

**PERAN PEMBELAJARAN DISKURSUS MULTI REPRESENTASI  
TERHADAP PENGEMBANGAN KEMAMPUAN MATEMATIKA  
DAN DAYA REPRESENTASI PADA SISWA SLTP**

Oleh

**Bambang Hudiono**

(PMIPA, Matematika, FKIP Universitas Tanjungpura, Pontianak)

E-mail: [b\\_hudiono@yahoo.co.id](mailto:b_hudiono@yahoo.co.id)

**Abstrak:** Masalah utama penelitian adalah lemahnya daya representasi siswa dalam menyelesaikan permasalahan matematika. Penelitian ini melibatkan tiga kelompok dan berbentuk eksperimen dengan disain tes awal tes akhir menggunakan kelompok kontrol. Kelompok eksperimen-1 diberi perlakuan pembelajaran Diskursus Multi Representasi (DMR), kelompok eksperimen-2 diberi pembelajaran Klasikal Multi Representasi (KMR) dan kelompok kontrol diberi pembelajaran Konvensional. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pembelajaran dengan DMR lebih efektif terhadap hasil belajar kemampuan matematika dan daya representasi siswa daripada pembelajaran dengan KMR, dan pembelajaran KMR lebih efektif daripada pembelajaran Konvensional. Temuan lainnya, siswa yang belajar dengan DMR dan KMR lebih menyukai soal masalah sehari-hari dan memiliki beberapa cara penyelesaian atau beberapa jawaban benar, dan lebih terampil menggunakan berbagai bentuk representasi dalam menyelesaikan soal matematika daripada siswa yang belajar dengan Konvensional.

**Kata Kunci:** Multi representasi, Diskursus, Daya matematik.

### **Pendahuluan**

Sasaran pembelajaran matematika, di antaranya adalah mengembangkan kemampuan siswa dalam berfikir secara matematika (*think mathematically*). Pengembangan kemampuan ini sangat diperlukan agar siswa lebih memahami konsep yang dipelajari dan dapat menerapkannya dalam berbagai situasi. Sedangkan pemahaman konsep matematika berkaitan erat dengan daya matematika yang salah satunya adalah daya representasi, baik dalam bentuk internal maupun eksternal. Oleh karena itu untuk menggali informasi lebih lanjut, penelitian ini berusaha mengungkap upaya pengembangan kemampuan matematik dan daya

representasi siswa melalui pembelajaran matematik yang dilakukan guru. Pembelajaran matematika yang dimaksud adalah bentuk pembelajaran diskursus (*discourse*) multi representasi, yaitu suatu pembelajaran yang menekankan pada pemanfaatan multi representasi dalam seting kelas berbentuk diskursus.

Dalam *Principles and Standards for School Mathematics tahun 2000* diungkapkan bahwa terdapat lima standar yang mendeskripsikan keterkaitan pemahaman matematika dan kompetensi matematika yang hendaknya siswa ketahui dan dapat dilakukan. Pemahaman, pengetahuan dan keterampilan yang perlu dimiliki siswa tercakup dalam standar proses

yang meliputi: *problem solving, reasoning and proof, communication, connections, and representation* (NCTM, 2000:29). Pernyataan tersebut menunjukkan bahwa kemampuan representasi yang selama ini dianggap bagian kecil sasaran pembelajaran, dan tersebar dalam berbagai materi matematika, ternyata merupakan proses fundamental untuk mengembangkan kemampuan berfikir matematika siswa dan sejajar dengan komponen-komponen proses lainnya.

Meskipun representasi telah dinyatakan sebagai salah satu standar proses yang harus dicapai oleh siswa melalui pembelajaran matematika, pelaksanaannya bukan hal sederhana. Keterbatasan pengetahuan guru dan kebiasaan siswa belajar di kelas dengan cara konvensional belum memungkinkan untuk menumbuhkan atau mengembangkan daya representasi siswa secara optimal.

