij}{}^T\boldsymbol{\beta} + v_i + e_{ij}$, $i = 1,2, \dots ,16,$ $j = 1,2, \dots , n_i$ (14)

   dimana x_{ij} adalah peubah penyerta, v_i adalah pengaruh acak area, dan e_{ij} adalah galat penarikan contoh.

   1) Nilai $\boldsymbol{x}_{ij}$ dibangkitkan menyebar normal dengan $\boldsymbol{x_{ij}} \sim N(3, 5)$. Nilai $\boldsymbol{x_{ij}}$ yang diperoleh digunakan untuk seluruh skenario pada proses simulasi.
   2) Menetapkan $\boldsymbol{\beta} = (10\ , 4)^T$ sehingga Persamaan (14) menjadi :

      $y_{ij} = 10 + 4\boldsymbol{x_{ij}} + v_i + e_{ij}\ ,\quad i = 1, \dots ,16,$
      $j = 1, \dots , n_i$ (15)

   3) Nilai $\boldsymbol{v} = (v_1\ , \dots , v_m)^T$ dibangkitkan dengan menyebar multavariat normal MVN$(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{G})$ dengan $\boldsymbol{G} = \sigma_u^2\,[(\boldsymbol{I} - \rho\mathbf{W})(\boldsymbol{I} - \rho\mathbf{W}^T)]^{-1}$ merupakan matriks ragam-peragam berukuran $m\ x\ m$ dengan $\sigma_u = 3$, $\rho = 0.75$ dan menggunakan $\mathbf{W}$ pangkat ganda.
   4) Nilai $\boldsymbol{e} = (e_{11},\ e_{12}\ , \dots , e_{ij}\ , \dots , e_{mN_m})^T$ dibangkitkan menyebar normal dengan $\mu = 0$ dan $\sigma_e = 1.34$.

f. Menghitung nilai nilai tengah peubah penyerta sampel di tiap area kecil, dengan rumus:

   $x_i = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$, untuk $i = 1,2, \dots ,64$ $\quad j = 1,2, \dots , n_i$ (16)

g. Menghitung nilai tengah peubah yang diperhatikan untuk sampel di tiap area kecil sebagai penduga langsung, dengan rumus:

   $y_i = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}$, untuk $i = 1,2, \dots ,16,$ $\quad j = 1,2, \dots , n_i$ (17)

h. Menghitung nilai ragam dari peubah yang diperhatikan dengan rumus:

   $s_i^2 = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i}\left(y_{ij} - y_i\right)^2,$

   untuk $i = 1,2, \dots ,16,$ $j = 1,2, \dots , n_i$ (18)

s_i^2 kemudian dibagi dengan n_i untuk mendapat kan ragam yang akan digunakan dalam pendugaan EBLUP dan SEBLUP.

i. Mencari nilai $\hat{\theta}_i^{EBLUP}$ untuk model level area dengan menggunakan informasi y_i.
j. Mencari nilai $\hat{\theta}_i^{SEBLUP}$ untuk model level area dengan menggunakan informasi y_i.
k. Mengulangi langkah (d) sampai langkah (j) sebanyak B = 1000 sehingga dapat dihitung nilai *relative root mean squares error* (RRMSE) dan *average relative root mean squares error* (ARRMSE) dari hasil pendugaan parameter pada setiap area dengan rumus sebagai berikut:

$$\text{RRMSE}_{(\text{i})} = \left[\frac{1}{\theta_i}\sqrt{\frac{1}{B}\sum_{l=1}^{B}\left(\hat{\theta}_{il} - \theta_i\right)^2}\right] \times 100\% \qquad (19)$$

$$\text{ARRMSE} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} RRMSE_{(i)} \qquad (20)$$

Keterangan:

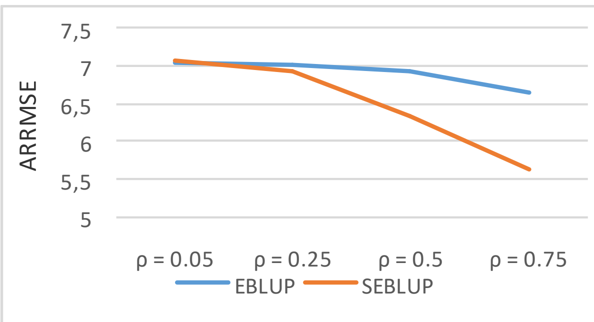
1. θ_i adalah parameter pada area kecil ke-*i*.
2. $\hat{\theta}_{il}$ adalah penduga area kecil pada area kecil ke-*i* dan iterasi ke-*l*.
3. *B* adalah banyaknya iterasi, dalam penelitian ini B=1000.
4. *Mean square error* (MSE) adalah nilai harapan dari kuadrat selisih antara penduga dengan parameternya. Secara formulasi, kuadrat tengah galat mengandung dua komponen, yakni ragam penduga dan bias. Ragam penduga untuk mengukur presisi. Presisi yang dimaksudkan dalam hal ini adalah ukuran sejauh mana pengulangan suatu pendugaan akan memberikan hasil yang sama. Semakin kecil nilai dari kuadrat tengah galat maka kombinasi antara ragam penduga dan bias semakin kecil. Ragam penduga dan bias semakin kecil menunjukkan presisi dan akurasi dari suatu penduga semakin baik.
5. $\text{RRMSE}_{(\text{i})}$ adalah *relative root mean squares error* pada area ke *i*.
6. ARRMSE adalah *average relative root mean squares error*.

l. Mengulangi langkah (d) sampai langkah (l) dengan menggunakan nilai $\rho = 0.05, 0.25, 0.5$.
m. Melakukan evaluasi pada semua matriks pembobot spasial dengan membandingkan nilai ARRMSE dan kontrol pendugaan $\rho = 0.05$.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Setelah melakukan simulasi dengan 1000 kali pengulangan, didapatkan nilai ARRMSE dari kombinasi ρ berbeda.

