

***MATHEMATICAL FALLACY* PESERTA OLIMPIADE SAINS NASIONAL  
MATEMATIKA DALAM ALJABAR**

**ARTIKEL PENELITIAN**

**OLEH:  
SUKARDI  
NIM. F1041151045**



**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA JURUSAN PMIPA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS TANJUNGPURA  
PONTIANAK  
TAHUN 2019**

## LEMBAR PERSETUJUAN

### **MATHEMATICAL FALLACY PESERTA OLIMPIADE SAINS NASIONAL MATEMATIKA DALAM ALJABAR**

#### ARTIKEL PENELITIAN

**SUKARDI**  
NIM. F1041151045

Disetujui,

Pembimbing I



**Drs. Ade Mirza, M.Pd**  
NIP. 196510281989031003

Pembimbing II



**Dr. Dede Suratman, M.Si**  
NIP. 196603131992031002

Mengetahui,



**Dr. H. Martono, M.Pd**  
NIP. 196803161994031014

Ketua Jurusan PMIPA



**Dr. H. Ahmad Yani T, M.Pd**  
NIP. 196604011991021001

# **MATHEMATICAL FALLACY PESERTA OLIMPIADE SAINS NASIONAL MATEMATIKA DALAM ALJABAR**

**Sukardi, Ade Mirza, Dede Suratman**

Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Untan Pontianak

Email: shanedizzy6@gmail.com

## **Abstract**

*The aim of this research is to describe the form of mathematical fallacy and its causing factors. The research method used is descriptive method in the form of case study research. The subjects of this research are eight senior high students, four students from SMAN 1, two students from SMA Santo Paulus and two students from SMAN 3, who participated in National Science Olympiad 2019 in Pontianak. Mathematical fallacy in this research consists of three forms. They are division by zero, mistaken of taking squares and exponent fallacy. Mathematical fallacy in the form of division by zero was done by 5 students, mistaken of taking squares was done by 6 students, while exponent fallacy was done by 8 students. It was concluded that there were five factors leading to mathematical fallacy. Those are (1) Students were trying to skip several mathematical procedures who claimed as not substantive; (2) Students lacked of understanding in using the argumentation scheme in the form of procedural/steps to solve the problems; (3) Students took the conclusion hastily without depth analysis; (4) Teachers tend to skip certain facts, concepts, principles and mathematical procedures; and (5) Some text books students used contain things which may lead to mathematical fallacy.*

**Keywords: Mathematical Fallacy, Olympiad, Procedure**

## **PENDAHULUAN**

Aljabar merupakan salah satu bidang matematika yang mulai diperkenalkan secara implisit sejak siswa berada pada tingkat Sekolah Dasar (SD). Pengetahuan aljabar yang paling utama adalah belajar memanipulasi bentuk matematis dengan menggunakan simbol pengganti bilangan, kemudian diaplikasikan untuk menyelesaikan persoalan matematis tingkat lanjut, misalnya menyelesaikan persamaan yang mengandung ekspresi aljabar, menggambar grafik fungsi, menyelesaikan sistem persamaan, serta mampu menerapkannya dalam bidang lain, seperti geometri, kalkulus, trigonometri, dan sebagainya.

Belajar aljabar juga menuntut kemampuan siswa untuk bernalar. Berdasarkan hasil tes *Programme for International Student*

*Assessment* (PISA) yang dilakukan pada tahun 2015, siswa Indonesia cenderung mendapat nilai yang tinggi dalam soal tipe hafalan, tetapi ketika soal dimodifikasi sedemikian rupa nilai mereka merosot drastis. Berdasarkan hasil tes PISA 2015 bidang matematika, Indonesia memperoleh nilai 386 dan menduduki urutan ke-65 dari 72 negara (OECD, 2016).

