

**MENGEMBANGKAN STRATEGI DAN KEMAMPUAN SISWA  
MEMECAHKAN MASALAH MATEMATIK**

E. Elvis Napitupulu

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Medan

**Abstrak**

Pemecahan masalah menempati posisi sentral dan merupakan satu bentuk belajar terpenting dalam matematika. Untuk memecahkan masalah, dituntut kemampuan anak memilih dan menerapkan strategi yang sesuai, menggunakan pengetahuan siapnya, di samping memanfaatkan pengalaman memecahkan masalah sebelumnya. Namun fakta di lapangan menunjukkan kemampuan pemecahan masalah di seluruh jenjang sekolah di Indonesia masih rendah. Guru sebagai pengajar dan instruktur di kelas punya kesempatan untuk dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah anak. Kemampuan itu dapat berkembang bila anak melihat bagaimana berbagai masalah dipecahkan dengan beragam strategi dan dan diberi pula kesempatan memecahkan bermacam masalah sambil membangun pengetahuan baru baginya.

**Kata kunci :** masalah matematika, pemecahan masalah, strategi pemecahan masalah

**PENDAHULUAN**

Perubahan yang cepat dalam teknologi, informasi, dan ekonomi kian menuntut kecakapan seperti keterampilan berpikir kritis, pemecahan masalah, membuat putusan, kerja berkelompok, dan sebagainya (Tien, C-J., Chu, S-T., Lin, Y-D., 2005). Terkait dengan itu, Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) (Depdiknas, 2006) menyatakan matematika merupakan pengetahuan universal yang mendasari perkembangan teknologi modern, mempunyai peran penting dalam berbagai disiplin dan mengembangkan daya pikir manusia. Lebih jauh disebutkan matematika perlu diberikan kepada semua peserta didik mulai dari sekolah dasar untuk membekali anak dengan kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta kemampuan bekerjasama. Semua kemampuan di atas merupakan modal penting untuk dapat bertahan dalam kancah persaingan global dan kompetisi yang kian ketat antara bangsa-bangsa di dunia.

Di berbagai penjuru dunia sejak tahun tujuh puluhan berkembang suatu kecenderungan pemikiran bahwa pendidikan matematika seharusnya ditujukan pada

pengembangan penalaran matematik, keterampilan memecahkan masalah, pembentukan sikap, dan kemampuan menggunakan keterampilan tersebut secara bermakna dalam situasi kehidupan nyata (aplikasi) (Depaepe, et al., 2006).

Pemecahan masalah merupakan salah satu bentuk belajar yang terpenting dalam matematika. Schoenfeld (1980, p. 15) menegaskan proses pemecahan masalah adalah salah satu aspek terpenting dari matematika yang harus mendapat perhatian dari guru. Pada dasarnya tujuan utama belajar matematika ialah belajar memecahkan masalah (NCSM, 1997 dalam Wilson, et al., 2007). Di sini NCSM memandang pemecahan masalah sebagai sebuah tujuan. Namun sebelumnya NCSM (1977, dalam Branca, 1980) menyatakan pemecahan masalah adalah proses menerapkan pengetahuan ke situasi baru tak dikenal. Kali ini NCSM melihat pemecahan masalah sebagai sebuah proses. Tulisan ini lebih mengulas pemecahan masalah sebagai sebuah proses.

Sejalan dengan itu, *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000) menegaskan pembelajaran harusnya memungkinkan siswa membangun pengetahuan yang baru baginya melalui pemecahan masalah; masalah yang muncul dalam matematika atau disiplin lain; menerapkan dan mengadaptasikan berbagai strategi yang bersesuaian untuk memecahkan masalah; dan memonitor dan merefleksi atas proses pemecahan masalah matematik. Jadi, melalui pemecahan masalah, siswa dengan bantuan kelompok dan/atau guru, membangun pengetahuan matematika yang baru baginya sambil belajar berbagai strategi, memilih, dan menggunakannya untuk memecahkan masalah berdasarkan pada pengetahuan yang sudah dipunyainya.

