

PENERAPAN GSTAR-SUR PADA JUMLAH PENUMPANG PESAWAT DOMESTIK DI BANDARA INDONESIA

Gilang Habibie, Yundari, Hendra Perdana

INTISARI

Generalized space time autoregressive (GSTAR) adalah model ruang waktu yang banyak digunakan di Indonesia. Sebagian besar penelitian model GSTAR menggunakan *ordinary least square* (OLS) untuk mengestimasi parameter. Namun, estimasi dengan metode OLS pada model GSTAR dengan residual saling berkorelasi akan menghasilkan estimator yang tidak efisien terutama pada data musiman. Metode estimasi yang sesuai untuk residual yang saling berkorelasi adalah *generalized least square* (GLS), yang biasa digunakan dalam model *seemingly unrelated regression* (SUR). Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis model GSTAR-SUR dan membandingkannya dengan GSTAR-OLS dengan bobot seragam dan jarak. Data yang digunakan adalah data jumlah penumpang pesawat domestik setiap bulan di Bandara Polonia/Kualanamu, Soekarno-Hatta, Juanda dan Ngurah Rai dari Januari 2006 hingga September 2019. Hasil estimasi parameter GSTAR-SUR dengan bobot seragam adalah Polonia/Kualanamu ($\phi_{10}=-0,494$; $\phi_{11}=0,046$), Soekarno-Hatta ($\phi_{10}=-0,300$; $\phi_{11}=-0,828$), Juanda ($\phi_{10}=-0,451$; $\phi_{11}=0,033$) dan Ngurah Rai ($\phi_{10}=-0,198$; $\phi_{11}=-0,019$). Sedangkan GSTAR-SUR dengan bobot jarak menghasilkan estimasi Polonia/Kualanamu ($\phi_{10}=-0,492$; $\phi_{11}=0,026$), Soekarno-Hatta ($\phi_{10}=-0,292$; $\phi_{11}=-1,186$), Juanda ($\phi_{10}=-0,455$; $\phi_{11}=0,058$) dan Ngurah Rai ($\phi_{10}=-0,211$; $\phi_{11}=0,017$). Berdasarkan nilai MAPE GSTAR-SUR lebih baik dari GSTAR-OLS dengan nilai MAPE untuk model GSTAR-OLS adalah 12,90% pada bobot seragam dan 13,43% pada bobot jarak. Model GSTAR-SUR menghasilkan nilai MAPE 6,65% untuk bobot seragam dan 7,06% untuk bobot jarak. Model terbaik adalah GSTAR-SUR bobot seragam dengan nilai MAPE 6,65%.

Kata Kunci : OLS, GLS, spacetime, korelasi eror

PENDAHULUAN

Generalized space time autoregressive (GSTAR) merupakan salah satu model yang digunakan untuk memodelkan dan meramalkan data yang mempunyai keterkaitan waktu sebelumnya dan keterkaitan dengan lokasi yang berdekatan. Sampai saat ini, sebagian besar penelitian yang berkaitan dengan model GSTAR terbatas pada data *spatio-temporal* dan non-musiman. Metode *ordinary least square* (OLS) paling sering digunakan untuk mengestimasi parameter pada model GSTAR yang biasa ditulis sebagai GSTAR-OLS. Namun, estimasi parameter menggunakan metode OLS dapat menghasilkan estimator yang tidak efisien pada data yang memiliki residual saling berkorelasi. Metode estimasi untuk data yang memiliki residual yang saling berkorelasi dapat menggunakan metode *generalized least square* (GLS) yang biasa digunakan dalam model *seemingly unrelated regression* (SUR). Data penumpang pesawat adalah contoh data musiman yang sering ditemukan dalam kehidupan. Jumlah penumpang pesawat memiliki kecenderungan meningkat ketika di hari libur. Data penumpang pesawat memiliki kecenderungan pola musiman sehingga dapat dimodelkan dengan pendekatan model GSTAR-SUR dengan metode GLS untuk mengestimasi parameter model.