Pembelajaran aljabar di sekolah terkadang memunculkan istilah tertentu yang tidak berlandaskan prinsip bernalar, walaupun dengan tujuan untuk mempermudah pengerjaan soal. Istilah yang dimaksud misalnya: “pindah ruas”, “coret”, “kali pelangi”, dan sebagainya. Berdasarkan hasil observasi yang dilakukan, istilah seperti ini memang mudah diingat oleh siswa. Hal tersebut disinyalir memicu terjadinya kesesatan penalaran, atau secara luas dikenal dengan istilah *mathematical fallacy*.

Ketidacermatan dalam memperhatikan fakta, konsep, prinsip, dan prosedur matematika diduga terjadi saat pembelajaran matematika di kelas.

Untuk itu, perlu dipertimbangkan usulan Arief Rachman (dalam Yusmin, 1997: 2) bahwa aktivitas pendidikan hendaknya memberikan latihan agar anak terbiasa berpikir hipotesis. Siswa diharuskan untuk terbiasa berpikir kritis dalam memberi tanggapan terhadap suatu pernyataan matematika.

Prariset berupa pemberian soal dilakukan dengan melibatkan tiga orang siswa. Soal yang diberikan mengharuskan siswa menentukan letak kesalahan beserta alasannya pada prosedur pengerjaan pembuktian suatu pernyataan matematika terkait aljabar. Tiap siswa memberi respons yang berbeda, yaitu tidak menjawab, tidak tepat dalam menentukan letak kesalahan, dan tidak tepat dalam memberikan alasan kesalahan. Berdasarkan hasil wawancara singkat, mereka cenderung kurang paham terhadap materi aljabar (persamaan) dan tidak terbiasa mengerjakan soal dengan tipe seperti itu.

Secara teori, banyak kajian yang mendefinisikan arti dari *mathematical fallacy* dengan mempertimbangkan berbagai sisi. Menurut Bunch (1982), *mathematical fallacy* diartikan sebagai suatu kesalahan jawaban yang didapat dari penjelasan logis bahwa jawaban itu dapat dikatakan benar. Di sisi lain, *mathematical fallacy* dapat didefinisikan secara sederhana. Jika seluruh penalaran matematis bersifat formal dan deduktif, maka dapat dikatakan bahwa *mathematical fallacy* hanyalah sekadar argumen yang tak sah. Definisi ini ternyata memiliki banyak kelemahan. Pertama, banyak sekali argumen yang tak sah, tetapi tidak tergolong *mathematical fallacy*. Kedua, banyak bentuk penalaran matematis yang dilakukan secara informal. Jadi, definisi *mathematical fallacy* setidaknya harus dapat membedakan antara *formal fallacy* dan *informal fallacy* serta ketidaksahihannya (Aberdein, 2010: 3). Dari uraian di atas, disimpulkan bahwa *mathematical fallacy* adalah ketidaksahihan konklusi (kesimpulan) dalam pembuktian pernyataan matematika yang didapat atau

diturunkan dari proses argumentasi yang cacat, meskipun masuk akal (*wrong but plausible conclusion*).

Lebih lanjut, miskonsepsi dan *fallacy* memiliki arti yang berbeda, tetapi ada keterkaitan. Miskonsepsi secara singkat diartikan sebagai keyakinan yang salah (*mistaken beliefs*), sedangkan *fallacy* adalah kesalahan pola penalaran (*mistaken patterns of reasoning*). Sebagai contoh, misalkan seseorang berpikir bahwa  $\pi$  adalah bilangan rasional. Ini berarti telah terjadi miskonsepsi pada orang itu. Lain halnya apabila ia dapat membuktikan bahwa  $\pi$  adalah bilangan rasional dengan menggunakan manipulasi konsep matematis. Ini berarti orang itu mengalami *fallacy*.

Terkadang kesalahan dalam pemberian pembuktian terjadi karena adanya pengalaman terhadap situasi tertentu yang menyebabkan argumen yang sama dapat diberlakukan pada permasalahan yang berbeda. Kesalahan sejenis ini bisa terjadi pada tingkat yang sangat sederhana sampai tingkat yang lebih kompleks. Pada tingkat yang sederhana, peserta didik tahu bahwa ia harus menolak pembuktian yang tidak cacat itu, tetapi ia tidak tahu alasan mengapa ia harus menolaknya, sedangkan pada tingkat yang lebih kompleks, peserta didik mungkin menerima pembuktian yang cacat itu meskipun hasilnya kontradiksi dengan apa yang seharusnya benar.