Kemampuan representasi matematika yang dimiliki seseorang, selain menunjukkan tingkat pemahaman, juga terkait erat dengan kemampuan pemecahan masalah dalam matematika. Suatu masalah yang dianggap rumit dan kompleks, bisa menjadi lebih sederhana jika strategi dan pemanfaatan representasi matematika yang digunakan sesuai dengan permasalahan tersebut. Oleh karena itu otomatisasi pemilihan model representasi yang dimiliki siswa sangat berperan dalam pengambilan putusan strategi pemecahan masalah matematika yang tepat dan akurat.

Menurut Vygotsky (dalam Tchoshanov, 2001; Luitel, 2001). ada hirarki dalam system representasi. Dalam pandangannya, pada awalnya representasi yang dibangun oleh anak diawali dengan bentuk yang

sederhana, kemudian berkembang melalui proses kognitif dalam belajar, hingga terbentuk representasi yang lebih sempurna. Pandangan ini tampak sejalan dengan Bruner, di mana proses perkembangan kognisi dan representasi pada anak, dipengaruhi oleh aktivitasnya dan lingkungannya (Resnick & Ford, 1981:111). Teori belajar ini memberikan konsekuensi bahwa perlunya *scaffolding* untuk mempercepat pemahaman siswa dan diskursus matematika disertai pembelajaran secara kelompok untuk memperoleh pemahaman yang optimal.

Beberapa penelitian yang mengkaji peran representasi yang dikaitkan dengan perkembangan kognitif siswa, menunjukkan bahwa representasi telah diterima sebagai komponen proses seperti halnya komponen-komponen proses yang lain (Jones, 2000; NCTM, 2000). Penelitian lain yang sejalan, berkembang pesat, seperti: peran representasi dalam pembelajaran (Kalathil & Sherin, 2000), peran representasi verbal dan material (Nunes & Borba, 2000), pengaruh representasi visual dalam problem solving (Lowrie, dalam Luitel, 2001), *make sense* dalam pembelajaran matematika (Silver, Shapiro & Deutsh, 1993), pendekatan visual dan auditory (Erland & Kuyper, 1998), proses translasi formula ke grafik (Acuna, 2001), dan perbedaan metode pengajaran terhadap kemampuan penalaran matematika (Kramaski, 2000).

### **Rumusan Masalah**

Permasalahan utama penelitian ini adalah:

*Apakah penerapan pembelajaran diskursus multi representasi (DMR) dalam pembelajaran matematika*

*lebih efektif daripada pembelajaran klasikal multi representasi (KMR), maupun pengajaran konvensional dalam mengembangkan kemampuan matematik dan daya representasi siswa SLTP?*

Sejalan dengan rumusan masalah tersebut, sub-sub masalah yang dijawab dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimanakah pengetahuan awal siswa tentang kemampuan matematik dan daya representasi matematika pada siswa SLTP sebelum penelitian dilakukan?
2. Manakah yang lebih efektif dalam mengembangkan kemampuan matematik dan daya representasi siswa di antara: pembelajaran diskursus multi representasi, klasikal multi representasi, dan konvensional pada siswa SLTP?
3. Apakah penerapan pembelajaran diskursus multi representasi terhadap siswa dengan tingkat kemampuan berbeda (atas, menengah, bawah) memberikan hasil belajar kemampuan matematik dan daya representasi siswa yang berbeda pula?
4. Pada penggunaan pembelajaran (DMR, KMR, dan Konvensional) dan tingkat kemampuan siswa (atas, menengah, bawah) yang manakah yang menghasilkan pengembangan kemampuan matematik dan daya representasi terbesar pada siswa SLTP?

#### **Metode dan Prosedur Penelitian**

Bentuk penelitian ini adalah eksperimen yang melibatkan tiga kelas yang terbagi menjadi tiga kelompok. Sedangkan disain ekspe-

rimen yang digunakan, *kelompok kontrol pretes-postes*. Untuk menjawab permasalahan utama, penelitian ini melibatkan beberapa variabel, yaitu: pembelajaran sebagai variabel bebas; kemampuan matematik dan daya representasi sebagai variabel terikat; dan tingkat kemampuan sebagai variabel kontrol. Analisis statistik yang cocok, adalah menggunakan ANOVA dua-jalur (Ruseffendi, 1998:342).

