PYTHAGORAS Vol. 7, No. 2, Desember 2012

APLIKASI MODEL *GENERALIZED SPACE TIME AUTOREGRESSIVE* PADA DATA PENCEMARAN UDARA DI KOTA SURABAYA

[1]Dhoriva Urwatul Wutsqa, [2]Suhartono, [2]Brodjol Sutijo, S.U.
[1]Program studi Matematika FMIPA UNY
[2]Statistika FMIPA ITS

Abstrak

Penelitian ini secara bertujuan mengaplikasan model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) untuk mendapatkan model peramalan data pencemaran udara di Kota Surabaya. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah zat polutan PM 10 ang berasal dari tiga stasiun pemantau di kota Surabaya mulai Januari hingga Desember 2009. Tahap-tahap pembentukan model peramalan data pencemaran udara meliputi identifikasi order autoregresif dengan criteria AIC (Akaike Information Criterion), estimasi parameter yang terdiri atas estimasi bobot antar lokasi dengan normalisasi korelasi silang dan estimasi parameter autoregresif dengan metode kuadrat terkecil, uji signifikansi parameter melalui statistik uji Wald, serta uji kesesuaian model. Model yang dihasilkan merupakan model GSTAR dengan order autoregresif 3 dan order spasial 1 dengan order pembedaan 1. Model yang diperoleh menunjukkan adanya kecenderungan hubungan antar waktu dan hubungan spasial antara stasiun 1 dan 3.
Kata kunci : Data PM 10, polusi udara, Surabaya, model GSTAR

Application of Generalized Space Time Autoregressive Model On Air Polution Data in Surabaya

[1]Dhoriva Urwatul Wutsqa, [2]Suhartono, [2]Brodjol Sutijo, S.U.
[1]Program studi Matematika FMIPA UNY
[2]Statistika FMIPA ITS

Abstract

This research aims to implement *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) model to gain forecasting model for air pollution in Surabaya. We used the pollutants PM 10 drawn from three observer stations of air pollution in Surabaya. They were the daily time series that observed from January until December 2009. The steps of the method to find the air pollution model involve identification of autoregressive order by using AIC (Akaike Information Criterion), estimation of weight among location by using cross correlation normalization, estimation of autoregressive parameter by least square method with significant test through Wald Statistic, and error white noise diagnostic check.The resulting model is GSTAR model with autoregressive order 3 and spatial order 1 and the data are differenced once. The model reveals the time relation and patial relation occured between stations 1 and 3
Key Word : PM 10, air pollution, Surabaya, GSTAR model

1. Pendahuluan

Seringkali dalam kehidupan sehari-hari dijumpai data yang tidak hanya mengandung keterkaitan dengan kejadian pada waktu-waktu sebelumnya, tetapi juga mempunyai keterkaitan dengan lokasi atau tempat yang lain yang seringkali disebut dengan data spasial. Model *space-time* adalah salah satu model yang menggabungkan unsur dependensi waktu dan lokasi pada suatu data deret waktu multivariat. Model ini merupakan perluasan dari proses spasial menjadi proses stokastik yang berkorelasi serentak dalam spasial dan waktu. Dengan demikian model ini akan lebih menguntungkan untuk analisis data spasial yang diamati pada waktu kontinu, dibandingkan dengan model spasial saja atau model deret waktu saja.

Model GSTAR diperkenalkan oleh Borovkova, Lopuhaa, and Budi Nurani Ruchjana (2002) merupakan suatu model yang dapat digunakan untuk analisis data *space-time*. Model GSTAR merupakan suatu model yang lebih fleksibel sebagai generalisasi dari model ***Space-Time Autoregressive*** (STAR) yang dikenalkan oleh Pfeifer and Deutsch (1980). Secara matematis, notasi Generalized Space Time Autoregressive dengan order autoregresif p dan order spasial $\lambda_1\lambda_{2,}...,\lambda_p$ (GSTAR $(p\lambda_1\lambda_{2,}...,\lambda_p)$) dapat dirumuskan dalam ekspresi berikut (Lopuhaa and Borovkova : 2005)

$$Z_i(t) = \sum_{s=1}^{p}\sum_{k=0}^{\lambda_s}\varphi_{sk}^{(i)}\left(w_{i1}^{(k)}Z_1(t-s) + w_{i2}^{(k)}Z_2(t-s) + \cdots + w_{iN}^{(k)}Z_N(t-s)\right) + \mathbf{e}_i(t) \qquad (1)$$

untuk $t = p, p+1,...,T$, i = 1, 2, ,,,, N, $w_{ij}^{(0)} = 1$ untuk $i = j$ dan nol untuk yang lain, diasumsikan E[**Z**(t)] = **0** , **Z**(t) = ($Z_1(t), Z_2(t)$, …, $Z_N(t)$).