Meski disadari pentingnya dan merupakan tujuan utama belajar matematika, namun beberapa penelitian mengungkap siswa SMP Indonesia sangat lemah dalam menyelesaikan soal-soal tidak rutin yang berkaitan dengan pembenaran (*justification*) atau pembuktian dan pemecahan masalah yang memerlukan penalaran (Hamzah, 2003; Suryadi 2005; TIMSS, 2003; Zulkardi, 2001). Persoalan yang sama dilaporkan juga terjadi di tingkat sekolah dasar (Armanto, 2002; Darhim, 2004; Fauzan, 2002; TIMSS, 2003). Hasil uji coba soal pemecahan masalah matematik Kelas X yang dilakukan di salah satu SMA Negeri di Kabupaten Bandung Barat pada Bulan Mei 2008 menunjukkan hasil serupa. Sebagai contoh di bawah ini disajikan satu dari soal-soal yang termuat dalam uji coba tersebut.

Soal: Tabel di bawah ini menunjukkan hubungan antara luas (ditulis dengan  $L$ ) dan lebar (ditulis dengan  $w$ ) dari persegi panjang yang kelilingnya 40 cm. Buat persamaan yang menyatakan hubungan antara  $L$  dan  $w$ .

Luas ( $L$ )	Lebar ( $w$ )
75	5
96	8
100	10
96	12
75	15

Bila ditinjau dari sisi konsep yang diperlukan untuk menyelesaikan soal di atas, maka sebenarnya hanya diperlukan hubungan yang menyatakan keliling dan luas empat persegi panjang dengan panjang dan lebar dari suatu empat persegi panjang. Selebihnya adalah penalaran. Meski demikian, 19 dari seluruh 32 orang siswa tidak dapat sama sekali meresponnya. Sehubungan dengan masalah ini, guru matematika di sekolah tersebut menyatakan soal sejenis hampir tidak pernah diselesaikan di kelas dan tidak juga ditugaskan.

Keadaan serupa sebelumnya telah dilaporkan Shadiq (2007: 2). Menurutnya penekanan pembelajaran di sekolah lebih banyak pada penguasaan keterampilan dasar (*basic skills*), namun sedikit atau sama sekali tidak ada penekanan untuk penerapan matematika dalam konteks kehidupan sehari-hari, berkomunikasi dan bernalar secara matematis.

Sistem pembelajaran seperti yang dilaporkan itu tentu saja tidak sejalan dan tidak senafas dengan tuntutan yang menginginkan agar siswa membangun pengetahuan disertai pemahaman melalui penalaran. Dan hampir dapat dipastikan, siswa yang mengalami pembelajaran seperti itu akan kewalahan dan tak dapat bergerak sewaktu dihadapkan pada soal cerita atau masalah tak rutin terutama yang rumit. Killen (1998), dengan mengutip Grows dan Good, menulis bahwa ada hubungan yang kuat antara proses pembelajaran dengan kinerja siswa pada tugas pemecahan masalah. Jadi pada intinya, kemampuan pemecahan masalah siswa di seluruh jenjang sekolah di Indonesia masih

jauh dari yang diharapkan. Hal ini tentu merupakan persoalan yang meminta perhatian dan pemikiran untuk mengatasinya.

Banyak aspek belajar yang turut mempengaruhi capaian siswa dalam pemecahan masalah matematik. Budaya belajar yang tidak mendorong atau kurang memberikan kesempatan kepada siswa untuk bereksplorasi dan melakukan berbagai penyelidikan dari berbagai sudut pandang terhadap masalah yang dihadapinya sesuai dengan pengetahuan dan keterampilan yang sudah dipunyai tentu tidak akan membuat siswa terbiasa dan terampil memecahkan masalah. Oleh karena itu di kelas, guru seyogyanya memperlihatkan bagaimana masalah dipecahkan, mengenalkan berbagai strategi yang dapat diterapkan untuk memecahkan beberapa masalah berbeda dan untuk selanjutnya murid melakukannya sendiri baik secara perorangan maupun berkelompok sehingga anak punya pengalamannya sendiri dalam pemecahan masalah.

## **KERANGKA TEORETIS DAN PEMBAHASAN**

### **1. Masalah Matematik**

Pada intinya yang disebut dengan masalah dalam matematika adalah suatu persoalan yang tidak ada prosedur rutin yang langsung dapat digunakan untuk menyelesaikannya namun orang yang menghadapinya punya potensi dan tergerak untuk menanganinya (Polya, 1985; Reys, R.E., et al., 1998; Ruseffendi, 2006; ). Secara umum, buku teks matematika yang beredar jarang memuat soal yang merupakan masalah matematik. Oleh sebab itu, guru seyogiayanya mencari, mengadaptasi, dan/atau membuatnya sendiri sesuai dengan keperluan topik yang sedang diajarkan. Masalah yang diajukan kepada siswa sedapatnya kontekstual, dari dunia nyata, menarik minat, dan dalam taraf jangkauan kognitifnya.