Populasi penelitian ini siswa SLTP Negeri berkualitas sedang di Kota Bandung. Sedangkan sampelnya, 216 siswa dari dua SLTP negeri, masing-masing tiga kelas dengan pengambilan subyek secara acak. Instrumen utama yang digunakan adalah tes kemampuan dasar matematika dan tes hasil belajar yang keduanya telah diuji coba dan dinyatakan valid dan reliabel. Selain kedua perangkat tes, penelitian ini dilengkapi dengan pedoman wawancara, pedoman observasi pembelajaran, dan angket.

#### **Analisis Data**

##### **1. Kemampuan Dasar Matematika**

Gambaran sebaran kemampuan dasar matematika, diperlihatkan seperti pada Tabel 1. Berdasarkan analisis statistik, disimpulkan bahwa: kemampuan dasar matematika dari sampel penelitian berdasarkan tingkat kemampuan yang sama di tiga kelompok penelitian tidak berbeda secara signifikan. Siswa peringkat atas pada eksp-1, eksp-2, dan kontrol tidak berbeda secara signifikan. Demikian juga untuk siswa peringkat menengah dan bawah.

**Tabel 1**  
**Skor Rata-Rata Tes Kemampuan Dasar Matematika**

		Kelompok Penelitian			Rata-Rata Tingkat
		Eksp-1	Eksp-2	Kontrol	
Tingkat	Atas	25,21	24,67	25,17	25,01
	Menengah	20,92	20,25	21,00	20,72
	Bawah	15,92	15,67	16,96	16,18
Rata-Rata kelompok		20,68	20,19	21,04	

## 2. Daya Representasi Siswa

Kemampuan matematika dan daya representasi siswa diperlihatkan melalui skor tes hasil belajar yang disajikan pada tabel 2. Berdasarkan analisis statistik disimpulkan bahwa: kemampuan rata-rata siswa di tiga kelompok penelitian sebelum mendapat perlakuan berupa pembelajaran tertentu, sama; skor rata-rata tes akhir kelompok eksperimen-1 lebih baik

daripada kelompok eksperimen-2, dan skor rata-rata tes akhir kelompok eksperimen-2 lebih baik daripada kelompok kontrol; dan skor rata-rata perolehan dari kelompok eksperimen-1 lebih baik daripada kelompok eksperimen-2, dan skor rata-rata perolehan kelompok eksperimen-2 lebih baik daripada perolehan skor rata-rata kelompok kontrol.

**Tabel 2**  
**Skor Rata-Rata Tes Awal, Tes Akhir dan Perolehan**

Kelompok	Hasil Skor		
	Tes Awal	Tes Akhir	Perolehan
Eksperimen-1	6,71	26,13	19,42
Eksperimen-2	6,44	22,90	16,46
Kontrol	6,99	20,74	13,75

*Keterangan: Skor tes awal dan akhir ideal adalah 36*

## 3. Kemampuan Matematik

Pengaruh pembelajaran dan tingkat kemampuan terhadap kemampuan matematik dan daya representasi siswa diperlihatkan melalui hasil belajar seperti Tabel 3. Dari analisis tersebut diperoleh bahwa: hasil belajar kemampuan matematik dan

daya representasi siswa yang pembelajarannya menggunakan DMR secara signifikan lebih baik daripada yang pembelajarannya menggunakan KMR, dan hasil belajar siswa yang pembelajarannya menggunakan KMR lebih baik daripada yang pembelajarannya konvensional;

**Tabel 3**  
**Skor Rata-Rata Hasil Belajar**  
**Kemampuan Matematik dan Daya Representasi**

		Bentuk Pembelajaran			Rata-Rata Total
		DMR	KMR	KONV.	
Tingkat Kemampuan Siswa	Atas	28,46	23,50	23,13	25.03
	Menengah	26,29	22,25	20,58	23.04
	Bawah	23,63	22,96	18,50	21.70
Rata-Rata Total		26,13	22,90	20,74	23,36

*Keterangan : Skor ideal adalah 36.*

Selanjutnya, dari uji Anova-dua jalur di diperoleh ringkasan berikut.