Data jumlah penumpang pesawat domestik yang digunakan dalam penelitian ini adalah data penumpang pesawat di empat bandara utama Indonesia yaitu Polonia/Kualanamu, Soekarno-Hatta, Juanda dan Ngurah Rai. Bandara Soekarno-Hatta merupakan kantor pusat otoritas bandar udara wilayah I, bandara Polonia/Kualanamu adalah kantor pusat wilayah II, bandara Juanda adalah kantor pusat wilayah III dan bandara Ngurah Rai adalah kantor pusat wilayah IV. Pada tanggal 25 Juli 2013,

bandara Polonia mengalami perpindahan ke bandara Kualanamu. Data yang digunakan adalah data bulanan dari Januari 2006 sampai dengan September 2019. Data dibagi menjadi data *in sample* dan *out sample*. Data *in sample* dimulai dari Januari 2006 hingga Desember 2018. Sedangkan data *out sample* dimulai dari Januari hingga September 2019. Metode GSTAR-OLS dan GSTAR-SUR yang digunakan dibatasi dengan orde 1 dengan menggunakan pembobotan lokasi seragam dan jarak. Tujuan dari penelitian ini untuk menganalisis model dugaan GSTAR-SUR yang sesuai pada data jumlah penumpang pesawat domestik di empat bandara utama Indonesia. Selain itu, penelitian ini bertujuan untuk membandingkan model GSTAR-OLS dan GSTAR-SUR dengan bobot lokasi seragam dan jarak.

Tahapan-tahapan dalam penelitian ini, pertama data *in sample* diuji kestasioneran terhadap *mean*. Data yang tidak stasioner dilakukan *differencing* hingga data menjadi stasioner. Selanjutnya dilakukan penentuan bobot spasial yaitu bobot seragam dan jarak berdasarkan jarak sesungguhnya antar bandara. Selanjutnya dilakukan estimasi parameter menggunakan estimasi OLS dan SUR serta dilakukan uji signifikansi. Maka didapat empat model, yaitu GSTAR-OLS bobot seragam dan jarak serta GSTAR-SUR bobot seragam dan jarak. Model-model yang telah didapat selanjutnya digunakan untuk estimasi jumlah penumpang pesawat domestik. Selanjutnya, hasil estimasi data keempat model dibandingkan dan ditentukan model terbaik. Selanjutnya, dilakukan uji asumsi residual. Berikut adalah diagram alir (*flowchart*) dari model GSTAR untuk estimasi penumpang pesawat domestik pada empat bandara di Indonesia.

KESTASIONERAN

Stasioneritas data dibagi menjadi dua, yakni stasioner kuat dan lemah. Stasioner lemah merupakan stasioner orde 2 yang berarti harus stasioner terhadap *mean* dan varians. Data dikatakan stasioner jika tidak mengalami perubahan yang signifikan. Uji stasioneritas dapat dilakukan dengan uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Uji ADF dilakukan dengan melihat keberadaan *unit root* dalam model. Pengujian dilakukan dengan menguji hipotesis $H_0 : \rho = 0$ dalam persamaan regresi [1].

$$Z(t) = a + \delta t + \rho Z(t-1) + \sum_{j=1}^k \phi_j Z(t-j) + e_t,$$

dengan $z(t)$ adalah variabel pengamatan pada waktu ke- t . a adalah nilai konstanta. δ adalah nilai parameter regresi untuk trend. ρ adalah nilai parameter regresi untuk lag ke-1. ϕ_j adalah nilai parameter regresi untuk lag ke- j . e_t adalah nilai kesalahan pada waktu ke- t .

Data dikatakan stasioner apabila tidak terdapat *unit root*. Uji ADF dilakukan dengan menetapkan alternatif hipotesis tidak terdapat *unit root* atau data stasioner dengan statistik uji:

$$\text{ADF hitung} = \frac{\hat{\phi} - 1}{SE(\hat{\phi})},$$

dengan:

$$SE(\hat{\phi}) = \left[\hat{\phi}_e^2 \left(\sum_{t=1}^n Z_{t-1}^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{dan} \quad \hat{\phi}_e^2 = \sum_{t=1}^n \frac{(Z_t - \hat{\phi} Z_{t-1})^2}{(n-1)}.$$

Alternatif hipotesis diterima jika nilai statistik uji ADF hitung kurang dari nilai daerah kritis. Jika alternatif hipotesis diterima maka bersifat stasioner [1].