Tabel 1. Nilai ARRMSE untuk m = 64



Berdasarkan hasil pada Gambar 1, terlihat bahwa penduga SEBLUP memberikan pendugaan yang lebih baik dibandingkan dengan penduga EBLUP dengan melihat nilai ARRMSE yang diberikan. Semakin erat autokorelasi antar area maka penduga SEBLUP semakin optimum dibandingkan dengan penduga EBLUP. Hal ini sejalan dengan penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Asfar *et al* (2016), bahwa penentuan matriks pembobot spasial sangat menentukan kebaikan dari pendugaan SEBLUP yang diperoleh. Selain itu, pendekatan spasial EBLUP bisa menghasilkan selang kepercayaan yang baik yang bergantung pada pengaruh korelasi spasial dan nilai dari ragam pendugaannya. Pratesi dan Salvati (2008) menunjukkan bahwa penggunaan informasi tambahan spasial dapat mengurangi bias dan galat penarikan contoh dalam pendugaan area kecil.

V. KESIMPULAN

Simpulan

Pelanggaran asumsi kesaling bebasan pengaruh acak galat area akan menyebabkan pendugaan EBLUP menjadi tidak optimum dan berbias. Untuk mengatasi hal tersebut maka perlu memasukkan informasi pengaruh spasial kedalam model yang dikenal dengan penduga SEBLUP. Penduga SEBLUP merupakan pengembangan dari penduga EBLUP yang memperhatikan pengaruh spasial area. Penduga SEBLUP akan memberikan hasil dugaan yang lebih baik dibandingkan dengan penduga EBLUP. Namun dalam beberapa kasus, penentuan matriks pembobot spasial juga memberikan pengaruh yang cukup signifikan dalam memberikan pendugaan SEBLUP yang optimum (Asfar *et al* 2016).

Saran

Penelitian ini masih menggunakan pendugaan untuk model level area, sehingga untuk penelitian selanjutnya diharapkan dapat dilakukan untuk model level unit dan memperhatikan pengaruh efek spasial dalam pendugaannya.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih merupakan bentuk apresiasi adanya kontribusi dari perorangan maupun lembaga yang tidak bisa masuk sebagai penulis. Misalnya pemberi dana penelitian yang terkait dengan publikasi ini.

PUSTAKA

Asfar, Kurnia A dan Sadik K. 2016. Optimum Spatial Weighted in Small Area Estimation. *Global Journal of Pure and Applied Mathematics. Volume 12, Number 5 (2016), pp. 3977-3989.*

Chandra H, Salvati N, Chambers R. 2007. Small Area Estiamtion for Spatially correlated populations a comparison of direct and indirect model-based methodes. *Statistics in transition* 8:887-906.

Cressie N. 1991. Small area prediction of undercount using the general linear model, proceedings of statistics symposium 90: measurement and improvement of data quality. *Ottawa: Statistics Canada, pp. 93-105.*

Elbers C, Lanjouw JO dan Lanjouw P. 2003. Micro-Level Estimation of Poverty Ana Inequality. *Instituto Nacional de Estadistica y Censo (INEC).*

Fay RE dan Herriot RA. 1979. Estimates of income for small places an application of James-Stein procedures to census data. *Journal of the American Statistical Association 74: 269-277*.

Kurnia A. 2009. Prediksi Terbaik Empirik untuk Model Transformasi Logaritma di Dalam Pendugaan Area Kecil dengan Penerapan pada Data SUSENAS. Pasca Sarjana, Institut Pertanian Bogor.

Kurnia A, Kusumaningrum D, Soleh AM, Handayani D dan Anisa R. 2015. Small area estimation with winsorization method for poverty alleviation at a sub-district level. *International Journal of Applied Mathematics and Statistics™. 53(6), pp. 77-84*.

Pratesi M dan Salvati N. 2008. Small area estimation: the EBLUP estimator based on spatially correlated random area effects. *Statistical methods and applications, Stat. Meth. & Appl. 17:113-141*.

Rao JNK.2003. *Small Area Estiamtion*. London: Wiley

Saei A dan Chambers R. 2003. Small area estimation: a review of methods based on the application of mixed models. *Southampton: Southampton Statistical Sciences Research Institute, WP M03/16*.

Salvati N. 2004. Small area estimation by spatial models: the spatial empirical best linear unbiased prediction (Spatial EBLUP). *Dipartimento di Statistica"G. Parenti" viale morgagni, 59-50134*.

Singh BB, Shukla K dan Kundu D. 2005. Spatial-temporal models in small area estimation. *Survey Methodology 31: 183-195*.