Melalui pengalaman yang sangat beragam, matematikawan telah mempelajari berbagai pernyataan matematika, termasuk hanya sekadar intuisi dan pembuktian yang cacat sehingga dapat membawa mereka pada suatu kesesatan. Kesalahan seperti ini sulit dideteksi, tetapi bila berhasil ditemukan, hal ini dapat mengajarkan konsep yang cukup banyak untuk dikaji. Bagi guru matematika, kesalahan seperti itu adalah hasil pengerjaan dari siswanya. Saat siswa bertanggung jawab atas beragam argumen yang tidak masuk akal, beberapa di antaranya membuat pemikiran yang dapat dikatakan sebagai *good mistakes*, artinya mereka membuat kesalahan, tetapi bersifat samar dan sulit dideteksi letak kesalahannya (Edward, 1999: 3). Hal ini dipertegas oleh Ormrod (2009: 327) yang mengatakan bahwa

seiring tumbuh dan berkembangnya, siswa telah menerima potongan informasi yang berdiri sendiri, namun ketika mereka tumbuh dewasa, basis pengetahuannya semakin terorganisasi dan terintegrasi. Hal yang patut diperhatikan dalam pernyataan tersebut adalah ketika siswa mencoba mengonstruksikan pemahamannya secara mandiri, tidak ada jaminan bahwa konstruksi pemahamannya tersebut berlandaskan kaidah dan logika matematika.

Maxwell (1959) menjabarkan apa yang disebut sebagai *mathematical errors* dalam tiga bentuk, yakni *mistake*, *howler*, dan *fallacy*. *Mistake* terjadi karena penyimpangan konsep yang sifatnya sementara (temporer), salah tulis, atau salah membaca/memahami soal. *Howler* merupakan bentuk kesalahan argumentasi meskipun menghasilkan jawaban yang benar (karena kebetulan semata). *Fallacy* merupakan bentuk kesalahan argumentasi yang mengarah pada jawaban yang tidak tetapi, tetapi proses argumentasinya masuk akal. Tipologi dasar *mathematical errors* yang dijabarkan olehnya dapat mengorelasikan kebenaran jawaban dengan kewajaran proses pengerjaan (Aberdein, 2010: 2).

Peneliti berpendapat bahwa *howler* dan *fallacy* termasuk suatu kesalahan, tetapi *fallacy* dianggap lebih “berbahaya” karena pernyataan yang salah justru dapat terbukti dengan menggunakan konsep-konsep matematika yang sifatnya menyesatkan, sedangkan *howler* terjadi karena adanya suatu kebetulan atau keberuntungan, seperti yang dikemukakan oleh Aberdein (2010: 22), di mana fenomena seperti itu diistilahkan sebagai keberuntungan matematis (*mathematical luck*).

Berdasarkan uraian di atas, perlu dilakukan penelitian untuk menganalisis bentuk *mathematical fallacy* dan faktor penyebab terjadinya *mathematical fallacy* pada siswa. Penelitian berupa analisis seperti ini dirasa kurang efektif apabila melibatkan siswa reguler karena dikhawatirkan hasil penelitiannya tidak dapat menjawab rumusan masalah. Sebagai langkah awal, dipilih siswa peserta Olimpiade Sains Nasional (OSN) bidang matematika tingkat SMA/Sederajat di kota Pontianak sebagai subjek penelitian dengan pertimbangan

kemudahan perolehan data dan keterbatasan waktu.

Materi yang dipilih untuk diujikan adalah aljabar. Ini dikarenakan *mathematical fallacy* paling banyak terjadi dalam aljabar (Bunch, 1982). Meskipun aljabar sudah dikenalkan sejak SD, penggunaannya banyak diterapkan untuk menyelesaikan berbagai permasalahan matematika pada tingkat Sekolah Menengah Pertama (SMP) dan Sekolah Menengah Atas (SMA) sehingga sangat penting untuk dikuasai siswa sebelum mempelajari materi lanjutan.

## METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deksriptif. Jenis penelitiannya adalah penelitian kualitatif dengan bentuk penelitian studi kasus. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan bentuk *mathematical fallacy* dan faktor penyebab terjadinya *mathematical fallacy* dalam aljabar.

Subjek dalam penelitian ini adalah delapan orang siswa peserta OSN bidang matematika tingkat kota Pontianak pada tahun 2019, yang meliputi: 2 orang siswa dari SMA Negeri 3, 2 orang siswa dari SMA Santo Paulus, dan 4 orang siswa dari SMA Negeri 1. Objek dalam penelitian ini adalah bentuk *mathematical fallacy* dan faktor penyebab terjadinya *mathematical fallacy* dalam aljabar.

Prosedur penelitian ini terdiri dari tiga tahap, yaitu tahap persiapan, tahap pelaksanaan, dan tahap akhir. Pada tahap persiapan, hal yang dilakukan adalah menyusun instrumen penelitian, melakukan uji validitas instrumen penelitian, melakukan revisi berdasarkan hasil validasi, mengurus perizinan untuk melakukan penelitian, dan menentukan jadwal penelitian dengan pihak sekolah dan siswa yang terlibat. Pada tahap pelaksanaan, hal yang dilakukan adalah memberikan soal tes kepada subjek penelitian dengan diberikan waktu 75 menit untuk menyelesaikannya. Jawaban siswa kemudian dianalisis, kemudian dipilih empat orang siswa untuk diwawancarai. Tahap akhir meliputi pengumpulan hasil data tes tertulis dan transkrip wawancara, pengolahan data penelitian, dan penyusunan laporan penelitian.

Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah teknik tes dan teknik komunikasi

langsung. Teknik tes yang dimaksud berupa tes penalaran matematis terkait pemeriksaan kesalahan pada prosedur pembuktian pernyataan matematika dalam aljabar. Jumlah soal yang diberikan sebanyak delapan butir soal dalam bentuk uraian. Teknik komunikasi langsung berupa wawancara tidak terstruktur. Dalam penelitian ini, wawancara dilakukan kepada empat orang siswa dari tiga sekolah yang telah disebutkan di atas.

Alat pengumpulan data yang digunakan adalah soal tes dan pedoman wawancara. Jenis tes yang digunakan adalah tes penalaran matematis yang pelaksanaannya dilakukan secara tertulis. Bentuk soal yang diujikan adalah uraian (esai). Penyusunan kisi-kisi soal tidak didasari pada kurikulum nasional (tidak memandang buku pelajaran yang digunakan). Kriteria soal yang dibuat dalam kisi-kisi soal adalah konsep matematika yang bersesuaian dengan bentuk *mathematical fallacy*, yaitu pembagian oleh nol, penarikan akar kuadrat, dan konsep eksponen. Indikator utama yang dijadikan sebagai landasan penyusunan kisi-kisi soal tes penalaran matematis diambil dari salah satu kemampuan penalaran deduktif menurut

Shadiq (2009: 14), yaitu kemampuan untuk memeriksa kesahihan suatu argumen yang diberikan. Argumen yang dimaksud adalah prosedur/langkah pengerjaan suatu pembuktian pernyataan matematika yang keliru. Soal tes tersebut diharapkan dapat menunjukkan bentuk *mathematical fallacy* yang dilakukan oleh siswa. Sebagian besar soal tes diadaptasi dari soal yang terdapat buku *Mathematical Fallacies and Paradoxes* (Bunch, 1982). Lebih lanjut, wawancara dilakukan untuk mengetahui atau mengungkap lebih dalam faktor penyebab terjadinya *mathematical fallacy*.

## HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

### Hasil

Instrumen soal tes penalaran matematis diberikan kepada siswa di tiga sekolah berbeda dengan jumlah keseluruhan delapan orang siswa. Berikut rincian informasi penting terkait penelitian ini beserta hasil penelitian terkait bentuk *mathematical fallacy* yang dilakukan subjek penelitian.

