PEMODELAN *INVENTORY* DENGAN DUA GUDANG PENYIMPANAN UNTUK BARANG YANG MENGALAMI PENYUSUTAN DENGAN *BACKLOG SHORTAGE* SEBAGIAN DAN *LEAD TIME FUZZY*

Dwi Ertiningsih, Widodo
Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences
Gadjah Mada University
dwi_ertiningsih@ugm.ac.id, widodo_math@ugm.ac.id

Abstrak

Adanya kebijakan optimalisasi *inventory* yang diambil sebuah perusahaan atau retailer untuk barang yang mengalami penyusutan dengan ketidakpastian waktu tunggu (*lead time*) sampai barang selesai diproduksi atau pesanan datang, adanya *Backlog Shortage* sebagian atau penuh, dan tingkat permintaan bergantung harga dikembangkan dalam sistem dua gudang yang masing-masing sebagai gudang penjualan (*display*) atau tempat transaksi barang dan gudang tempat penyimpanan jika barang yang diproduksi atau dibeli tidak cukup ditempatkan di gudang penjualan. Tujuan perusahaan atau retailer mempunyai dua gudang penyimpanan adalah untuk mengoptimalkan keuntungan rata-rata jika memproduksi atau membeli barang dalam jumlah besar. Perusahaan atau retailer mempunyai satu gudang dengan kapasitas terbatas yang letaknya di lokasi strategis sebagai tempat penjualan, yang disebut sebagai gudang milik (*own warehouse*, OW) dan gudang yang lain dengan kapasitas cukup luas disesuaikan dengan kebutuhan yang lokasinya berbeda dengan tempat penjualan atau transaksi, yang disebut sebagai gudang sewa (*rented warehouse*, RW). Biaya penyimpanan barang di RW menurun dengan bertambahnya jarak dari RW ke OW. Hal ini disebabkan oleh biaya sewa gudang dan upah tenaga kerja yang lebih murah dibandingkan di lokasi OW. Barang dikirim dari RW ke OW dalam jumlah yang telah ditentukan (*fixed*) berdasarkan pola tertentu.

Dalam penelitian ini dikembangkan model *inventory* dengan *Backlog Shortage* sebagian. Untuk memperoleh penyelesaian digunakan metode pendekatan interval terdekat untuk fungsi single objektif yang memaksimalkan keuntungan rata-rata dalam fuzzy (*defuzzified*) dan ditransformasikan dalam fungsi multi objektif crisp yang selanjutnya diselesaikan dengan metode kriteria global (*global criterion method*) untuk memperoleh solusi optimal Pareto.

Kata kunci : Dua Gudang Penyimpanan, *Backlog Shortage*, Waktu Tunggu Fuzzy.

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Dari sudut pandang keuangan, persediaan barang menyatakan modal yang berhubungan dengan aset lain termasuk modal terbatas perusahaan. Masalah *inventory* klasik telah diformulasikan dengan mempertimbangkan faktor-faktor dalam kondisi real, seperti penyusutan barang persediaan dan tingkat penjualan. Meskipun masalah pengambilan keputusan multi objektif (*multi-objective decision making problems*, MODMP) telah diaplikasikan dalam beberapa area yang berbeda tetapi masih sedikit penelitian tentang MODMP dalam bidang kontrol optimal persediaan barang dengan dua gudang penyimpanan. Model *inventory* klasik suatu perusahaan atau retailer selama ini dikembangkan dengan tempat penyimpanan tunggal (OW). Tetapi kenyataan dalam manajemen *inventory*, ketika pembelian atau produksi barang dalam jumlah besar maka tidak dapat disimpan di tempat penyimpanan yang ada (OW) dikarenakan terbatasnya kapasitas sehingga kelebihan barang di OW disimpan di RW yang lokasinya berbeda dengan OW. RW mempunyai kapasitas cukup luas yang disesuaikan dengan kebutuhan. Dalam prakteknya, retailer membeli barang dalam jumlah besar pada suatu waktu jika memperoleh harga discount untuk sejumlah pembelian atau biaya pengambilan barang (*acquisition*) hanya untuk mengisi kapasitas di OW pada suatu waktu lebih tinggi dibandingkan biaya penyimpanan di RW sehingga untuk memaksimalkan keuntungan rata-rata diperlukan tempat penyimpanan kelebihan barang setelah diisikan di OW.