Jika data yang digunakan tidak memenuhi stasioner dalam mean maka dilakukan *differencing* atau perbedaan antara data pengamatan pada waktu ke- t (Z_t) dengan data pengamatan pada waktu sebelumnya (Z_{t-1}) persamaan yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$W_t = Z_t - Z_{t-1}. \quad (1)$$

GENERALIZED SPACE TIME AUTOREGRESSIVE (GSTAR)

Jika diketahui $\{Z(t) : t=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm T\}$ merupakan sebuah deret waktu dari N lokasi, maka model GSTAR dari orde waktu p dan orde spasial $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$, GSTAR $(p; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$ dalam notasi matriks dapat ditulis sebagai berikut [2]:

$$Z(t) = \sum_{k=1}^p \left(\Phi_{k0} + \sum_{l=1}^{\lambda_p} \Phi_{kl} W \right) Z(t-k) + e(t), \tag{2}$$

dengan:

- $z(t)$: vektor pengamatan pada waktu ke- t lokasi ke- n yang berukuran $(n \times 1)$
- Φ_{k0} : matriks diagonal dengan elemen parameter waktu pada lag ke- k di lokasinya sendiri
- Φ_{kl} : matriks diagonal dengan elemen parameter spasial pada lag ke- l dan lag waktu ke- k
- $w^{(l)}$: matriks pembobot spasial
- $e(t)$: galat dari model.

Data yang mengandung pola musiman dapat menggunakan model GSTAR musiman. Secara matematis, model GSTAR $(p; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)^s$ untuk pola data musiman sebagai berikut [3]:

$$Z(t) = \sum_{k=1}^p \left(\Phi_{k0}^s + \sum_{l=1}^{\lambda_p} \Phi_{kl}^s W \right) Z(t-s) + e(t), \tag{3}$$

dengan:

- Φ_{k0}^s : matriks diagonal dengan elemen parameter waktu pada lag ke- k di lokasinya sendiri dengan periode musiman s
- Φ_{kl}^s : matriks diagonal dengan elemen parameter spasial pada lag ke- l pada lag waktu ke- k dengan periode musiman s .

PEMBOBOTAN LOKASI

Matriks bobot lokasi dapat bersifat simetris atau tidak simetris. Matriks bobot lokasi berukuran $(N \times N)$ dan memiliki sifat-sifat sebagai berikut [4]:

1. Bobot bersifat positif, $w_{ij} > 0$.
2. Jumlah bobot untuk setiap lokasi adalah 1.
3. $\sum_{j=1}^N w_{ij} = 1$ untuk setiap i dan $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} = N$.
4. Diagonal matriks bobot adalah nol, karena untuk suatu lokasi dianggap tidak ada jarak dengan dirinya sendiri.

Ada beberapa matriks bobot spasial yang digunakan dalam model GSTAR. Beberapa metode yang digunakan dalam penentuan pembobotan lokasi dalam GSTAR adalah sebagai berikut [3]:

1. Bobot seragam
 Pembobotan dengan bobot seragam untuk lokasi j terhadap lokasi i adalah $w_{ij} = 1/n_i$ dengan w_{ij} adalah bobot lokasi j terhadap i dan n_i adalah banyak lokasi yang berpengaruh pada lokasi i .
2. Bobot jarak
 Pembobotan dengan bobot jarak adalah jarak sebenarnya antar lokasi di lapangan. Perhitungan bobot jarak diperoleh dari jarak sebenarnya kemudian distandarisasi.

SEEMINGLY UNRELATED REGRESSION (SUR)

SUR adalah sistem persamaan yang terdiri dari beberapa persamaan regresi dimana residualnya tidak berkorelasi antar pengamatan dalam satu persamaan, tetapi residualnya berkorelasi antar persamaan. GLS adalah penduga parameter regresi yang memerhatikan adanya korelasi dari residual antar persamaan, dimana nilai residual diperoleh dari penaksiran OLS, yang nantinya digunakan dalam perhitungan untuk menduga koefisien regresi pada sistem persamaan SUR. Secara umum model SUR untuk N buah persamaan dimana masing-masing persamaan terdiri dari K variabel prediktor dapat ditulis sebagai berikut [3]:

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= \beta_{10} + \beta_{11}X_{11} + \beta_{12}X_{12} + \dots + \beta_{1K}X_{1K} + e_1 \\
 Y_2 &= \beta_{20} + \beta_{21}X_{21} + \beta_{22}X_{22} + \dots + \beta_{2K}X_{2K} + e_2 \\
 &\vdots \\
 Y_N &= \beta_{N0} + \beta_{N1}X_{N1} + \beta_{N2}X_{N2} + \dots + \beta_{NK}X_{NK} + e_N
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

dengan asumsi yang harus dipenuhi pada persamaan model SUR adalah sebagai berikut $E(\varepsilon) = 0$ dan $E(\varepsilon\varepsilon') = \sigma_{ij}I_T$ dimana $i, j = 1, 2, \dots, N$.