Bagaimana mendapatkan model GSTAR mulai dari identifikasi model hingga cek kesesuaian model telah dibahas oleh Dhoriva Urwatul Wutsqa, Suhartono, Brodjol Sutijo (2010). Proses identifikasi meliputi penentuan order spasial dan order autoregressif. Order autoregresif ditentukan dengan menggunakan *Akaike Information Criterion* (AIC) (Box, Jenkins, and Reinsel: 1994) dan (Wei, 2006)

$$\text{AIC}(i) = \ln\left(\left|\hat{\Sigma}_i\right|\right) + \frac{2k^2 i}{\text{T}} \qquad (2)$$

dengan k adalah banyak variabel dalam model GSTAR. Order AR pada model GSTAR adalah nilai p sedemikian hingga AIC(p) = $\min_{0\le i\le p_0}\text{AIC}(i)$. Penentuan order ini dapat dilakukan dengan program SAS melalui PROCSTATESPACE. Secara praktis order spasial lebih dari satu sulit untuk diinterpretasikan, sehingga pada umumnya hanya menggunakan order satu. Oleh karena itu dalam penelitian ini hanya dibatasi untuk order spasial satu.

Penaksiran parameter model GSTAR meliputi penaksiran bobot lokasi dan parameter *autoregresif*. Dalam penelitian ini penentuan bobot lokasi dilakukan dengan normalisasi korelasi silang antar lokasi (Suhartono and Subanar : 2006) dan (Suhartono dan Atok : 2006).

$$w_{ij} = \frac{r_{ij}(k)}{\sum_{k \neq i} | r_{ik}(k) |} \quad , \text{ dengan } i \neq j,\ k = 1, ..., p \tag{3}$$

dan bobot ini juga memenuhi $\sum_{j \neq 1} | w_{ij} | = 1$

Koefisien $r_{ij}(k)$ merupakan korelasi silang kejadian di lokasi ke-i dan ke-j pada data sampel yang dirumuskan sebagai

$$r_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^{n} [Z_i(t) - \bar{Z}_i][Z_j(t-k) - \bar{Z}_j]}{\sqrt{\left(\sum_{t=1}^{n} [Z_i(t) - \bar{Z}_i]^2\right)\left(\sum_{t=1}^{n} [Z_j(t) - \bar{Z}_j]^2\right)}} . \tag{4}$$

Bobot-bobot lokasi dengan menggunakan normalisasi dari korelasi silang antar lokasi pada lag waktu yang bersesuaian ini memungkinkan semua bentuk kemungkinan hubungan antar lokasi. Dengan demikian, tidak ada lagi batasan yang kaku tentang besarnya bobot yang terutama tergantung dari jarak antar lokasi. Bobot ini juga memberikan fleksibilitas pada besar dan tanda hubungan antar lokasi yang bisa berlainan (positif dan negatif).

Estimasi parameter autoregresif menggunakan metode kuadrat terkecil. Sebagaimana diungkapkan oleh Borovkova, Lopuhaa, and Nurani (2002) dan Ruchjana (2002) estimasi parameter autoregresif dilakukan dengan meminimumkan jumlah kuadrat simpangannya. Estimator kuadrat terkecil $\hat{\boldsymbol{\beta}}_T$ untuk $\boldsymbol{\beta}$ adalah

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_T = \left(\mathbf{X}'\mathbf{X}\right)^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{u} \tag{5}$$

dengan $\mathbf{X} = \left(\mathbf{X}_1, ..., \mathbf{X}_N\right)$, $\boldsymbol{\beta} = \left(\boldsymbol{\beta}'_1, ..., \boldsymbol{\beta}'_N\right)'$, $\mathbf{u} = \left(\mathbf{u}'_1, ..., \mathbf{u}'_N\right)'$, $\mathbf{u}_i = \left(e_i(p), ..., e_i(T)\right)'$

$$\mathbf{X}_i = \begin{pmatrix} V_i^{(0)}(p-1) & \cdots & V_i^{(\lambda_1)}(p-1) & \cdots & V_i^{(0)}(0) & \cdots & V_i^{(\lambda_{1p})}(0) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ V_i^{(0)}(T-1) & \cdots & V_i^{(\lambda_1)}(T-1) & \cdots & V_i^{(0)}(T-p) & \cdots & V_i^{(\lambda_{1p})}(T-p) \end{pmatrix}$$

dan $\boldsymbol{\beta}_i = \left(\phi_{10}^{(i)},...,\phi_{1\lambda_1}^{(i)},\phi_{20}^{(i)},...,\phi_{2\lambda_2}^{(i)},...,\phi_{p0}^{(i)},...,\phi_{\lambda_p}^{(i)}\right)'$, $V_i^{(k)}(t) = \sum_{j\neq i}^{N} w_{ij}^{(k)} Z_j(t)$ untuk k ≥ 1 dan $V_i^{(0)}(t) = Z_i(t)$.