#### ANOVA

<i>Source of Variation</i>	<i>SS</i>	<i>Dff</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>P-value</i>	<i>F crit</i>
Pembelajaran (A)	1058,8	2	529,407	29,711	0,000	3,040
Tingkat Kemampuan (B)	404,9	2	202,449	11,362	0,000	3,040
Interaksi ( A x B )	152,8	4	38,206	2,144	0,077	2,415
Inter Kelompok	3688,5	207	17,819			
Total	5305	215				

hasil belajar siswa peringkat atas lebih baik daripada siswa peringkat menengah maupun bawah, namun antara peringkat menengah dan bawah tidak berbeda secara signifikan; tidak ada interaksi yang signifikan antara bentuk pembelajaran dan tingkat kemampuan terhadap hasil belajar kemampuan matematik dan daya representasi siswa.

#### Pembahasan

Kondisi awal siswa yang didasarkan pada hasil tes kemampuan dasar matematika menunjukkan bahwa ketiga kelompok penelitian memiliki perbedaan rata-rata kemampuan matematika yang tidak berarti. Dilihat berdasarkan rata-rata daya serap, kemampuan dasar matematika siswa yang terlibat sebagai sampel

penelitian sebesar 53%. Kurang optimalnya daya serap, diduga karena pelaksanaan tes tidak menganjurkan siswa mempersiapkan secara sungguh-sungguh; ada kecenderungan melupakan materi (kelas satu) yang telah diajarkan; dan ada kesadaran siswa bahwa tujuan tes hanya ingin mengungkap kemampuan yang sebenarnya.

Selanjutnya, kemampuan matematik dan daya representasi siswa di awal penelitian menunjukkan bahwa skor rata-rata di tiga kelompok penelitian, yaitu eksperimen-1, eksperimen-2 dan kontrol berturut-turut 6,7, 6,4, dan 6,9 dari skor ideal 36. Ini menunjukkan bahwa kemampuan matematik dan daya representasi siswa di awal penelitian sangat rendah. Rendahnya kemampuan

matematika dan daya representasi di awal penelitian dapat disebabkan pembelajaran dari guru kurang menunjang.

Kecenderungan guru menanamkan ketrampilan aritmatik, menyebabkan pembelajaran kurang memberi kesempatan pada pengembangan daya matematik siswa. Permasalahan matematika yang disajikan kepada siswa, didominasi oleh bentuk jawaban singkat ataupun soal uraian dengan satu prosedur atau jawaban benar. Siswa kurang dilatih berinteraksi sesama siswa dalam pengembangan ide melalui pemecahan masalah matematika yang kontekstual, terbuka, dan memiliki berbagai prosedur atau berbagai jawaban benar. Hal ini memberikan konsekuensi keterbatasan pada pengetahuan, keterampilan dan pengalaman aktual siswa yang berkaitan dengan kemampuan matematik dan daya representasi dan berakumulasi sebagai pengetahuan awal.

Berbeda dengan hasil tes awal yang menunjukkan kemampuan matematik dan daya representasi yang rendah dan tidak ada perbedaan yang berarti, pada tes akhir ketiga kelompok penelitian menunjukkan kemampuan yang lebih baik dan memiliki perbedaan yang berarti. Skor rata-rata tes akhir pada kelompok eksperimen-1 yaitu 26,13 (72,6%) lebih besar dari kelompok eksperimen-2 yaitu 22,90 (63,6%) dan kelompok kontrol yaitu 20,74 (57,6%). Hasil skor rata-rata tersebut menunjukkan bahwa untuk mengembangkan kemampuan matematik dan daya representasi siswa, penerapan pembelajaran memanfaatkan multi representasi dengan suasana diskursus lebih baik daripada klasikal ataupun pembelajar-