### **2. Pemecahan Masalah Matematik**

NCTM berpendapat bahwa kemampuan pemecahan masalah matematik harus mencakup juga aspek afektif selain kognitif. Aspek afektif perlu menjadi perhatian guru karena kegagalan yang dialami anak sewaktu bekerja memecahkan masalah jangan sampai menjadi bumerang dan membuat anak apatis, enggan, dan takut menghadapi masalah. Sebaliknya, bantuan guru yang membawa pada keberhasilan anak saat

menyelesaikan masalah akan menambah rasa percaya diri dan menumbuhkan apresiasi terhadap matematika. Jadi, kedua aspek kognitif dan afektif semestinya berjalan beriringan karena saling menguatkan dan diupayakan agar saling menguatkan.

Hal lain yang perlu diperhatikan adalah bahwa belajar memecahkan masalah lebih mengutamakan pada prosesnya ketimbang pada hasil akhir. Reys, *et al.* mengatakan kalau jawab akhir yang ditekankan maka anak hanya dapat belajar satu masalah tertentu sedangkan bila proses yang jadi fokus maka anak berkecenderungan belajar memecahkan masalah-masalah lain. Selain itu, memecahkan masalah sedapatnya merasuk pada seluruh topik dalam pelajaran matematika. Pemecahan masalah seyogianya memberikan konteks di mana anak belajar konsep dan keterampilan. Selanjutnya, agar pembelajaran pemecahan masalah berjalan efektif maka guru mesti memperhatikan waktu yang cukup bagi anak, bantuan terencana, sumber yang dibutuhkan, peran teknologi, dan pengaturan kelas.

Sebagaimana dimaklumi, pemecahan masalah adalah suatu tugas yang sulit untuk ditangani karena membutuhkan keterampilan ganda dan akibatnya banyak aspek yang terkait langsung dengannya. Kecakapan anak mensintesis pengetahuan, keterampilan, dan pemahaman menjadi taruhan akan keberhasilannya memecahkan masalah (Reys, R.E., *et al.*, 1998: 69). Perlu disadari, kecakapan anak mensintesis itu bertumpu pada keterampilannya bernalar.

Keterampilan bernalar tentu saja suatu yang mutlak diperlukan dalam rangkaian pemecahan masalah. Bahkan dapat dikatakan setiap kegiatan pemecahan masalah adalah penerapan dari kemampuan bernalar. Untuk menangani masalah setidaknya diperlukan pemahaman terhadap masalah, memberi perhatian pada informasi penting, dan memperhatikan situasi konteks masalah. Memahami masalah berarti orang tersebut telah memiliki representasi internal dari masalah tersebut. Bahkan Österholm (2005) berpendapat pemecahan masalah tampaknya sudah dimulai sejak orang membaca masalah yang diajukan kepadanya.

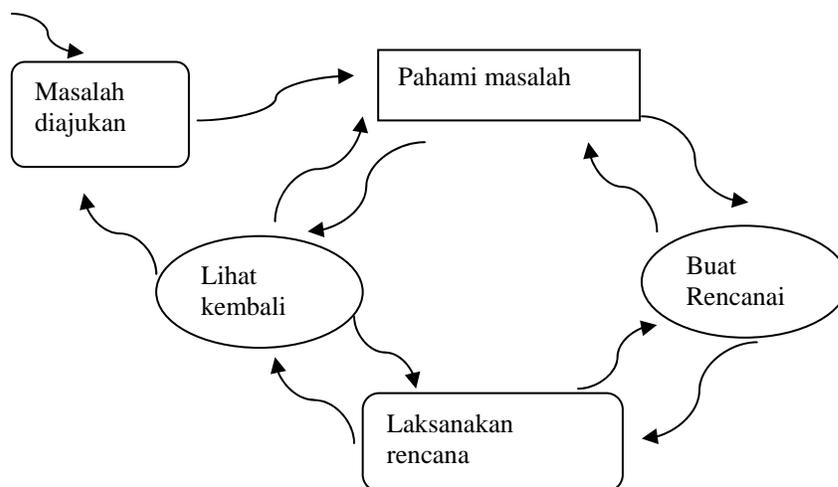
Juga, dalam menangani suatu masalah, harus dicermati mana informasi yang paling relevan untuk digunakan yang akan membawa pemecah masalah tiba pada penyelesaian masalah yang diinginkan. Untuk ini, tugas kognitif lain seperti perhatian, ingatan, dan membuat putusan sangat dituntut. Selanjutnya hal penting dari situasi

konteks masalah ialah bahwa kita banyak mengumpulkan informasi berguna dari stimulus latar kehidupan sehari-hari yang beragam.