**Tabel 1. Informasi Sekolah, Sampel, dan Tanggal Penelitian**

<b>Nama Sekolah</b>	<b>Sampel Penelitian</b>	<b>Tanggal Penelitian</b>
SMA Negeri 3	2 orang	14 - 15 Mei 2019
SMA Santo Paulus	2 orang	17 - 18 Mei 2019
SMA Negeri 1	4 orang	22 - 23 Mei 2019

Mengingat tujuan penelitian ini hanya memaparkan bentuk *mathematical fallacy* yang dilakukan kedelapan siswa beserta faktor penyebab terjadinya *mathematical fallacy*, maka penyajian datanya tidak melibatkan data kuantitatif berupa skor penilaian. Langkah awal yang dilakukan peneliti setelah mendapatkan seluruh jawaban dan respons siswa (atau secara singkat akan disebut sebagai data penelitian) adalah menentukan bentuk *mathematical fallacy* yang dilakukan masing-masing siswa dengan mengacu pada kunci jawaban dari soal tes yang telah dibuat sebelumnya. Bentuk *mathematical fallacy* yang dimaksud meliputi: *division by zero*, *mistaken of taking squares*, dan *exponent fallacy*. Tabel 2 berikut

merupakan hasil analisis peneliti kepada kedelapan siswa mengenai bentuk *mathematical fallacy* yang dilakukan dengan keterangan tanda “✓” menyatakan bahwa siswa yang bersangkutan melakukan bentuk *mathematical fallacy* sesuai kolomnya, sedangkan “✗” menyatakan bahwa siswa yang bersangkutan tidak melakukan bentuk *mathematical fallacy* sesuai kolomnya. Tabel 2 juga memuat informasi berupa inisial siswa, asal sekolah, dan kelas/jurusan yang ditempuhnya, sedangkan bentuk *mathematical fallacy* yang dimaksud berupa *division by zero*, *mistaken of taking squares*, dan *exponent fallacy*.

**Tabel 2. Bentuk *Mathematical Fallacy* yang Dilakukan Siswa**

Inisial Siswa	Asal Sekolah	Kelas/ Jurusan	Bentuk <i>Mathematical Fallacy</i>		
			<i>Division by Zero</i>	<i>Mistaken of Taking Squares</i>	<i>Exponent Fallacy</i>
AMS	SMA Negeri 3	X MIPA	✓	✓	✓
EGP	SMA Negeri 3	XI MIPA	✗	✓	✓
VP	SMA Santo Paulus	XI MIPA	✗	✓	✓
YNK	SMA Santo Paulus	XI MIPA	✗	✗	✓
MDN	SMA Negeri 1	XI MIPA	✓	✗	✓
YAP	SMA Negeri 1	X MIPA	✓	✓	✓
GTG	SMA Negeri 1	X MIPA	✓	✓	✓
DZ	SMA Negeri 1	X MIPA	✓	✓	✓

Setelah analisis jawaban siswa dilakukan, dipilih empat orang siswa untuk diwawancara, yaitu EGP, YNK, GTG, dan YAP. Deskripsi jawaban kedelapan siswa selanjutnya diuraikan masing-masing.

AMS merupakan siswa kelas X Jurusan MIPA dari SMA Negeri 3. Dari delapan soal yang diberikan, AMS berpendapat bahwa prosedur pembuktian pernyataan matematika yang diberikan pada soal nomor 3 sampai 6 sudah benar, sedangkan soal lainnya salah. AMS kurang memahami konsep pembagian bilangan oleh nol, termasuk juga mengenai istilah tak terdefinisi dan tak hingga yang muncul karena masalah tersebut. AMS juga terburu-buru dalam menyimpulkan benar salahnya argumentasi karena ia hanya melihat premis awal. Selain itu, AMS belum memahami konsep bilangan imajiner  $i = \sqrt{-1}$  yang dimunculkan pada soal nomor 7. Berdasarkan analisis jawaban nomor 8, AMS diduga kurang memahami hasil perhitungan akar dan bentuk akar. Disimpulkan bahwa AMS melakukan ketiga bentuk *mathematical fallacy*.