ajaran konvensional. Hal ini terjadi karena penerapan pembelajaran dengan memanfaatkan multi representasi, dapat meningkatkan potensi kecerdasan siswa melalui proses translasi dari berbagai model representasi, yang berdampak pada peningkatan pemahaman siswa. Demikian juga pemahaman matematika siswa akan lebih baik jika pembelajarannya dalam bentuk diskursus dan kelompok kecil. Ini mengindikasikan pembelajaran dengan memanfaatkan multi representasi dalam suasana diskursus menjadi lebih efektif daripada klasikal multi representasi ataupun pembelajaran konvensional.

Selain skor rata-rata, akibat pembelajaran yang berbeda dapat diamati dari jawaban-jawaban siswa. Siswa pada kelompok eksperimen-1 yang mendapat pembelajaran DMR, jawaban dan alasan sangat bervariasi dan menggunakan berbagai representasi. Siswa pada kelompok eksperimen-2 yang mendapat pembelajaran KMR jawaban dan alasan bervariasi namun dengan bentuk representasi terbatas. Sedangkan siswa yang mendapat pembelajaran konvensional, tidak menunjukkan adanya variasi jawaban yang berarti, dan seandainya ada, alasan yang diberikan cenderung kurang rasional.

Adanya faktor perbedaan tingkat kemampuan siswa, menjadi pelengkap temuan di atas. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kemampuan matematik dan daya representasi siswa yang berada pada tingkat kemampuan atas lebih baik daripada siswa tingkat kemampuan menengah atau bawah. Meskipun demikian pengamatan lebih lanjut menemukan bahwa khusus untuk penerapan pembelajaran klasikal multi represent-

tasi, kurang konsisten. Siswa yang berbeda tingkat kemampuan, hasil belajar di akhir pembelajaran tidak menunjukkan adanya perbedaan yang berarti. Penyebabnya pertama, pembelajaran klasikal kurang memungkinkan terjadinya interaksi sosial sesama siswa, sehingga tidak terjadi negosiasi ide dari siswa yang dapat meningkatkan kemampuan matematik dan daya representasi.

Kedua, kurangnya pemberian bantuan dari yang lebih tahu, baik sesama siswa atau dari guru kepada siswa yang memerlukan, menjadikan siswa menyandarkan keterbatasan pengetahuan representasi yang dimiliki untuk memahami materi yang dipelajari. Ketiga, pola kebiasaan belajar siswa dalam bentuk menguasai atau menghafal algoritma solusi permasalahan matematika tanpa disertai dengan pemahaman, menjadikan representasi yang dipelajari kurang bermakna, dan hanya sebagai pelengkap solusi.

Selanjutnya, perbedaan efek bersama antara tingkat kemampuan dan pembelajaran tidak signifikan dalam pengembangan kemampuan matematik dan daya representasi siswa. Kejadian ini dapat disebabkan karena banyaknya faktor yang terlibat dalam penelitian, yaitu pembelajaran dan tingkat kemampuan yang masing-masing terdiri dari tiga klasifikasi. Padahal pada interaksi order tinggi jarang didapati yang signifikan. Ini menunjukkan bahwa secara umum ada konsistensi hasil belajar dari tiga bentuk pembelajaran. Hasil belajar siswa yang tergolong memiliki kemampuan dasar matematika tingkat atas yang mendapat pembelajaran diskursus multi representasi lebih baik daripada yang mendapat pembe-

lajaran klasikal multi representasi maupun konvensional. Hal yang sama terjadi juga untuk siswa yang tergolong memiliki kemampuan dasar tingkat menengah dan bawah.