### 3. Langkah-langkah Pemecahan Masalah Matematik

Kebanyakan langkah-langkah pemecahan masalah yang diajukan para ahli berkaitan erat dengan apa yang diutarakan Polya. Seperti diketahui, empat langkah itu ialah memahami masalah, merencanakan pemecahan masalah, melaksanakan rencana, dan memeriksa kembali. Langkah di atas dapat dikatakan standar, sebab pada praktiknya pemecahan masalah dapat berlangsung tanpa melaluinya secara terurut atau tanpa harus menjalani seluruh langkah itu. Seseorang dapat saja langsung membuat penyelesaian sebuah masalah setelah membacanya tanpa terlebih dulu merencanakan langkah atau strategi pemecahan masalah.

Pada kenyataannya, pemecahan masalah merupakan suatu proses yang bersifat dinamis dan siklis, sebab yang sering terjadi adalah pengulangan proses di hampir setiap langkah yang disebabkan kebelum-sesuaian antara kondisi awal masalah dengan tujuan yang hendak dicapai. Verschaffel (Koichu, Berman, dan Moore, 2006) juga menekankan bahwa tahapan tersebut harus dilihat sebagai suatu proses yang lebih bersifat siklis ketimbang linier dari kondisi awal masalah ke tujuan. Jadi proses yang harus diajarkan dan dilatihkan kepada siswa adalah berpikir untuk memecahkan masalah yang sifatnya dinamis dan siklis seperti pada Gambar 1.



Gambar 1. Proses pemecahan masalah bersifat dinamis dan siklis. Diadaptasi dari Wilson (2007)

Terkait dan sejalan dengan proses pemecahan masalah yang bersifat dinamis dan siklis seperti yang diajukan oleh Wilson, et al. di atas, Goos, Galbraith, dan Renshaw (1999) telah menekankan pentingnya peran metakognisi dalam pemecahan masalah karena ia lah yang memantau, mengatur, dan mengendalikan pikiran seseorang sewaktu orang tersebut mengerjakan tugas memecahkan masalah matematik. Selanjutnya Goos dan rekan-rekannya mengajukan tiga komponen sebagai penanda agar pemecah masalah meninjau ulang proses pemecahan masalah yang telah dilakukannya bila berjumpa dengan salah satu dari tiga hal, yaitu 1. Tidak melangkah maju, 2. Menemukan kesalahan, dan 3. Memperoleh jawaban tak masuk akal. Jika tidak tampak ada kemajuan seharusnya siswa kembali menganalisis masalah untuk menilai apakah strategi yang digunakan sudah sesuai dan terus dipertahankan, apakah masih ada informasi berguna yang belum dipakai, atau menukar strategi sama sekali. Untuk hal terakhir ini, siswa perlu menilai kembali pemahamannya terhadap masalah, mencari informasi lain dan strategi baru. Jika menemukan telah terjadi kesalahan hitung, tentu siswa harus segera melakukan perhitungan ulang. Dan jika melihat jawaban yang diperoleh tidak memenuhi persyaratan soal atau tak bermakna sama sekali, maka siswa harus segera menilai ulang pelaksanaan strategi dan bila perlu meninjau kembali ketepatan strategi yang digunakan itu.

Selain memeriksa kembali kesesuaian selesai dengan konteks masalahnya, seyogyanya pada tahap melihat kembali guru mengajak siswa berpikir bagaimana masalah itu dipecahkan, melakukan berbagai eksplorasi terhadap masalah guna meluaskan cakrawala berpikir anak, dan melihat beberapa kemungkinan yang dapat terjadi sekaligus merangsang mereka berpikir kritis dan kreatif. Penelitian mengindikasikan (Reys, 1998:82) waktu yang digunakan untuk mendiskusikan dan memperhatikan kembali pemikiran mereka bisa jadi lebih penting dari strategi manapun dalam upaya menjadikan mereka sebagai pemecah masalah yang handal.

