Jurnal Sainsmat, Maret 2016, Halaman 1-6 Vol. V, No. 1
ISSN 2086-6755
http://ojs.unm.ac.id/index.php/sainsmat

Perbandingan Metode Binomial dan Metode Black-Scholes Dalam Penentuan Harga Opsi

Comparison of Binomial and Black-Scholes Method in Pricing Options

Surya Amami Pramuditya

FKIP, Universitas Swadaya Gunung Jati

Received 21th December 2015 / Accepted 15th Februari 2016

ABSTRAK

Opsi adalah kontrak antara *pemegang dan penulis* (buyer (holder) dan seller (writer)) di mana *penulis* (writer) memberikan hak (bukan kewajiban) kepada holder untuk membeli atau menjual aset dari writer pada harga tertentu (strike atau latihan harga) dan pada waktu tertentu dalam waktu (tanggal kadaluwarsa atau jatuh tempo waktu). Ada beberapa cara untuk menentukan harga opsi, diantaranya adalah Metode Black-Scholes dan Metode Binomial. Metode binomial berasal dari model pergerakan harga saham yang membagi waktu interval [0, T] menjadi *n* sama panjang. Sedangkan metode Black-Scholes, dimodelkan dengan pergerakan harga saham sebagai suatu proses stokastik. Semakin besar partisi waktu n pada Metode Binomial, maka nilai opsinya akan konvergen ke nilai opsi Metode Black-Scholes.

Kata kunci: opsi, Binomial, Black-Scholes.

ABSTRACT

Option is a contract between the holder and the writer in which the writer gives the right (not the obligation) to the holder to buy or sell an asset of a writer at a specified price (the strike or exercise price) and at a specified time in the future (expiry date or maturity time). There are several ways to determine the price of options, including the Black-Scholes Method and Binomial Method. Binomial method come from a model of stock price movement that divide time interval [0, T] into n equally long. While the Black Scholes method, the stock price movement is modeled as a stochastic process. More larger the partition of time n in Binomial Method, the value option will converge to the value option in Black-Scholes Method.

Key words: Options, Binomial, Black-Scholes

**Korespondensi:*
email: amamisurya@fkip-unswagati.ac.id

PENDAHULUAN

Sejak tahun 1973, perdagangan derivatif telah tumbuh dengan pesat dalam pasar keuangan dunia. Definisi derivatif adalah instrumen keuangan yang nilainya bergantung pada nilai aset yang mendasarinya (*underlying assets*), seperti saham, komoditi, dan mata uang (Sidarto, 2009). Salah satu jenis derivatif adalah opsi. Masalah yang menarik saat membicarakan opsi adalah bagaimana menentukan harga yang pantas dibayar oleh *holder* kepada *writer* saat *holder* membeli sebuah opsi dari *writer*. Dengan kata lain, *holder* adalah pembeli opsi sedangkan *writer* adalah penerbit opsi.

Hull (2012) mendefinisikan opsi sebagai kontrak antara *holder* dan *writer* dimana *writer* memberikan hak (bukan kewajiban) kepada *holder* untuk membeli atau menjual suatu aset dari *writer* dengan harga tertentu (*strike* atau *exercise price*) dan pada waktu yang telah ditentukan dimasa datang (*expiry date* atau *maturity time*). Opsi untuk membeli disebut opsi call sedangkan opsi untuk menjual disebut opsi put. Berdasarkan jenisnya, opsi dibedakan menjadi opsi Eropa dan opsi Amerika. Opsi Eropa adalah opsi dimana *holder* hanya dapat meng-*exercise* (melaksanakan haknya) pada saat *maturity time*. Namun jika *holder* opsi dapat meng-*exercise* (melaksanakan haknya) pada setiap saat sebelum atau pun pada saat *maturity time*, maka opsi dikenal dengan opsi Amerika.