Uji signifikansi parameter model dilakukan dengan statistik uji Wald dengan distribusi Khi kuadrat. Penentuan uji signifikansi menggunakan hasil dari Lopuhaa and Borovkova (2005), Borovkova, Lopuhaa, and Budi Nurani Ruchjana (2002). Untuk menentukan statistik uji Wald diperlukan beberapa notasi. Dimisalkan

$$\boldsymbol{N} = \text{diag}\left(\mathbf{N}_1,...,\mathbf{N}_{\text{N}}\right) \tag{6}$$

dengan N_i didefinisikan sebagai $\boldsymbol{N_i} = \text{diag}\left(\mathbf{N}_{\text{i1}},...,\mathbf{N}_{\text{ip}}\right)$, i = 1, 2, ... , N dan s = 1, 2, ..., p

$$N_{is} = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ w_{i1}^{(1)} & \cdots & w_{i,i-1}^{(1)} & 0 & w_{i,i+1}^{(1)} & \cdots & w_{i,N}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ w_{i1}^{(\lambda_s)} & \cdots & w_{i,i-1}^{(\lambda_s)} & 0 & w_{i,i+1}^{(\lambda_s)} & \cdots & w_{iN}^{(\lambda_s)} \end{pmatrix}$$

Untuk mendefinisikan matriks kovarians diperlukan notasi berikut

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 & \cdots & \mathbf{B}_{p-1} & \mathbf{B}_p \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \text{ dengan } \mathbf{B}_s = \mathbf{\Phi}_{s0} + \sum_{k=1}^{\lambda_s} \mathbf{W}^{(k)} \tag{7}$$

Dari (7) didefinisikan

$$\mathbf{\Gamma}^{(p)} = \sum_{j=0}^{\infty} \mathbf{B}^j \, \Sigma^{(\text{p})} (\mathbf{B}')^j \quad , \quad \Sigma^{(\text{p})} = \text{diag}\left(\Sigma, \mathbf{0},...,\mathbf{0}\right)$$

yang merupakan matriks kovariansi dari $\mathbf{Z}^{(p)}(t)$, dan dapat dituliskan sebagai

$$\mathbf{\Gamma}^{(p)} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}(0) & \mathbf{\Gamma}(-1) & \cdots & \mathbf{\Gamma}(-p+1) \\ \mathbf{\Gamma}(1) & \mathbf{\Gamma}(0) & \cdots & \mathbf{\Gamma}(-p+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{\Gamma}(p-1) & \mathbf{\Gamma}(p-2) & \cdots & \mathbf{\Gamma}(0) \end{bmatrix} \tag{8}$$

dengan $\boldsymbol{\Gamma}(s) = E\left[\mathbf{Z}(t)\mathbf{Z}'(t+s)\right]$.

Misalkan hipotesis untuk menguji signifikansi parameter dinyatakan sebagai

$$\mathrm{H}_0: \boldsymbol{R\beta} = \boldsymbol{r} \text{ dan } \mathrm{H}_1: \boldsymbol{R\beta} \neq \boldsymbol{r}.$$

Menggunakan notasi (6) dan (8) statistik uji Wald dapat dituliskan sebagai

$$\chi^2(m) = T(\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}}_T - r)'(\mathbf{R}\left(\boldsymbol{N}\left(\mathbf{I}\otimes\hat{\boldsymbol{\Gamma}}^{(p)}\right)\boldsymbol{N}'\right)^{-1}\boldsymbol{N}\left(\hat{\Sigma}\otimes\hat{\boldsymbol{\Gamma}}^{(p)}\right)\boldsymbol{N}'\left(\boldsymbol{N}\left(\mathbf{I}\otimes\hat{\boldsymbol{\Gamma}}^{(p)}\right)\boldsymbol{N}'\right)^{-1}\mathbf{R}')^{-1}(\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}}_T - r) \quad (9)$$

yang berdistribusi Khi kuadrat dengan derajat bebas m.

Tahapan setelah diperoleh model yang signifikan adalah cek kesesuaian model, yang dilakukan untuk menguji apakah asumsi bahwa vektor *error* bersifat *white noise*. Dalam penelitian ini dilakukan dengan melihat plot fungsi autokorelasi (*Autocorrelation Function*/ACF) dari residual. (Brockwell and Davis : 2002) dan (Hanke and Wichern :2005) .

Data *space time* banyak ditemukan pada bidang lingkungan, pertanian, geologi, hidrologi, meteorologi, dan kesehatan. Budi Nurani Ruchjana (2002) menerapkan GSTAR pada data produksi minyak bumi. Nunung Nurhayati, Udjianna S. Pasaribu, and Oki Neswan.(2012) mengaplikasikan model GSTAR pada data GDP di negara-negara Eropa Barat.