#### **4. Strategi Pemecahan Masalah**

Berbagai strategi pemecahan masalah perlu dikenalkan kepada anak sebagai alat untuk membantu mereka memecahkan sendiri masalah yang nantinya diajukan kepadanya. Ada banyak strategi dan karenanya guru dapat mengenalkannya satu demi satu sesuai dengan tingkat perkembangan mental anak dan kebutuhan masalah yang dihadapi. Perlu diingat, strategi yang dikenalkan kepada siswa adalah alat bantu untuk

memecahkan masalah. Oleh karenanya, tidak tertutup kemungkinan kalau anak membuat cara atau jalannya sendiri yang bisa berbeda dari yang dikenalkan kepada mereka. Dalam tulisan ini disajikan beberapa strategi pemecahan masalah yang diikuti contoh masalahnya (Reys, *et al.*, 1998). Urutan penyajian tidak menunjukkan hirarkhi strategi.

### a. Membuat gambar atau diagram

Untuk mengilustrasikan letak rumah seseorang, kita biasa membuat sketsa rute menuju tempat itu. Biasa pula kita membuat sketsa letak perabotan sebelum menempatkan barang-barang itu di ruangan tertentu. Dalam matematika, hal itu dimanfaatkan untuk membantu memecahkan masalah. Strategi ini membantu kita untuk mengungkap secara jelas hubungan antar informasi yang ada dalam masalah. Hanya perlu ditekankan sketsa hanya memuat hal-hal esensial dari masalah dan tidak perlu rinci.

Contoh:

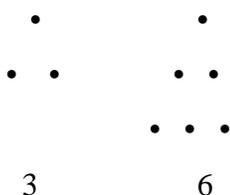
1. Berapa meter karpet diperlukan untuk menutupi lantai kelasmu?
2. Dalam sebuah bus ada 10 baris kursi dan tiap baris berisi 4kursi. Berapa banyak kursi di dalam bus?
3. Dari semua segitiga dengan keliling 15, mana yang daerahnya paling luas?
4. Lembar perangko di kantor pos sambung-menyambung satu dengan lainnya. Dengan berapa banyak cara tiga buah perangko dapat disambung?

### b. Mencari Pola

Pada kegiatan ini siswa membuat tabel dan menggunakannya untuk menemukan pola.

Contoh:

1. Bilangan segitiga menyatakan banyaknya titik pembentuk sebuah segitiga di mana banyaknya titik pada setiap sisinya sama.



Berapa bilangan segitiga bila ada 10 titik pada tiap sisinya. Berapa pula bilangan itu bila pada tiap sisinya ada 195 titik pada tiap sisinya.

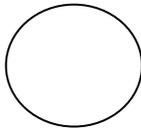
2. Sebuah isu beredar di sebuah kota berpenduduk 90.000 jiwa. Jika tiap orang yang mendengannya, menyebarkan isu itu ke tiga orang lain setiap 15 menit maka berapa lama isu itu menyebar ke seluruh kota?

### c. Menebak dan Memeriksa

Menebak (menduga) tidak selamanya haram asal didasarkan pada pengetahuan, bukan membabi buta. Tebakan berpengatahuan berasal dari pengamatan cermat terhadap aspek menonjol dari masalah dan ditambah dengan pengalaman menangani masalah serupa. Tebakan (dugaan) kemudian diperiksa untuk memastikan.

Contoh:

1. Misalkan biaya mengirim satu sms Rp.19 dan biaya menelepon Rp.29 per 30 detik. Asep menghubungi 12 orang teman dan tiap kali menelepon ia bicara tidak lebih dari 30 detik. Untuk itu ia dikenai biaya sebesar Rp.298. Ke berapa orang sms dikirimkan dan ke berapa orang ia berbicara?
2. Bagi dua daerah lingkaran di samping sehingga luasnya sama namun tidak kongruen.



### SIMPULAN

Pemecahan masalah merupakan satu aspek terpenting bermatematika. Pelajaran matematika diberikan di sekolah sejak dini dimaksudkan agar anak terampil menggunakan pengetahuan dan pengalamannya bermatematika untuk memecahkan masalah baik dari matematika sendiri maupun dari luar matematika. Melalui kegiatan ini pula kemampuan anak berpikir logis, kritis, kreatif, sistematis, dan analitis diasah dan dikembangkan.