Pada perkembangannya, terdapat beberapa cara untuk menentukan harga opsi, diantaranya adalah metode Black Scholes dan Metode Binomial. Metode binomial berangkat dari suatu model pergerakan harga saham yang sederhana. Selang waktu $[0, T]$ dibagi menjadi n yang sama panjang dengan titik-titik bagi $0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_n = T$, dengan $t_i = i\Delta t$ (i $=0,1,\ldots,n$), $\Delta t = \frac{T}{n}$ dan $S_i = S(t_i)$ harga saham pada saat t_i. Sedangkan metode Black Scholes, dimodelkan dengan pergerakan harga saham sebagai suatu proses stokastik dengan menambahkan sejumlah asumsi yang berkaitan dengan pasar opsi dan *no-arbitrage* dalam ekonomi.

METODE

Metode Binomial

Metode binomial berangkat dari suatu model pergerakan harga saham yang sederhana. Selang waktu $[0, T]$ dibagi menjadi n yang sama panjang dengan titik-titik bagi $0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_n = T$, dengan $t_i = i\Delta t$ (i $=0,1,\ldots,n$), $\Delta t = \frac{T}{n}$ dan $S_i = S(t_i)$ harga saham pada saat t_i (Higham, 2002).

Asumsi :

1. Dalam selang waktu Δt harga saham dapat naik atau turun menjadi
   $S \to Su$ dan $S \to Sd$ dengan $0 < d < 1 < u$.
2. Peluang harga saham naik P (naik) $= p$.
3. Ekspektasi *return* harga saham besarnya sama dengan *risk-free interest rate* r. Sehingga untuk harga saham S yang bergerak secara acak dari S_i pada saat t_{i+1} ini berarti $E(S_{i+1}) = S_i e^{r\Delta t}$(Ekspektasi model kontinu).

Pada tahap ini ketiga buah parameter u, d dan p nilai-nilainya belum diketahui. Nilai parameter-parameter ini akan akan dapat ditentukan setelah kita memiliki cukup persamaan yang menghubungkan ketiganya atau dengan suatu tambahan asumsi.

Dengan menyamakan ekpektasi serta variansi model diskrit dan kontinu, diperoleh berbagai pilihan yang mungkin, dua diantaranya yang sering digunakan adalah:

$$ud = 1 \text{ dan } p = \frac{1}{2}.$$

Solusi untuk pilihan $ud = 1$ diberikan oleh:

$$d = \frac{1}{u} = \beta - \sqrt{\beta^2 - 1} \text{ dan } p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$$

dengan $\beta = \frac{1}{2}(e^{-r\Delta t} + e^{(r+\sigma^2)\Delta t})$ ... (*)

Sedangkan solusi untuk pilihan $p = \frac{1}{2}$ diberikan oleh:

$$u = e^{r\Delta t}(1 + \sqrt{e^{\sigma^2\Delta t} - 1}) \text{ dan}$$

$$d = e^{r\Delta t}(1 - \sqrt{e^{\sigma^2\Delta t} - 1})$$

Menentukan Harga Saham $S(j,i)$ dengan Fase *Forward*

Misalkan pada saat $t_0 = 0$ harga saham S_0, maka menurut model binomial ini, harga saham pada saat $t_1 = 1.\Delta t$ diberikan oleh S_0u atau S_0d. Selanjutnya pada saat t_2 harga saham mengambil salah satu dari S_0d^2, S_0ud atau S_0u^2. Dengan meneruskan langkah ini maka pada saat $t_i = i.\Delta t$ akan terdapat $i + 1$ harga saham mungkin terjadi, sehingga untuk $i = 1,2,\dots,n$

$$S_{ji} = S_0u^jd^{i-j} \qquad j = 0,1,\dots,i$$

dengan S_{ji} menyatakan harga saham pada saat t_i dan terjadi kenaikan harga saham sebanyak j kali serta penurunan harga saham sebanyak $i - j$ kali, dihitung dari saat $t_0 = 0$. Pada saat *expiration date* $t_n = n\Delta t = T$, terdapat n + 1 harga saham yang mingkin yaitu $\{S_{jn}\}_{j=0,1,\dots,n}$.