Perumusan Masalah

Dalam penelitian ini diformulasikan model *inventory* dalam sistem dua gudang penyimpanan dengan *Backlog Shortage* sebagian untuk barang yang mengalami penyusutan dan ketidakpastian waktu tunggu (*lead time*) dan suatu kebijakan *inventory* dikembangkan untuk memaksimalkan keuntungan rata-rata. Permintaan konsumen diasumsikan bergantung harga penjualan. Retailer mempunyai dua gudang, yaitu OW dengan kapasitas terbatas dan RW dengan kapasitas cukup luas yang disesuaikan dengan kebutuhan. OW ditempatkan di pusat penjualan dan RW lokasinya berbeda dengan OW. Barang yang dipesan, pertama kali diisikan di OW berdasarkan kapasitas maksimal dan kelebihan barang disimpan di RW. Permintaan barang hanya dilayani di OW dan selama penjualan OW diisi sesuai dengan kapasitas maksimal dari RW dalam jumlah tertentu mengikuti pola yang ditentukan pada suatu interval waktu sampai persediaan barang di RW kosong. Karena lokasi RW berbeda dengan OW maka biaya penyimpanan di RW dan biaya transportasi dari RW ke OW bergantung pada jarak RW dan OW. *Backlog*

Shortage sebagian dan *Backlog Shortage* penuh di OW diijinkan. Terdapat selang waktu antara waktu pemesanan dan penerimaan pesanan sebagai ketidakpastian (*imprecise*). Ketidakpastian waktu tunggu (*lead time*) tersebut direpresentasikan dengan bilangan fuzzy kemudian ditransformasikan dengan interval aritmatika sehingga fungsi *single objective* yang memaksimalkan keuntungan rata-rata diubah dalam fungsi multi objektif. Secara analitik akan ditunjukkan bahwa model dengan *Backlog Shortage* sebagian mempunyai penyelesaian optimal pareto.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Formulasi Masalah Multi Objektif

Secara umum, masalah optimisasi dengan beberapa parameter bernilai interval diberikan sebagai berikut :

Memaksimalkan : $Z(x) = \sum_{i=1}^{k} C_i \prod_{j=1}^{n} x_j^{\alpha_{ij}}$

Dengan kendala :
$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} A_{ij} x_j^{\beta_{ij}} \le B_i \ , \quad i = 1,2,...,k \\ x_j \ge 0 \qquad (j = 1,2,...,n) \end{cases} \tag{1}$$

dengan $C_i = [c_{Li}, c_{Ri}]$, $A_{ij} = [a_{Lij}, a_{Rij}]$, dan $B_i = [b_{Li}, b_{Ri}]$ adalah bilangan-bilangan interval dimana c_{Li}, a_{Lij}, b_{Li} adalah limit-limit kiri dan c_{Ri}, a_{Rij}, b_{Ri} adalah limit-limit kanan sedangkan α_{ij}, β_{ij} , $i = 1,2,...,k$; $j = 1,2,...,n,$ adalah konstanta-konstanta real. Jelas bahwa formulasi masalah (1) merupakan suatu masalah multi objektif nonlinear.