Secara khusus penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan model untuk data polusi udara di kota Surabaya dengan pendekatan model GSTAR mendapatkan informasi tentang hubungan antar lokasi dan waktu berdasarkan kadar polutan di kota Surabaya. Hal ini mengingat bahwa polusi udara merupakan salah satu masalah lingkungan yang mempunyai pengaruh yang sangat besar pada perubahan iklim global.

Di kota Surabaya terdapat beberapa buah stasiun pemantau kualitas udara. Hasil pemantauan dapat dibaca oleh masyarakat setiap saat. Beberapa metode telah dilakukan untuk menganalisis data pencemaran udara ini. Diantaranya metode deret waktu di satu lokasi stasiun (Roekmi, 1997, Prestiwati 2002), metode spasial pada satu waktu pengamatan (Andayani, 2002; Hamongan, 2004), yang kesemuanya belum menggabungkan pengaruh lokasi dan waktu. Melalui model GSTAR analisis terhadap data polusi udara dilakukan dengan menggabungkan pengaruh lokasi dan waktu.

Metode Penelitian

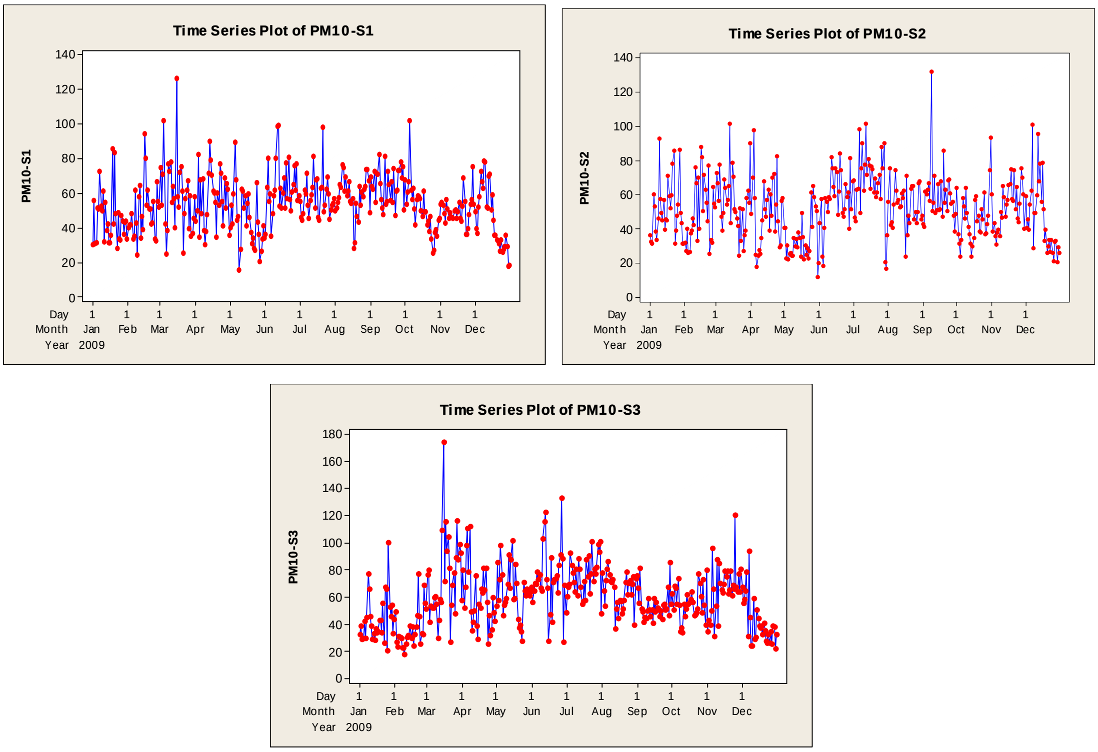
Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder, berupa data polusi udara kandungan polutan PM 10 di kota Surabaya. Pemilihan kota Surabaya dikarenakan oleh dua hal. Kota Surabaya merupakan salah satu kota terbesar di Indonesia, sehingga diprediksi mempunyai tingkat pencemaran udara yang relatif tinggi. Dengan demikian informasi tentang model pencemaran udara menjadi penting sebagai dasar untuk mengambil kebijakan pengurangan masalah pencemaran udara. Kedua, di Surabaya telah dilakukan pemantauan pencemaran udara secara kontinu di beberapa lokasi, sehingga terjamin ketersediaan data.