Respon siswa terhadap pembelajaran yang dilibatkan dalam penelitian diungkap dari pernyataan siswa melalui angket dan kualitas jawaban siswa dalam tes hasil belajar. Mengingat yang diungkap gambaran pembelajaran di kelas, respon terhadap pembelajaran ini tidak mengulas berdasarkan tingkat kemampuan siswa. Berdasarkan analisis angket, siswa yang terlibat pembelajaran diskursus multi representasi menyukai cara belajar kelompok yang dibentuk oleh siswa dengan komposisi gabungan siswa pandai dan kurang. Sedangkan pada yang terlibat pembelajaran konvensional, jika harus memilih, masih banyak siswa yang berharap belajarnya tidak secara kelompok tetapi tetap belajar secara klasikal.

Dilihat dari keterlibatan bentuk representasi dalam jawaban siswa, pada kelompok siswa yang terlibat pembelajaran diskursus multi representasi, soal dengan tipe pertanyaan divergen, memunculkan jawaban benar yang bervariasi. Selain itu pada kelompok ini siswa yang memanfaatkan cara tabel atau pola bilangan dalam penyelesaian soal yang berkaitan dengan masalah sehari-hari, lebih banyak daripada siswa yang terlibat pembelajaran klasikal multi representasi. Sedangkan siswa yang terlibat pembelajaran konvensional, kurang menunjukkan adanya variasi. Demikian juga siswa yang terlibat pembelajaran konvensional tidak sebaik dua kelompok lainnya dalam merumuskan pernyaa-

taan verbal dari model matematika yang diketahui. Ini menunjukkan bahwa keterlibatan multi representasi dalam pembelajaran, mempengaruhi kemampuan siswa dalam memanfaatkan dan memilih berbagai strategi dalam menyelesaikan soal-soal matematika.

## **Penutup**

### **Simpulan dan Saran**

Berdasarkan analisis data disimpulkan bahwa pengetahuan awal siswa SLTP dalam kemampuan matematika dan daya representasi sebelum perlakuan berupa pembelajaran matematika, rendah yaitu berkisar 18.6% dan skor rata-rata siswa yang berada pada peringkat atas, menengah, ataupun bawah memiliki kemampuan matematik dan daya representasi yang relatif sama.

Pengembangan kemampuan matematik dan daya representasi siswa, dari tiga bentuk pembelajaran yang diterapkan, DMR merupakan pembelajaran yang paling efektif. Sedangkan pembelajaran KMR, meskipun tidak seefektif DMR tetapi lebih efektif daripada pembelajaran Konvensional.

Berdasarkan tingkat kemampuan, rata-rata dari tiga bentuk pembelajaran, kemampuan matematik dan daya representasi siswa tingkat atas lebih baik daripada siswa tingkat menengah. Demikian juga kemampuan matematik dan daya representasi siswa tingkat menengah lebih baik dari siswa tingkat bawah. Namun demikian terdapat keunikan pada KMR. Penerapan pembelajaran KMR tidak menunjukkan adanya perbedaan hasil belajar kemampuan matematik dan daya representasi yang signifikan

di antara siswa dari tingkat kemampuan atas, menengah maupun bawah.

Perbedaan tingkat kemampuan (atas, menengah, bawah) dan perbedaan pembelajaran (DMR, KMR, Konvensional) tidak menunjukkan adanya interaksi yang berarti terhadap hasil belajar kemampuan matematik dan daya representasi siswa. Ini menunjukkan ada konsistensi hasil belajar siswa akibat pembelajaran dengan mempertimbangkan tingkat kemampuan. Siswa pada tingkat kemampuan yang sama yang mendapat pembelajaran DMR hasil belajarnya lebih baik daripada yang mendapat pembelajaran KMR, dan hasil belajar siswa yang mendapat pembelajaran KMR lebih baik daripada hasil belajar siswa yang mendapat pembelajaran konvensional. Sedangkan siswa tingkat kemampuan atas yang mendapat pembelajaran DMR, peningkatan hasil belajarnya paling besar.

Penelitian ini tidak melibatkan alat teknologi seperti “kalkulator grafik” dalam pembelajaran. Oleh karena itu peran pembelajaran matematika dengan lingkungan multi representasi dinamis (tidak statis), untuk meningkatkan kemampuan matematik dan daya representasi siswa tidak terungkap.