EGP merupakan siswa kelas X Jurusan MIPA dari SMA Negeri 3. Dari delapan soal yang diberikan, EGP berpendapat bahwa hanya prosedur pembuktian pernyataan matematika pada soal nomor 6 yang benar, sedangkan soal lainnya salah. EGP memahami dengan betul mengenai konsep pembagian oleh nol, tetapi tidak dapat menjelaskan alasan spesifik mengenai penarikan akar kuadrat pada kedua ruas suatu persamaan dan kurang memahami konsep eksponen.

YNK merupakan siswa kelas XI Jurusan MIPA dari SMA Santo Paulus. Dari delapan

soal yang diberikan, YNK berpendapat bahwa hanya prosedur pembuktian pernyataan matematika pada soal nomor 3 yang benar, sedangkan soal lainnya salah. YNK dapat menunjukkan letak kesalahan dan alasan kesalahan pada kategori soal yang memuat *fallacy* berupa *division by zero* (soal nomor 1 – 3), begitu juga terkait penarikan akar kuadrat, namun gagal dalam soal terkait eksponen.

VP merupakan siswa kelas XI Jurusan MIPA dari SMA Santo Paulus. Dari delapan soal yang diberikan, VP berpendapat bahwa prosedur pembuktian pernyataan matematika pada soal nomor 8 yang benar dan ia ragu menjawab soal nomor 7. Analisis jawaban VP menunjukkan bahwa VP kurang memahami konsep pembagian oleh nol (terutama pada bagian kanselasi) tetapi ia cenderung dapat menentukan letak kesalahan dengan menggunakan *try and error*, namun gagal dalam soal mengenai penarikan akar kuadrat dan eksponen. Ia juga terlalu cepat dalam menyimpulkan letak kesalahan tanpa meninjau lebih jauh suatu prosedur pembuktian.

DZ merupakan siswa kelas X Jurusan MIPA dari SMA Negeri 1. Dari delapan soal yang diberikan, DZ berpendapat bahwa prosedur pembuktian pernyataan matematika pada soal nomor 4, 5, dan 6 sudah benar, sedangkan soal lainnya salah. DZ tidak konsisten dalam menyatakan pendapat mengenai istilah tak terdefinisi, tak hingga, dan tak tentu. Ia tidak bisa membedakan makna tak hingga dan tak terdefinisi, namun tetap memakai istilah tersebut untuk menjelaskan alasan kesalahan prosedur.

MDN adalah siswa kelas XI Jurusan MIPA dari SMA Negeri 1. MDN berpendapat bahwa setiap prosedur pembuktian pernyataan matematika yang diberikan pada setiap soal mengandung kesalahan. MDN mampu mengutarakan letak kesalahan terkait soal yang memuat *division by zero*, tetapi tidak tepat dalam menyatakan alasan kesalahannya, begitu juga pada eksponen. Namun, ia memahami syarat penarikan akar kuadrat dengan baik.

YAP adalah siswa kelas XI Jurusan MIPA dari SMA Negeri 1. Dari delapan soal yang diberikan, YAP berpendapat bahwa prosedur pembuktian pernyataan matematika pada soal nomor 6 yang benar, sedangkan soal lainnya salah. Meskipun YAP kurang jelas dalam mengutarakan pendapatnya melalui tulisan, namun dari analisis jawaban menunjukkan bahwa YAP cukup paham mengenai konsep pembagian oleh nol. Di lain sisi, ia tidak teliti dalam melakukan perhitungan aritmetik sehingga memberi kesimpulan yang tidak sesuai pada beberapa soal.