Sebagai langkah awal dilakukan analisis eksploratif secara deskriptif melalui diagram plot deret waktu untuk mengetahui kecenderungan terhadap waktu, dan kestasioneran data. Selanjutnya dilakukan semua tahap pada metode berdasarkan hasil Dhoriva Urwatul Wutsqa, Suhartono, Brodjol Sutijo (2010) sampai terbentuk **model pencemaran udara**, dan **hasil prediksi pencemaran udara**, yaitu penentuan order spasial dan order autoregresif dengan AIC(2), penenuan bobot lokasi menggunakan (3), dan estimasi parameter dengan persamaan (5) serta uji signifikansi parameterdengan statistik uji (9). Tahap terakhir adalah analisis residual menggunakan plot ACF residual. Semua perhitungan mulai dari analisis eksploratif, tahap penentuan bobot lokasi sampai perhitungan peramalan dilakukan dengan menggunakan paket program MINITAB.

Hasil Aplikasi Model GSTAR

Penerapan terhadap data polusi udara di kota Surabaya menggunakan data kandungan polutan PM 10. Polutan tersebut dicatat secara berkala setiap hari, sehingga merupakan deret waktu harian. Data dalam penelitian ini diperoleh dari tiga stasiun pemantau yang ada di Surabaya selama periode bulan Januari 2009 sampai dengan Desember 2009. Dalam bab ini akan dibahas penentuan model polutan PM 10 tahap demi tahap sesuai dengan prosedur pembentukan model GSTAR .

Deskripsi dari data kandungan polutan PM 10 di Surabaya dengan menggunakan plot *deret waktu* dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Plot *time series* data PM 10 stasiun 1, 2, dan 3

Ketiga plot di atas menunjukkan bahwa deret waktu tersebut berfluktuasi cukup tinggi dan tidak berada di sekitar nilai konstan, sehingga mengindikasikan data tidak stasioner. Karena data tidak stasioner, maka dilakukan pembedaan satu kali..

Tahap selanjutnya adalah identifikasi order spasial dan order autoregresif. Pada tahap identifikasi untuk membentuk model GSTAR dilakukan melalui nilai AIC (*Akaike Information Criteria*) persamaan (2) pada beberapa order model. Besaran ini digunakan sebagai dasar untuk penentuan orde model VARMA, khususnya pada nilai AIC yang terkecil, yang hasilnya dapat dilihat pada Tabel 1 .

Tabel 1. Nilai AIC untuk Beberapa Order Autoregresif untuk Data PM 10

Minimum Information Criterion

Lag	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4	MA 5
AR 0	17.63971	16.853785	16.844716	16.86278	16.839537	16.861564
AR 1	17.171478	16.887314	16.813729	16.835975	16.827571	16.826624
AR 2	16.982675	16.874614	16.842697	16.857128	16.83903	16.843568
AR 3	16.949185	16.891044	16.851594	16.852242	16.858829	16.869169
AR 4	16.881062	16.861371	16.849905	16.858764	16.876103	16.85222
AR 5	16.880069	16.869343	16.870636	16.880532	16.879293	16.864444
AR 6	16.845363	16.848402	16.847599	16.83357	16.861546	16.869436
AR 7	16.845861	16.871726	16.865751	16.844092	16.872513	16.881402
AR 8	16.857015	16.871517	16.879788	16.842803	16.874293	16.888138

Berdasarkan nilai AIC yang terkecil untuk order MA 0 terdapat pada lag 6, sedangkan jika dilihat secara keseluruhan nilai AIC terkecil pada order MA 2 dan AR 1, sehingga model yang lebih tepat sebetulnya adalah model yang memuat model MA dan AR. .Akan tetapi karena model GSTAR hanya memuat model AR, maka model ditetapkan berdasarkan nilai AIC pada order MA 0, yang menunjukkan order AR 6.

Model order 6 tidak sesuai dengan prinsip parsimony model, sehingga ditetapkan pada tahap identifikasi diperoleh model dugaan mempunyai order autoregresif tiga dengan pertimbangan nilai AIC tidak jauh berbeda dengan yang berorder lebih tinggi.

Sebagaimana disebutkan sebelumnya order spasial adalah order satu. Dengan demikian bobot antar lokasi yang dicari sampai lag 3. Untuk mendapatkan bobot antar lokasi pertama-tama dihitung terlebih dahulu korelasi silang sampel menggunakan rumus (4) dan proses perhitungannya dilakukan dengan program MINITAB. Hasil perhitungan korelasi silang diberikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Korelasi Silang antar Lokasi untuk Data PM 10