ESTIMASI PARAMETER MODEL GSTAR-SUR

Diketahui bahwa $Z(t) : t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm T$ adalah data ruang waktu dengan N lokasi dan 12 periode musiman sehingga model GSTAR yang didapatkan adalah GSTAR (1,1)¹². Model GSTAR (1,1)¹² dapat dituliskan dalam notasi matriks sebagai berikut [5]:

$$\mathbf{Z}(t) = (\Phi_0^{12} + \Phi_1^{12}\mathbf{W})\mathbf{Z}(t-12) + \mathbf{e}(t),
 \tag{5}$$

dengan

Φ_0^{12} : Parameter waktu dengan periode musiman 12

Φ_1^{12} : Parameter spasial dengan periode musiman 12.

Adapun parameter waktu dan spasial serta bobot dapat ditulis sebagai berikut:

$$\Phi_0^{12} = \begin{bmatrix} \phi_{10}^{12} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \phi_{20}^{12} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \phi_{N0}^{12} \end{bmatrix}, \quad \Phi_1^{12} = \begin{bmatrix} \phi_{11}^{12} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \phi_{21}^{12} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \phi_{N1}^{12} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & \dots & w_{1N} \\ w_{21} & 0 & \dots & w_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{N1} & w_{N2} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan dalam model persamaan matematis dalam bentuk matriks adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ \vdots \\ Z_N(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1(t-12) & V_1(t-12) & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & Z_N(t-12) & V_N(t-12) \end{bmatrix},$$

Dalam hal ini, masing-masing notasi matriks dapat diuraikan sebagai berikut:

$$\mathbf{Z}_i(t) = \begin{bmatrix} z_i(1) \\ z_i(2) \\ \vdots \\ z_i(T) \end{bmatrix}, \mathbf{Z}_i(t-12) = \begin{bmatrix} z_i(-11) \\ z_i(-10) \\ \vdots \\ z_i(T-12) \end{bmatrix}, \mathbf{e}_i(t) = \begin{bmatrix} e_i(1) \\ e_i(2) \\ \vdots \\ e_i(T) \end{bmatrix}, \mathbf{V}_i(t-12) = \begin{bmatrix} v_i(-11) \\ v_i(-10) \\ \vdots \\ v_i(T-12) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j \neq i} w_{ij} z_j(-11) \\ \sum_{j \neq i} w_{ij} z_j(-10) \\ \vdots \\ \sum_{j \neq i} w_{ij} z_j(T-12) \end{bmatrix},$$

dengan $i=1, 2, \dots, N$. Untuk setiap lokasi i , diperoleh persamaan seperti berikut ini,

$$Z_i(t) = \phi_{i0}^{12} Z_i(t-12) + \phi_{i1}^{12} V_i(t-12) + e_i(t).$$

Persamaan model GSTAR-SUR dapat ditulis dalam bentuk seperti berikut,

$$Y_{i,t} = X_{i,t} \beta_i + \varepsilon_{i,t}.$$

dengan:

$$Y_{i,t} = Z_i(t), X_{i,t} = \begin{bmatrix} Z_i(t-12) & V_i(t-12) \end{bmatrix}, \beta_i = \begin{bmatrix} \phi_{i0}^{12} \\ \phi_{i1}^{12} \end{bmatrix}, \varepsilon_{i,t} = e_i(t).$$

Sehingga diperoleh persamaan model GSTAR-SUR dalam bentuk matriks seperti berikut ini,

$$\begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \\ \vdots \\ Y_{N,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{1,t} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & X_{2,t} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & X_{N,t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \\ \vdots \\ \varepsilon_{N,t} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Pada model GSTAR-SUR diasumsikan residual tidak berkolerasi di setiap lokasi ke- i ,

$$E(\varepsilon_{i,t} \varepsilon_{j,s}) = \begin{cases} 0, & t \neq s \\ \sigma_{ij}, & t = s \end{cases},$$

dengan $i, j = 1, 2, \dots, N$; dan $t, s = 1, 2, \dots, T$.