GTG adalah siswa kelas X Jurusan MIPA dari SMA Negeri 1. Dari delapan soal yang diberikan, ia ragu menjawab pada soal nomor 4 dan 6 karena lupa dengan materi yang

bersangkutan. GTG diduga kurang terampil dalam menentukan letak kesalahan suatu prosedur. Ia juga memberikan alasan yang terlalu sederhana (dan tidak sesuai).

### Pembahasan

Berdasarkan hasil pengerjaan soal oleh 8 orang siswa, tampak bahwa seluruh siswa melakukan *mathematical fallacy*. Untuk mengelompokkan respons/jawaban siswa dari pengerjaan setiap soal, berikut diberikan nomor untuk mengidentifikasi, yang selanjutnya disebut sebagai tipe jawaban, yaitu: (1) Siswa tidak menjawab, ragu, atau bingung; (2) Siswa menyatakan bahwa pembuktian pernyataan matematika yang diberikan sudah benar; (3) Siswa menyatakan bahwa pembuktian pernyataan matematika yang diberikan salah, tetapi kurang tepat dalam menentukan letak kesalahannya ataupun letak kesalahan; dan (4) Siswa menyatakan bahwa pembuktian pernyataan matematika yang diberikan salah, serta tepat dalam menentukan letak kesalahan maupun alasan kesalahan itu.

Tabel 3 berikut menyajikan data banyaknya siswa yang dikategorikan berdasarkan empat tipe jawaban di atas.

**Tabel 3. Banyak Siswa yang Menjawab Berdasarkan Empat Tipe Jawaban**

Nomor Soal	Tipe Jawaban			
	1	2	3	4
1	0	0	4	4
2	0	0	6	2
3	0	2	5	1
4	1	2	4	1
5	0	2	4	2
6	2	4	2	0
7	0	0	8	0
8	0	1	7	0

Berdasarkan Tabel 2, sebanyak 5 dari 8 orang siswa melakukan *mathematical fallacy* berbentuk *division by zero*. Siswa cenderung dapat menentukan letak kesalahan dengan benar, tetapi memberikan alasan yang kurang tepat. Soal nomor 1, 2, dan 3 memuat prosedur pembuktian pernyataan matematika yang berkaitan dengan *division by zero*. Sebanyak 6 dari 8 orang siswa melakukan *mathematical*

*fallacy* berbentuk *mistaken of taking squares*. Siswa cenderung tidak dapat menentukan letak kesalahan dengan tepat dan pemberian alasannya melalui substitusi bilangan. Soal nomor 4, 5, dan 6 memuat prosedur pembuktian pernyataan matematika yang berkaitan dengan *mistaken of taking squares*. Seluruh siswa melakukan *mathematical fallacy* berbentuk *exponent fallacy*. Siswa cenderung tidak dapat

menentukan letak kesalahan dengan tepat. Soal nomor 6, 7, dan 8 memuat prosedur pembuktian pernyataan matematika yang berkaitan dengan *exponent fallacy*.

Analisis untuk mengetahui faktor penyebab terjadinya *mathematical fallacy* dalam penelitian ini menggunakan data yang didapat dari hasil wawancara 4 orang siswa yang dipilih secara acak dari 8 orang siswa yang menjadi subjek penelitian. Secara umum, faktor utama terjadinya *mathematical fallacy* dikarenakan siswa tidak sungguh-sungguh menguasai konsep atas materi terkait yang diberikan pada soal. Selain itu, siswa juga kurang terampil dalam melakukan pemeriksaan atas suatu pernyataan (*looking-back*). Pernyataan ini diperkuat oleh respons siswa yang terlalu singkat dan terkesan terburu-buru supaya memperoleh hasil/kesimpulan. Guru juga terkesan kurang serius dalam memberikan penjelasan terkait materi yang bersangkutan. Hal ini tampak dengan diabaikannya sejumlah konsep/prinsip yang sebenarnya perlu diperhatikan oleh siswa. Hasil wawancara dengan salah satu siswa juga menunjukkan bahwa terdapat kekeliruan konsep yang tertera pada buku paket pelajaran matematika di sekolah. Kekeliruan ini disinyalir dapat memicu terjadinya *mathematical fallacy* pada pembaca. Hal ini diperkuat oleh Ormrod (2009, 327) bahwa potongan informasi yang diterima siswa (misalnya, bersumber dari teks bacaan) memberi kesempatan kepada mereka untuk membangun basis pengetahuan sendiri, tetapi tidak ada jaminan bahwa hasil konstruksi tersebut sejalan dengan konsep dan logika matematika.