Korelasi Silang	Koefisien Korelasi silang	Korelasi Silang	Koefisien Korelasi silang	Korelasi Silang	Koefisien Korelasi silang
$r_{12}^{(1)}$	0,2454	$r_{12}^{(2)}$	0,2197	$r_{12}^{(3)}$	0,1952
$r_{13}^{(1)}$	0,1407	$r_{13}^{(2)}$	0,1269	$r_{13}^{(3)}$	0,1109
$r_{23}^{(1)}$	0,1305	$r_{23}^{(2)}$	0,1491	$r_{23}^{(3)}$	0,0868
$r_{21}^{(1)}$	0,2610	$r_{21}^{(2)}$	0,2641	$r_{21}^{(3)}$	0,1951
$r_{31}^{(1)}$	0,2301	$r_{31}^{(2)}$	0,2015	$r_{31}^{(3)}$	0,1313
$r_{32}^{(1)}$	0,1114	$r_{32}^{(2)}$	0,0947	$r_{32}^{(3)}$	0,0702

Berdasarkan hasil pada Tabel 2. dan dengan menggunakan rumus (3), diperoleh bobot antar lokasi, sebagai berikut

$$W_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0,6355 & 0,3645 \\ 0,6666 & 0 & 0,3334 \\ 0,6739 & 0,3261 & 0 \end{pmatrix}$$

$$W_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0,6339 & 0,3661 \\ 0,6391 & 0 & 0,3609 \\ 0,6803 & 0,3197 & 0 \end{pmatrix}$$

$$W_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0,6378 & 0,3622 \\ 0,6921 & 0 & 0,3079 \\ 0,6517 & 0,3483 & 0 \end{pmatrix}$$

Dengan bobot tersebut, nilai parameter modelnya dapat dihitung dengan menggunakan rumus (5). Penentuan signifikansi parameter dilakukan dengan menggunakan statistik uji Wald (9). Hasil estimasi parameter autoregresif beserta uji signifikansinya disajikan pada Tabel 3.

Uji signifikansi parameter menunjukkan bahwa ada parameter yang tidak signifikan, sehingga parameter model yang tidak signifikan dikeluarkan dari model. Hasil terakhir disajikan pada Tabel 4, yang memberikan estimasi parameter yang signifikan.

Tabel 3. Hasil estimasi parameter model GSTAR(3,1) untuk data PM 10

Parameter	Estimasi Parameter	Nilai Khi-Kuadrat	p-value	Parameter	Estimasi Parameter	Nilai Khi-Kuadrat	p-value
$\phi_{10}^{(1)}$	-0,5263	74,4769	0,000	$\phi_{11}^{(1)}$	0,0746	1,1449	0,285
$\phi_{10}^{(2)}$	-0,5401	104,2441	0,000	$\phi_{11}^{(2)}$	0,0214	0,09	0,764
$\phi_{10}^{(3)}$	-0,5103	111,5136	0,000	$\phi_{11}^{(3)}$	-0,0760	1,0816	0,299
$\phi_{20}^{(1)}$	-0,3464	28,4089	0,000	$\phi_{21}^{(1)}$	0,1756	5,29	0,021
$\phi_{20}^{(2)}$	-0,33291	33,64	0,000	$\phi_{21}^{(2)}$	0,01667	0,0484	0,827
$\phi_{20}^{(3)}$	-0,30193	33,1776	0,000	$\phi_{21}^{(3)}$	-0,04337	0,3025	0,582
$\phi_{30}^{(1)}$	-0,15923	6,9696	0,008	$\phi_{31}^{(1)}$	0,10703	2,3409	0,127
$\phi_{30}^{(2)}$	-0,20037	14,2129	0,000	$\phi_{31}^{(2)}$	0,02577	0,1369	0,715
$\phi_{30}^{(3)}$	-0,03371	0,49	0,487	$\phi_{31}^{(3)}$	-0,13190	3,2761	0,071

Tabel 4. Hasil estimasi parameter model GSTAR(3,1) yang signifikan untuk Data PM 10

Parameter	Koefisien	Nilai Khi-Kuadrat	p-value	Parameter	Koefisien	Nilai Khi-Kuadrat	p-value
$\phi_{10}^{(1)}$	-0,5023	72,9316	0,000	$\phi_{20}^{(3)}$	-0,2899	40,0689	0,000
$\phi_{10}^{(2)}$	-0,5375	106,5024	0,000	$\phi_{30}^{(1)}$	-0,1384	5,5696	0,018
$\phi_{10}^{(3)}$	-0,5075	124,3225	0,000	$\phi_{30}^{(2)}$	-0,1961	14,1376	0,000
$\phi_{20}^{(1)}$	-0,3303	26,5225	0,000	$\phi_{21}^{(1)}$	0,1024	2,7225	0,099

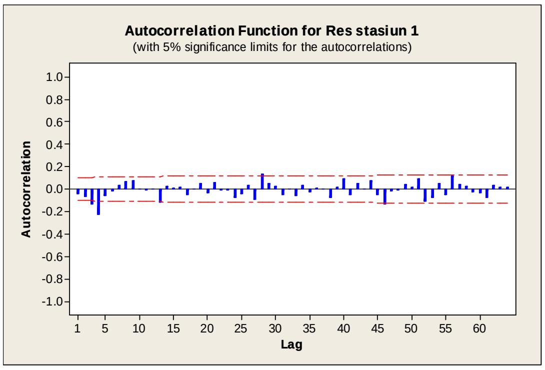
$\phi_{20}^{(2)}$	-0,3310	33,9889	0,000	$\phi_{31}^{(3)}$	-0,1182	3,3489	0,068