Residual pada model GSTAR-SUR adalah berkolerasi antar persamaan atau lokasi, sehingga matriks varians-kovarians adalah

$$E(\boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}') = \boldsymbol{\sigma}_{ij} \mathbf{I}_T,$$

karena $E(\boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}') = \boldsymbol{\sigma}_{ij} \mathbf{I}_T$ maka:

$$E(\boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}') = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \cdots & \sigma_{NN} \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_T = \boldsymbol{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_T = \boldsymbol{\Omega}.$$

Dengan $\boldsymbol{\Omega}$ adalah matriks berukuran $(N \times T) \times (N \times T)$. Penaksiran parameter dalam model GSTAR-SUR adalah menggunakan GLS. Metode GLS diperoleh dengan meminimumkan *generalized sum of square* $\boldsymbol{\varepsilon}' \boldsymbol{\Omega}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}$. Hasil estimasi parameter model GSTAR-SUR musiman adalah sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}' \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{Y},$$

Karena $\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_T$, maka estimator $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ adalah:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}' (\boldsymbol{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_T)^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' (\boldsymbol{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_T)^{-1} \mathbf{Y}. \tag{6}$$

Tabel 1. Statistik deskriptif data *in sample*

	Polonia/Kualanamu	Soekarno-Hatta	Juanda	Ngurah Rai
<i>Mean</i>	237.561	1.449.742	498.040	295.585
<i>Minimum</i>	125.256	635.230	221.823	107.825
<i>Maximum</i>	384.004	2.132.360	889.548	547.576
<i>Standard Deviation</i>	60.136	359.904	154.591	112.260
<i>Count</i>	156	156	156	156

MEAN ABSOLUTE PERCENTAGE ERROR (MAPE)

MAPE adalah persentase rata-rata kesalahan mutlak pada setiap periode waktu. MAPE dirumuskan sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n \left| \frac{Z_t - \hat{Z}_t}{Z_t} \right|}{n} \times 100\% , \quad (7)$$

dengan z_t adalah data aktual pada periode ke- t , \hat{z}_t adalah data estimasi pada periode ke- t dan n adalah banyak datum. Suatu model dikatakan memiliki kinerja sangat baik jika nilai MAPE di bawah 10% dan dikatakan memiliki kinerja baik jika nilai MAPE di antara 10% dan 20% [1].

STUDI KASUS

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang didapat dari Badan Pusat Statistik Nasional. Data ini menyajikan jumlah penumpang pesawat domestik setiap bulannya dari Januari 2006 hingga September 2019 di empat bandara Indonesia, yaitu Soekarno-Hatta, Polonia/Kualanamu, Juanda dan Ngurah Rai. Empat bandara utama di Indonesia tersebut merupakan kantor pusat otoritas bandar udara wilayah I hingga wilayah IV. Pada 25 Juli 2013, bandara Polonia mengalami perpindahan ke bandara Kualanamu. Banyak data yang digunakan dalam penelitian ini sebanyak 165 data yang terdiri dari 156 data *in sample* dan sembilan data *out sample*. Hasil statistik deskriptif dari data *in sample* jumlah penumpang pesawat domestik di empat bandara dengan periode yang digunakan Januari 2006 hingga Desember 2018 dapat dilihat pada Tabel 1.

UJI KESTASIONERAN

Data jumlah penumpang pesawat domestik dilihat kestasioneran dengan uji ADF. Berdasarkan Tabel 2 didapatkan bahwa data keempat bandara tidak stasioner sehingga data perlu dilakukan *differencing*. Data *differencing* selanjutnya diuji kestasionerannya kembali dengan uji ADF. Berdasarkan Tabel 3 data keempat bandara telah stasioner sehingga dapat dilakukan pemodelan.