## SIMPULAN DAN SARAN

### Simpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, semua siswa yang menjadi subjek penelitian melakukan *mathematical fallacy* dengan rincian sebagai berikut: 5 orang siswa melakukan *mathematical fallacy* berbentuk *division by zero*, 6 orang siswa melakukan *mathematical fallacy* berbentuk *mistaken of taking squares*, dan 8 orang siswa melakukan *mathematical fallacy* berbentuk *exponent fallacy*. Secara garis besar, peneliti merangkum

lima faktor penyebab terjadinya *mathematical fallacy*, yaitu: (1) Siswa cenderung mengabaikan pemahaman konsep dengan melewati (*skipping*) bagian dari prosedur pengerjaan soal matematika yang dianggap tidak substansial olehnya; (2) Siswa tidak terbiasa menggunakan skema argumentasi sehingga kurang terampil dalam menentukan letak kesalahan suatu pernyataan matematika; (3) Siswa cenderung lebih mengutamakan hasil/kesimpulan dari setiap prosedur yang didapat tanpa menganalisis lebih mendalam bagaimana dan mengapa prosedur tersebut dapat dilakukan untuk mendapatkan kesimpulan yang bersangkutan; (4) Kecenderungan guru yang kurang memperhatikan sejumlah syarat penting terkait fakta, konsep, prinsip, dan keterampilan/prosedur matematika yang sejatinya perlu diketahui siswa; (5) Buku pelajaran yang digunakan siswa memuat konsep/prinsip matematika yang mengarah pada *mathematical fallacy*.

### Saran

Saran yang perlu diperhatikan berdasarkan hasil penelitian ini lebih mengarah pada aktivitas guru dalam mengajar dan keberlanjutan penelitian. Bagi guru matematika, sebaiknya tidak mengabaikan sejumlah konsep/prinsip (berupa syarat) dalam materi matematika tertentu sehingga siswa dapat lebih memahami secara keseluruhan materi yang bersangkutan. Pembelajaran di kelas juga sebaiknya dimodifikasi dengan pemberian soal yang mengharuskan siswa menentukan letak kesalahan dalam prosedur pengerjaan suatu soal sehingga diharapkan siswa lebih terampil dalam tahap *looking back* dan cenderung dapat meningkatkan kemampuan bernalar dan berpikir kritis. Penelitian ini masih dapat dikembangkan terutama dalam bentuk penelitian eksperimen guna meminimalisir terjadinya *mathematical fallacy* pada siswa.

### DAFTAR RUJUKAN

Aberdein, Andrew. 2007. *Fallacies in Mathematics*. Florida: Florida Institute Technology.

- Bunch, Bryan. 1982. *Mathematical Fallacies and Paradoxes*. Toronto: General Publishing Company Ltd.
- Edward, J. Barbeau. 1999. *Mathematical Fallacies, Flaws and Flimflam*. Washington D.C: The Mathematical Association of America.
- Maxwell, E.A. 1959. *Fallacies in Mathematics*. London: Cambridge University.
- OECD. 2016. *PISA 2015 Results in Focus*. New York: Columbia University.
- Ormrod, J. E. 2009. *Educational Psychology Developing Learners*. Ohio: Merrill Prentice Hall.
- Shadiq, F. 2004. *Pemecahan Masalah, Penalaran, dan Komunikasi*. Makalah. Disampaikan dalam Diklat Instruktur/Pengembang Matematika Jenjang Dasar. Yogyakarta: PPPG Matematika.
- Yusmin, Edy. dkk. 1997. *Klarifikasi Model Penalaran Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika PMIPA FKIP Untan*. Pontianak: Universitas Tanjungpura.