Menentukan Harga Opsi dengan Fase *Backward*

Jika $\{C_{jn}\}_{j=0,1,\dots,n}$ menyatakan nilai-nilai *payoff* pada saat expiration date untuk sebuah opsi *call*, maka

$$C_{jn} = \text{maks}\{S_{jn} - K, 0\} \qquad j = 0,1,\dots,n$$

Dengan cara serupa, nilai-nilai *payoff* pada saat *expiration date* sebuah opsi *put* diberikan oleh

$$P_{jn} = \text{maks}\{K - S_{jn}, 0\} \qquad j = 0,1,\dots,n$$

Dimulai dari V_{jn} , nilai opsi V diperoleh dengan bekerja secara mundur dalam waktu $t_{n-1}, t_{n-2}, \dots$ untuk setiap t_i agar memperoleh nilai opsi pada saat $t_0 = 0$. Nilai opsi pada saat t_i, yaitu V_{ji}, berkaitan dengan nilai saham pada saat itu yaitu S_{ji}. Dengan menghitung secara rata-rata dari nilai-nilai opsi V_{ji+1} dan $V_{j+1\,i+1}$ pada saat t_{i+1}, maka nilai V_{ji} diberikan oleh:

$$V_{ji} = e^{-r\Delta t}(pV_{j+1\,i+1} + (1-p)V_{j\,i+1} \quad j = 0,1,\dots i \quad i = n-1, n-2, \dots, 1,0$$

Menentukan Harga Opsi Eropa

Formulasi diatas memungkinkan kita melakukan langkah mudur pada saat $t_0 = 0$ dan mendapatkan nilai opsi (*call* atau *put*) Eropa yang diinginkan pada saat $t_0 = 0$,

Sehingga kita peroleh :

Untuk opsi *call* Eropa

$$C_{ji} = e^{-r\Delta t}(pC_{j+1\,i+1} + (1-p)C_{j\,i+1} \quad = 0,1,\dots i \quad i = n-1,\dots,0$$

Untuk opsi *put* Eropa

$$P_{ji} = e^{-r\Delta t}(pP_{j+1\,i+1} + (1-p)P_{j\,i+1}\; j = 0,1,\dots i \quad i = n-1,\dots,0$$

Menentukan Harga Opsi Amerika

Dengan adanya kemungkinan *early* exercise, maka perluditambahkan uji pembandingan nilai V_{ji} diatas dengan nilai *payoff* yang diperoleh seandainya dilakukan *exercise* pada saaat t_i,
Sehingga diperoleh :
Untuk opsi *call* Amerika

$$C_{ji} = \max\{\max\{S_{ji} - K, 0\}, e^{-r\Delta t}(pC_{j+1\,i+1} + (1-p)C_{j\,i+1}\ )\} \quad j = 0,1,\dots i \quad i = n-1,\dots,0$$

Untuk opsi *put* Amerika

$$P_{ji} = \max\{\max\{K - S_{ji}, 0\}, e^{-r\Delta t}(pP_{j+1\,i+1} + (1-p)P_{j\,i+1}\ )\} \quad j = 0,1,\dots i \quad i = n-1,\dots,0$$

Metode Black-Scholes

Di awal tahun 70 an, Black dan Scholes (1973) merupakan orang pertama yang mengemukakan rumusan eksak untuk penentuan harga opsi Eropa (Macbeth, dkk., 1973). Mereka memodelkan pergerakan harga saham sebagai suatu proses stokastik. Dengan menambahkan sejumlah asumsi yang berkaitan dengan pasar opsi dan *no-arbitrage* dalam ekonomi (Hull, 2012), diperoleh rumusan untuk harga opsi *call* Eropa berikut:

$$C(S,t) = SN(d_1) - Ke^{-r(T-t)}SN(d_2) \dots. \qquad (1)$$

dengan

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

dan $N(.)$ adalah fungsi distribusi kumulatif untuk normal baku

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{\xi^2}{2}}\,d\xi$$

Persamaan (1) menyatakan bahwa sebuah opsi *call* Eropa untuk suatu saham yang tidak membayarkan dividen hanya bergantung kepada lima variabel, yaitu: harga saham (S), *strike price* (K), rentang waktu hingga *expiration date* (*T-t*), suku bunga (*r*), dan volatilitas harga saham (σ).
Sementara itu dikenal pula hubungan *put-call parity*, antara harga sebuah opsi *call* Eropa *C* dengan harga sebuah *put* Eropa *P*. Jika kedua opsi tersebut diketahui memiliki *strike price* K dan *expiration date* (*T-t*) yang sama, maka diperoleh

$$C + Ke^{-rT} = P + S \ \dots\ (2)$$

Dengan demikian harga sebuah opsi *Put* Eropa dapat diperoleh dengan memanfaatkan persamaan (2) dan (1).

Algoritma Metode Binomial

Berikut merupakan algoritma menentukan harga opsi dengan Metode Binomial (Seydel, 2002).

Tabel 1. Algoritma Metode Binomial

Input : S0, K, r, T, σ, n
Pilih Opsi call atau put (Eropa atau Amerika)
Perhitungan: $\Delta t = T/n$, u, d, p
S_{00} = S0
$S_{jn} = S_0 u^j d^{n-j} \quad j = 0,1,\dots,n$
(untuk opsi Amerika juga dihitung $S_{ji} = S_0 u^j d^{i-j} \quad 0 < i < n;\ j = 0,1,\dots,i$)
V_{jn}
V_{ji} untuk $i < n$:
Output: V_{00} adalah hampiran untuk $V(S_0, 0)$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Harga saham sebuah perusahaan minyak saat ini diketahui $41 dengan volatilitas sebesar 30%. Jika suku bunga *risk-free* sebesar 6% per tahun (bunga majemuk kontinu), berapakah harga opsi (Eropa maupun Amerika) yang harus ditetapkan untuk waktu jatuh tempo tiga bulan kedepan dan *strike price* $40. (Asumsikan hari kerja adalah selama 30 hari per bulan, sehingga selang yang diberikan adalah sebesar 60). Gunakan metode binomial dan Black-Scholes kemudian bandingkan hasilnya!

Data diolah dengan menggunakan MATLAB, sehingga hasil yang diperoleh adalah:

Tabel 2. Olah Data Matlab

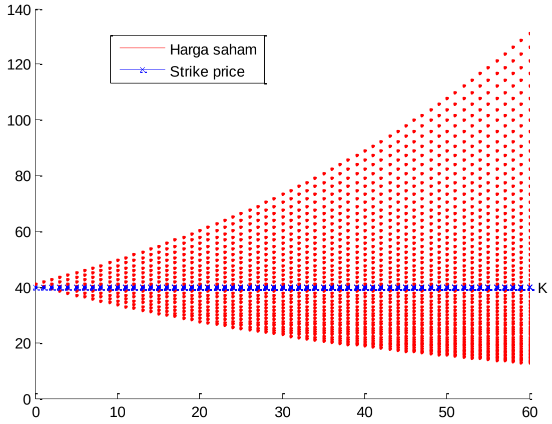
```
% Program Menghitung Harga Opsi Eropa dan Amerika
% dengan Metode Binomial dan Metode Black-Scoles

% Data Input
S0     =input('S0 =');  %Harga saham saat t = 0
K      =input('K =');   %Strike  Price
r      =input('r =');   %Suku bunga tahunan
T      =input('T =');   %Waktu jatuh tempo (Maturity time)
Sig    =input('Sigma =');   %Volatilitas
n      =input('n =');       %Partisi selang waktu (langkah)
disp('1.Opsi Eropa  2. Opsi Amerika')
Opsi   =input('Opsi =');  %Pilihan opsi

% Menghitung nilai u, d, dan p
deltaT = T/n;
beta = 0.5*(exp(-r*deltaT) + exp ((r+Sig^2)*deltaT));
u = beta + sqrt (beta^2 - 1);
d = 1/u;
p = (exp(r*deltaT)-d)/(u-d);

% Menghitung harga saham S(j,i)dan nilai payoff opsi
for j = 1: n+1
       S(j,n+1)= S0*u^(j-1)*d^(n+1-j);
       C(j,n+1)= max(S(j,n+1) - K, 0);
       P(j,n+1)= max(K - S(j,n+1),0);
end
% Menghitung harga opsi Eropa
if Opsi== 1
for i= n : -1 : 1
for j = 1 : i
          C(j,i)= exp(-r*deltaT)*(p*C(j+1,i+1)+(1-p)*C(j,i+1));
          P(j,i)= exp(-r*deltaT)*(p*P(j+1,i+1)+(1-p)*P(j,i+1));
end
end
% Menghitung harga opsi Amerika
else
% Harga saham saat early exercise
for i = 2 : n+1
for j = 1 : i
          S(j,i)= S0*u^(j-1)*d^(i-j);
end
end
% Nilai payoff saat early exercise
for j = 1: n+1
       C(j,n+1) = max(S(j,n+1) - K, 0);
       P(j,n+1) = max(K - S(j,n+1), 0);
end

for i = n : -1 : 1
for j = 1 : i
          C(j,i) = max(max(S(j,i) - K,0),exp(-r*deltaT)*(p*C(j+1,i+1)+(1-p)*C(j,i+1)));
          P(j,i) = max(max(K - S(j,i),0),exp(-r*deltaT)*(p*P(j+1,i+1)+(1-p)*P(j,i+1)));
end
end
end

   disp('Harga Opsi Metode Binomial')
   disp('Call ='),disp(C(1,1));
   disp('Put ='),disp(P(1,1));

% Harga opsi dengan Black Scholes
   disp('Harga Opsi Metode Black-Scholes')
   [Call,Put] = blsprice(S0,K,r,T,Sig)

% Menggambar plot harga saham
figure(1)
for i=1:n+1;
for j=1:i;
       S(j,i)=S0*u^(j-1)*d^(i-j);
       hold on
       plot (i-1,S(j,i),'r');
       plot(i-1,K,'b-x')
end
end
text(n+1,K,'K')
legend('Harga saham','Strike  price')
```

Tabel 3. Data Perbandingan Harga Opsi Eropa

Harga ($)	**Binomial**	**Black-Scholes**
Call	3.2936	3.2848
Put	1.6981	1.6892

Tabel 4. Data Perbandingan Harga Opsi Amerika

Harga ($)	**Binomial**	**Black-Scholes**
Call	3.2936	3.2848
Put	1.7370	1.6892



Gambar 1. Plot Harga Saham

KESIMPULAN

Penentuan harga opsi yang bersifat stokastik menjadi masalah yang dapat diselesaikan dengan metode matematika dan beberapa metode itu adalah metode binomial dan metode Black-Scholes. Semakin besar partisi waktu n pada metode binomial maka nilai opsinya akan konvergen ke nilai opsi metode Black-Scholes.

DAFTAR PUSTAKA

Hull, J.C, (2012), *Options, Futures, and Other Derivatives (Eighth Edition)*. Pearson, England.

Higham, D. J. (2002). Nine ways to implement the binomial method for option valuation in MATLAB. *SIAM review*, *44*(4), 661-677.

MacBeth, J. D., & Merville, L. J. (1979). An Empirical Examination of the Black-Scholes Call Option Pricing Model. *The Journal of Finance*, *34*(5), 1173-1186.

Seydel, R. (2002), *Tools for Computational Finance*. Springer-Verlag, Berlin.

Sidarto, K.A, (2009), *Model Binomial untuk Penentuan Harga Opsi Eropa dan Amerika*. KK Matematika Industri dan Keuangan, FMIPA-ITB