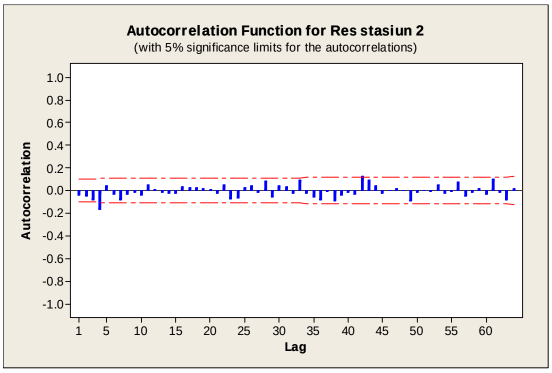
Dengan demikian Model GSTAR untuk data PM 10 adalah sebagai berikut adalah:

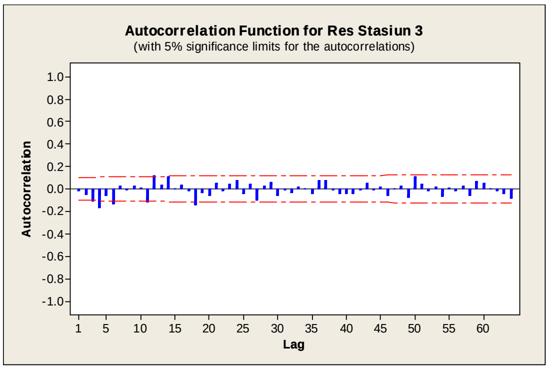
$$\begin{pmatrix} Z1_t \\ Z2_t \\ Z3_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}4977 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}4625 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}4925 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z1_{t-1} \\ Z2_{t-1} \\ Z3_{t-1} \end{pmatrix}$$
$$+ \begin{pmatrix} 0{,}1721 & 0{,}0649 & 0{,}0375 \\ 0 & 0{,}2166 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}2176 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z1_{t-2} \\ Z2_{t-2} \\ Z3_{t-2} \end{pmatrix}$$
$$+ \begin{pmatrix} 0{,}2019 & -0{,}0649 & -0{,}0375 \\ 0 & 0{,}1248 & 0 \\ -0{,}0771 & -0{,}0412 & 0{,}2899 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z1_{t-3} \\ Z2_{t-3} \\ Z3_{t-3} \end{pmatrix} +$$
$$\begin{pmatrix} 0{,}1384 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}1961 & 0 \\ -0{,}0771 & -0{,}0412 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z1_{t-4} \\ Z2_{t-4} \\ Z3_{t-4} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e1_t \\ e2_t \\ e3_t \end{pmatrix} \quad (10)$$

Model tersebut menunjukkan bahwa pada Stasiun 1 data PM 10 dipengaruhi oleh data satu, dua, tiga dan empat lag sebelumnya. Sedangkan hubungannya dengan stasiun lain ditentukan dari dua dan tiga lag sebelumnya. Stasiun 2 dipengaruhi oleh data satu, dua, tiga dan empat lag sebelumnya, tetapi tidak ada hubungan yang signifikan dengan stasiun lain. Stasiun 3 data PM 10 dipengaruhi oleh data satu, dua, dan tiga lag sebelumnya, dan hubungannya dengan stasiun lain ditentukan dari deret waktu tiga dan empat lag sebelumnya.

Langkah terakhir adalah menguji vektor *error* atau residual apakah memenuhi syarat *white noise*. Dari analisis residual secara univariat (residual untuk masing-masing stasiun) dengan plot ACF, yang disajikan dalam Gambar 2.







Gambar 2. ACF residual data PM 10 untuk masing-masing stasiun

Syarat *white noise* tidak dipenuhi dimungkinkan karena model yang didapat dengan pendekatan GSTAR untuk data PM 10 kurang tepat. Sebagaimana dijelaskan pada langkah identifikasi model, bahwa berdasarkan nilai AIC, model yang tepat adalah model yang menggabungkan AR dan MA atau GSTARMA (*Generalized Space Time Autoregressive Moving Average*). Hingga sekarang belum dikembangkan prosedur untuk mendapatkan model GSTARMA, sehingga masih menjadi peluang untuk diteliti lebih lanjut, karena ternyata tidak semua data *space time* dapat didekati dengan model GSTAR.