Berdasarkan simpulan penelitian memberikan implikasi bahwa penerapan lingkungan multi representasi dapat meningkatkan kemampuan matematik dan daya representasi siswa. Peningkatan ini menjadi semakin besar apabila pembelajarannya dilakukan dengan cara diskursus. Oleh karena itu bentuk pembelajaran diskursus multi representasi atau klasikal multi representasi dapat digunakan sebagai pembelajaran



alternatif untuk mengoptimalkan sasaran pembelajaran yang mencakup tiga dimensi, yaitu penguasaan materi, kemampuan matematik, dan daya matematik.

Penelitian ini dapat dilanjutkan dengan mempertanyakan bagaimana pengaruh pembelajaran dengan memanfaatkan multi representasi dinamis (tidak statis) terhadap pengembangan kemampuan matematik dan daya representasi siswa. Penelitian ini menjadi lebih menarik, selain meningkatkan keterlibatan siswa dalam memanipulasi berbagai representasi dinamis melalui kalkulator grafik atau perangkat lunak ilmiah pada komputer, juga memiliki nilai penerapan yang sesuai dengan perkembangan teknologi dewasa ini.

#### Daftar Pustaka

- Acuna, C. (2001). Highschool students' conceptions of graphic representations associated to the construction of a straight line of positive abscissas. *Proceedings of the 25rd International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Cuernavaca, Mexico: Cinvestav.
- Erland, & Kuyper, J.(1998) Cognitive skills and accelerated learning memory training using interactive media improves academic performance in reading and math: *Journal of Accelerated Learning and Teaching*. 23, 3-58
- Hiebert, J., & Carpenter, T.P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D.A. Grouws (Ed). *Handbook of research on Mathematics teaching and learning*. NCTM. New York: Macmilan Publishing Company.
- Jones, A. D. (2000) *The fifth process standard: An argument to include representation in standards 2000*. [on-line].  
vailable:<http://www.math.umd.edu/~dac/650/jonespaper.html> [3 Mei 2002].
- Kalathil, R. R., & Sherin M. G. (2000) *Role of students' representations in the mathematics classroom*. In B. Fishman & S. O'Connor-Divelbiss (Eds.). Fourth international conference of the learning sciencis. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Kramarski, B. (2000). The effects of different instructional methods on the ability to communicate mathematical reasoning. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.). *Proceedings of the 24<sup>th</sup> conference of the international group for the psychology of mathematics education*. Vol.3. Horoshima: The Nishiki Print Co., Ltd.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.). *Problem of representation in the teaching and learning of mathematics*. London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Luitel, B. C. (2001) *Multiple representations of mathematical learning*. [on-line]. Available :<http://www.matedu.cinvestav.mx/Adalira.pdf>. [21 Januari 2003].
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Profesional*

- standards for teaching mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Nunes, T. & Borba, R. (2000). *Are young children able to represent negative numbers?* In T. Nakahara & M. Koyama. (Eds.). *Proceedings of the 24<sup>th</sup> Conference of the Internatinal Group for the Psychology of Mathematics Education*. (Vol 1). Hiroshima: The Nishiki Print Co
- Resnick, L.B., & Ford, W.W. (1981). *The psychology of mathematics for instruction*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Silver, E.A., Shapiro, L.J., & Deutch, A. (1993). Sense making and the solution of division problems involving remainders: An examination of middle school students' solution processes and their interpretations of solutions. *Journal For Research in Mathematics Education*. 24, 117-135.
- Tchoshanov, M. A. (2001). Representation and cognition: internalizing mathematical concepts. In H. Hitt (Ed.). *Working group on representations and mathemtics visualization (1998 - 2001)*. [on-line]. Available:[http:// www. matedu. cinvestav. mx/Adalira.pdf](http://www.matedu.cinvestav.mx/Adalira.pdf). [11 Juni 2002].