Tabel 2. Hasil uji ADF

Lokasi	<i>P value</i>	Keterangan	Kestasioneran
Polonia/Kualanamu	0,6583	Terima H_0	Tidak Stasioner
Soekarno-Hatta	0,4611	Terima H_0	Tidak Stasioner
Juanda	0,2758	Terima H_0	Tidak Stasioner
Ngurah Rai	0,1000	Terima H_0	Tidak Stasioner

Tabel 3. Hasil uji ADF data *differencing*

Lokasi	<i>P value</i>	Keterangan	Kestasioneran
Polonia/Kualanamu	0,01	Tolak H_0	Stasioner
Soekarno-Hatta	0,01	Tolak H_0	Stasioner
Juanda	0,01	Tolak H_0	Stasioner
Ngurah Rai	0,01	Tolak H_0	Stasioner

Tabel 4. Jarak antar bandara (km)

Bandara	Polonia/Kualanamu	Soekarno-Hatta	Juanda	Ngurah Rai
Polonia/Kualanamu	0	1418	2110	2412
Soekarno-Hatta	1418	0	692	995
Juanda	2110	692	0	303
Ngurah Rai	2412	995	303	0

PENENTUAN BOBOT SPASIAL

Hasil perhitungan bobot seragam adalah sebagai berikut:

$$W = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, ditentukan matriks bobot jarak. Penentuan bobot jarak menggunakan jarak sebenarnya antar keempat bandara pada Tabel 4 yang distandarisasi maka bobot jarak adalah sebagai berikut:

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0,24 & 0,36 & 0,40 \\ 0,46 & 0 & 0,22 & 0,32 \\ 0,68 & 0,22 & 0 & 0,10 \\ 0,65 & 0,27 & 0,08 & 0 \end{bmatrix}$$

ESTIMASI PARAMETER GSTAR-OLS DAN GSTAR-SUR

Data yang telah stasioner digunakan untuk mencari parameter GSTAR. Proses perhitungan dibantu aplikasi R. Adapun hasil estimasi parameter untuk data *differencing* dapat dilihat pada Tabel 5.

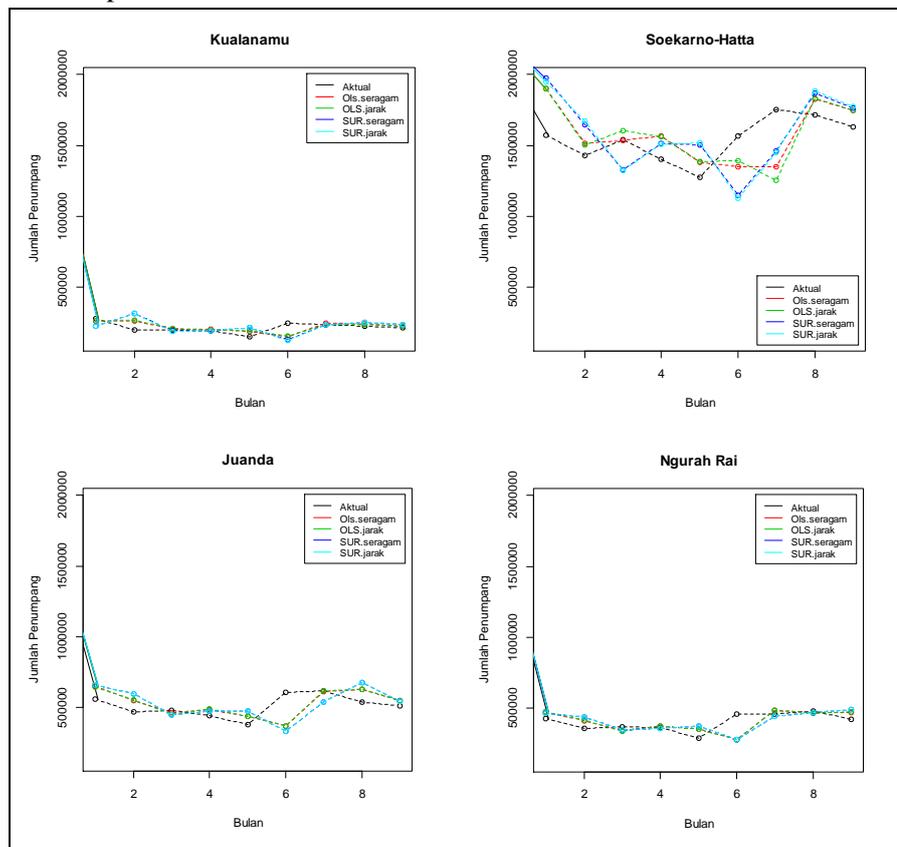
Tabel 5. Perbandingan hasil estimasi parameter GSTAR-OLS dan GSTAR-SUR