Pemecahan masalah seyogiayanya merasuk ke tiap topik matematika dan guru mendemonstrasikan di kelas bagaimana masalah dipecahkan. Siswa diberi pula kesempatan mengenal, memilih, dan menerapkan sendiri berbagai strategi untuk memecahkan masalah matematik. Selanjutnya, guru menyediakan juga waktu untuk

melakukan perenungan terhadap dan mendiskusikan proses berpikir yang dilalui siswa selama pemecahan masalah berlangsung.

## DAFTAR PUSTAKA

- Armanto, D. 2002. *Teaching Multiplication and Division Realistically in Indonesian Primary Schools: A Prototype of Local Instructional Theory*. Dissertation, University of Twente. Enschede: Print Partners Ipskamp.
- Branca, N.A. 1980. Problem Solving as a Goal, Process, and Basic Skill. Dalam Krulik, S. (ed). *Problem Solving in School Mathematics. 1980 Yearbook*. Reston, VA: NCTM.
- Darhim. 2004. *Pengaruh Pembelajaran Matematika Kontekstual Terhadap Hasil Belajar dan Sikap Siswa Sekolah Dasar Kelas Awal Dalam Matematika*. Disertasi, tidak diterbitkan. Bandung: PPS UPI.
- Depaape, F. *et al.* 2002. Collaborative Learning Of Mathematical Problem Solving and Problem Posing Supported By 'Webknowledge Forum': A Design Experiment. [Online]. Tersedia: <http://portal.acm.org/citation.cfm> [12 Desember 2007].
- Depdiknas. 2006. *Permendiknas No.22 tahun 2006 Tentang Standar Isi untuk Satuan Pendidikan Dasar dan Menengah*. Jakarta : Depdiknas.
- Fauzan, A. 2002. *Applying Realistic Mathematics Education in Teaching Geometry in Indonesian Primary Schools*. Doctoral Dissertation, University of Twente, Enschede, The Netherlands.
- Goos, M., Galbraith, P., & Renshaw, P. 1999. A Money Problem: A Source of Insight into Problem Solving Action. [Online]. Tersedia: <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/pgmoney.pdf>
- Killen, R. 1998. *Effective Teaching Strategies*, 2nd Ed. Social Science Press, Katoomba, NSW.
- Koichu, B., Berman, A., & Moore, M. 2006. Patterns Of Middle School Students' Heuristic Behaviors In Solving Seemingly Familiar Problems. Dalam *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* [Online], vol.3, pp. 457-464. Tersedia: <http://www.emis.de/proceedings/PME30> [1 Desember 2007].
- NCTM. 2000. *Principle and Standards for School Mathematics*. Reston: Viginia.

- Österholm, M. 2005. A Reading Comprehension Perspective on Problem Solving [Online]. Tersedia: <http://www.mai.liu.se/SMDF/madif5/papers/Oster-holm.pdf>. [1 Desember 2007].
- Polya, G. 1985. *How to Solve It*. 2<sup>nd</sup> Ed. New Jersey: Princeton University Press
- Reys, R.E. *et al.* 1998. *Helping Children Learn Mathematics*. 5<sup>th</sup>. ed. Needham Heights: Allyn & Bacon.
- Ruseffendi, H. E. T. 2006. *Pengantar Kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya Dalam Pengajaran Matematika Untuk Meningkatkan CBSA*. Bandung: Tarsito.
- Schoenfeld, A.H. 1980. Heuristic in The Classroom dan Krulik, S. (Ed). *Problem Solving in School Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM
- Shadiq, F. 2007. Laporan Hasil Seminar dan Lokakarya Pembelajaran Matematika 15 – 16 Maret 2007 di P4TK (PPP) Matematika. Yogyakarta.
- Tien, C-J., Chu, S-T., and Lin Y-D. 2005. Four Phases to Construct Problem-Based Learning Instruction Materials dalam Poikela & Poikela (Eds). *PBL in Context – Bridging Work and Education*. Tampere University Press.
- Wilson, J.W. *et al.* 2007. Mathematical Problem Solving [Online]. Tersedia: <http://jwilson.coe.uga.edu> [10 Desember 2007].
- Zulkardi. 2001. *Realistic Mathematics Education (RME). Teori, Contoh Pembelajaran dan Teman Belajar di Internet*. Makalah disampaikan pada Seminar Nasional pada tanggal 4 April 2001 di UPI: Tidak diterbitkan.