Kesimpulan

Prosedur pembentukan model GSTAR untuk data polusi PM 10 dilakukan mulai identifikasi stasioneitas data, proses pembedaan untuk mendapatkan data stasioner, estimasi bobot lokasi dan parameter autoregresif. Adapun model yang didapat dinyatakan dalam persamaan (10) untuk data PM 10, yang merupakan model autoregresif order autoregresif 3 dan order spasial 1 dan pembedaan satu kali. Kecenderungan hubungan antar waktu muncul baik pada data PM 10 untuk semua stasiun dan hubungan spasial pada data PM 10 muncul di stasiun 1 dan 3.

Dari analisis awal tentang order autoregresif, data sebetulnya menunjukkan adanya pola yang membawa ke model *Autoregresive Moving Average*, akan tetapi dengan pendekatan model GSTAR, pola *moving average* tidak bisa diakomodasi. Hingga sekarang prosedur Generalized *Autoregresive Moving Average* belum dikembangkan oleh para peneliti, sehingga masih menjadi peluang untuk dikembangkan menjadi penelitian lebih lanjut. Persoalan yang mungkin muncul adalah model tersebut lebih rumit, sehingga tidak mudah untuk pengembangan prosedur pembentukan model baik secara teoritis maupun perhitungannya.

DAFTAR PUSTAKA

Andayani. (2002). Analisa polutan karbon monoksida dengan menggunakan metode statistik untuk data spatial. Skripsi. Surabaya : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Box, G.E.P., Jenkins, G.M. and Reinsel, G.C. (1994). *Time Series Analysis, Forecasting and Control.* 3rd edition, Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall Inc.

Brockwell, P.J. and Davis, R.A. (2002). *Introducion to Time Series and Forecasting.* 2nd edition. New York: Springer Verlag .

Borovkova, S.A., Lopuhaa, H.P., and Budi Nurani Ruchjana. (2002). Generalized STAR model with experimental weights. In M Stasinopoulos & G Touloumi (Eds.), T*he 17th International Workshop on Statistical Modelling* : *Proceeding.* (pp. 139-147).

Budi Nurani Ruchjana (2002). Pemodelan Kurva Produksi Minyak Bumi Menggunakan Model Generalisasi STAR. *Forum Statistika dan Komputasi*, IPB, Bogor.

Dhoriva Urwatul Wutsqa, Suhartono, and Brodjol Sutijo. (2010). Generalized Space Time Autoregressive Modeling. *The 6th IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and its Applications (ICMSA): Proceeding*. (pp. 752-761). Kuala Lumpur: Universiti Tunku Abdul Rahman,

Hamongan E. (2004). Model Simulasi Pengolahan Kualitas Udara. Makalah diskusi panel: Pencemaran Udara dan Dampaknya terhadap Kesehatan Manusia. Jakarta: Kerjasama antara JICA dengan SARPEDAL KLH.

Hanke, J. E. & Wichern, DW. (2005). *Business forecasting*. New Jersey: Pearson Prentice-Hall.

Lopuhaa H.P. and Borovkova SA. (2005). Asymptotic properties of least squares estimators in generalized STAR models. *Technical Report*. Delft University of Technology.

Nunung Nurhayati, Udjianna S. Pasaribu, and Oki Neswan.(2012) Application of Generalized Space-Time Autoregressive Model on GDP Data in West European Countries. Journal of Probability and Statistics. Volume 2012 (2012), Article ID 867056, 16 pages http://www.hindawi.com/journals /jps/2012/867056/tanggal 12/10/2013/ 8.59

Pfeifer, P.E. and Deutsch, S.J. (1980). A Three Stage Iterative Procedure for Space-Time Modeling. *Technometrics*, Vol. 22, No. 1, pp. 35-47.

Prestiwati H.Y. (2002). Pemodelan statistic udara ambient berdasarkan pengukuran stasiun pemantau Taman Prestasi dan Perak Timur di Surabaya. Skripsi. Surabaya : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Roekmi RAK. (1997). Deskripsi konsentrasi zarrah tersuspensi di jalan Muhammad Husni Thamrin Jakarta. {Skripsi). Bogor: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Pertanian Bogor.

Suhartono dan Atok, R.M. (2006). Pemilihan bobot lokasi yang optimal pada model GSTAR. *Prosiding Konferensi Nasional Matematika XIII*, Universitas Negeri Semarang.

Suhartono and Subanar (2006). The Optimal Determination of Space Weight in GSTAR Model by using Cross-correlation Inference. *JOURNAL OF QUANTITATIVE METHODS: Journal Devoted to The Mathematical and Statistical Application in Various Fields*, Vol. **2**, No. 2, pp. 45-53.

Wei, W.W.S. (2006). *Time series Analysis: Univariate and Multivariate Methods.* 2nd edition. Boston : Addison-Wesley Publishing Co.,