Bandara	Parameter	GSTAR-OLS		GSTAR-SUR	
		Bobot Seragam	Bobot Jarak	Bobot Seragam	Bobot Jarak
Polonia/Kualanamu	ϕ_{10}	-0,188	-0,177	-0,494	-0,492
	ϕ_{11}	0,084	0,047	0,046	0,026
Soekarno-Hatta	ϕ_{10}	0,421	0,426	-0,300	-0,292
	ϕ_{11}	-2,112	-2,997	-0,828	-1,186
Juanda	ϕ_{10}	-0,144	-0,163	-0,451	-0,455
	ϕ_{11}	0,204	0,348	0,033	0,058
Ngurah Rai	ϕ_{10}	-0,031	-0,043	-0,198	-0,211
	ϕ_{11}	0,150	0,202	-0,019	-0,017

Berdasarkan Tabel 5, dari keempat model memiliki parameter yang tidak signifikan pada Bandara Soekarno-Hatta dengan nilai penjumlahan atau pengurangan parameter waktu dan lokasi lebih dari satu. Hal ini menunjukkan parameter pada lokasi bandara Soekarno-Hatta tidak memenuhi syarat stasioner model GSTAR.

PERBANDINGAN GTAR-OLS DAN GSTAR-SUR

Berdasarkan Gambar 1, perbandingan data aktual dan estimasi pada *out sample* keempat model berpola bersesuaian dengan data aktual di keempat bandara. Namun, ada pada beberapa bulan tertentu, data estimasi keempat model memiliki selisih yang cukup jauh dengan data aktual. Secara visual hal ini menunjukkan keempat model baik.



Gambar 1. Perbandingan estimasi *out sample* dan data aktual pada empat bandara

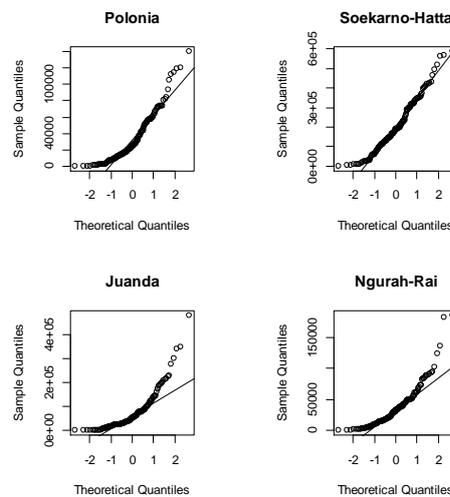
Tabel 6. Perbandingan MAPE *out sample* untuk setiap model

Model	MAPE Out Sample				
	Polonia/ Kualanamu	Soekarno- Hatta	Juanda	Ngurah Rai	Total
GSTAR-OLS					
Bobot Seragam	13,71%	10,87%	13,83%	13,19%	12,90%
Bobot Jarak	13,80%	11,63%	14,00%	13,43%	13,43%
GSTAR-SUR					
Bobot Seragam	9,47%	7,25%	6,23%	3,59%	6,65%
Bobot Jarak	9,49%	9,24%	5,93%	3,56%	7,06%

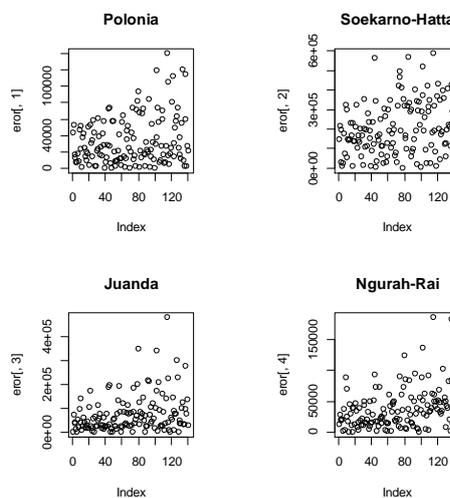
Berdasarkan Tabel 6, nilai MAPE pada *out sample* untuk model GSTAR-OLS adalah untuk bobot seragam 12,90% dan untuk bobot jarak 13,43% dengan keduanya dikategorikan baik. Sedangkan nilai MAPE untuk model GSTAR-SUR adalah untuk bobot seragam 6,65% dan untuk bobot jarak 7,06% dengan keduanya dikategorikan sangat baik. Model dengan MAPE total terbaik adalah GSTAR-SUR bobot seragam dengan nilai MAPE 6,65%.

UJI ASUMSI RESIDUAL

Berdasarkan Gambar 2, residual dari bandara Polonia/Kualanamu, Juanda dan Ngurah Rai tidak berdistribusi normal karena residual tidak berada di sekitar *Q-Q line* hanya residual dari bandara Soekarno-Hatta yang berdistribusi normal. Hal ini menunjukkan model kurang baik dalam mengestimasi data. Residual yang tidak berdistribusi normal diduga disebabkan ada estimasi parameter yang tidak signifikan. Selain itu, berdasarkan Gambar 3 dapat dilihat residual dari bandara Polonia/Kualanamu, Juanda dan Ngurah Rai tidak berdistribusi acak dengan mengelompok di daerah tertentu menunjukkan eror saling berkorelasi.



Gambar 2. *Q-Q plot* residual model GSTAR-SUR bobot seragam



Gambar 3. *Scatterplot* residual model GSTAR-SUR bobot seragam

PENUTUP

Berdasarkan studi kasus menggunakan data jumlah penumpang pesawat domestik di Bandara Polonia/Kualanamu, Soekarno-Hatta, Juanda dan Ngurah Rai maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Hasil estimasi parameter GSTAR-SUR dengan bobot seragam adalah Polonia/Kualanamu ($\phi_{10}=-0,494$; $\phi_{11}=0,046$), Soekarno-Hatta ($\phi_{10}=-0,300$; $\phi_{11}=-0,828$), Juanda ($\phi_{10}=-0,451$; $\phi_{11}=0,033$) dan Ngurah Rai ($\phi_{10}=-0,198$; $\phi_{11}=-0,019$). Sedangkan GSTAR-SUR dengan bobot jarak menghasilkan estimasi Polonia/Kualanamu ($\phi_{10}=-0,492$; $\phi_{11}=0,026$), Soekarno-Hatta ($\phi_{10}=-0,292$; $\phi_{11}=-1,186$), Juanda ($\phi_{10}=-0,455$; $\phi_{11}=0,058$) dan Ngurah Rai ($\phi_{10}=-0,211$; $\phi_{11}=0,017$).
2. Berdasarkan nilai MAPE GSTAR-SUR lebih baik dari GSTAR-OLS dengan nilai MAPE untuk model GSTAR-OLS adalah 12,90% pada bobot seragam dan 13,43% pada bobot jarak. Model GSTAR-SUR menghasilkan nilai MAPE 6,65% untuk bobot seragam dan 7,06% untuk bobot jarak. Model terbaik adalah GSTAR-SUR bobot seragam dengan nilai MAPE 6,65%. Namun, residual dari estimasi data pada model GSTAR-SUR bobot seragam tidak berdistribusi normal dan tidak berdistribusi dengan acak pada bandara Polonia/Kualanamu, Juanda dan Ngurah Rai.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Adam, I., Kusnandar, D., dan Perdana, H. Penerapan Model GSTAR (1,1) untuk Data Curah Hujan. *Bimaster: Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapannya*. 2017; 6(3):159 – 166.
- [2] Borovkova, S., Lopuhaä, H. P., dan Rucjhana, B.N. Consistency and Asymptotic Normality of Least Square Estimators in Generalized STAR Models. *Statistica Neerlandica*. 2008; 62(4): 482-508.
- [3] Prastuti, M. dan Iis, D. R. Kajian Simulasi Estimasi Parameter Model GSTAR-GLS untuk Data Berpola Musiman. *Media Bina Ilmiah*. 2019; 13(12):1769-1775.
- [4] Suryamah, E., Ruchjana, B., N., dan Joebaedi, K. Kajian Matriks Bobot Lokasi Model *Space Time Autoregresi (STAR)*. *Jurnal Matematika Integratif*. 2013; 9(2):119-130.
- [5] Setiawan, Prastuti, M dan Suhartono. S-GSTAR-SUR Model for Seasonal Spatio Temporal Data Forecasting. *Malaysian Journal of Mathematical Sciences*. 2016; 10: 53-65.

GILANG HABIBIE : Jurusan Matematika FMIPA UNTAN, Pontianak
gilang.habibie@student.untan.ac.id

YUNDARI : Jurusan Matematika FMIPA UNTAN, Pontianak
yundari@math.untan.ac.id

HENDRA PERDANA : Jurusan Matematika FMIPA UNTAN, Pontianak
hendra.perdana@math.untan.ac.id