Dari persamaan (1), limit kiri $z_L(x)$, limit kanan $z_R(x)$, dan center $z_C(x)$ dari fungsi tujuan $Z(x)$ diberikan sebagai berikut :

$$z_L(x) = \sum_{i=1}^{k} C_{Li} \prod_{j=1}^{n} x_j^{\alpha_{ij}} \tag{2}$$

$$z_R(x) = \sum_{i=1}^{k} C_{Ri} \prod_{j=1}^{n} x_j^{\alpha_{ij}} \tag{3}$$

$$z_C(x) = \frac{1}{2}\left[z_L(x) + z_R(x)\right] \tag{4}$$

Menggunakan analisis interval, $Z(x)$ ekuivalen dengan $[Z_L, Z_R]$ dimana Z_L dan Z_R dapat diinterpretasikan sebagai keuntungan pesimistis dan optimistis. Menurut Ishibuchi dan Tanaka (1990), masalah memaksimalkan (1) dikonversi dalam masalah multi objektif (dua tujuan), yaitu : memaksimalkan keuntungan terendah dan center dari interval fungsi tujuan. Dua tujuan tersebut dapat dinyatakan sebagai memaksimalkan kasus terburuk dan kasus rata-rata. Oleh sebab itu, masalah (1) ditransformasikan sebagai berikut :

Memaksimalkan : $\{z_L, z_C\}$

Dengan kendala :
$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{Lij} x_j^{\beta_{ij}} \le B_{Ri} \\ \sum_{j=1}^{n} a_{Rij} x_j^{\beta_{ij}} \le B_{Li}\ , \quad i = 1,2,\dots,k \\ x_j \ge 0 \qquad (j = 1,2,\dots,n) \end{cases} \tag{5}$$

dengan a_{Lij} dan a_{Rij} adalah sumber minimum dan maksimum yang dibutuhkan oleh satu unit barang ke-*j* dan (b_{Li}, b_{Ri}) adalah nilai-nilai pesimistis dan optimistis dari total sumber yang tersedia. Kendala-kendala di atas dirumuskan mengikuti interval matematika.

Asumsi dan Notasi

Asumsi

1) *Single item* dan tidak ada perbaikan/ penggantian untuk unit yang mengalami penyusutan
2) Biaya penyimpanan barang diterapkan hanya pada unit-unit yang bagus
3) Waktu tak berhingga
4) *Shortage* diijinkan dan kekecewaan konsumen akibat kekosongan barang di *backlog* sebagian.
5) Waktu transportasi dari RW ke OW diabaikan
6) Biaya transportasi bergantung pada jarak dari RW ke OW
7) Kapasitas dari OW terbatas sementara kapasitas di RW cukup luas yang disesuaikan dengan kebutuhan
8) Biaya penyimpanan di OW tetap sementara biaya penyimpanan di RW

bergantung jarak lokasi RW dari tempat penjualan yaitu biaya menurun terhadap bertambahnya jarak dari OW.

Notasi

p : biaya pembelian/ produksi per unit barang

s : harga penjualan per unit barang dengan $s = mp$ $(m > 1)$

$D(s)$: tingkat permintaan per bulan yang bergantung pada harga penjualan dengan $D(s) = \alpha s^{-\beta}$, $\alpha, \beta > 0$, dimana α adalah skala parameter dan β adalah bentuk parameter dari kurva permintaan. Karena $\frac{d}{ds} D(s) = -\alpha\beta s^{-\beta-1} < 0$ untuk $s > 0$, maka tingkat permintaan $D(s)$ turun dengan naiknya *s*.

x : jarak dari RW ke OW

t' : waktu pemesanan/ produksi

L : waktu tunggu untuk menerima pesanan

T : waktu perputaran barang dengan $T = t' + L$

H : biaya penyimpanan per unit barang di OW

$F(x)$: biaya penyimpanan per unit barang di RW dengan $F(x) = \lambda x^{-\mu}$, $\lambda, x, \mu > 0$

c_s : biaya *shortage* per unit barang per bulan

c_g : biaya *opportunity* akibat kehilangan penjualan per unit barang per bulan

$c_t(x)$: biaya transportasi dari RW ke OW per unit barang dengan $c_t(x) = \omega x^{\psi}$, $\omega, \psi > 0$

Q_d : total jumlah penyusutan di RW dan OW

Q_b : jumlah permintaan akibat kekosongan barang yang akan dipenuhi ketika Barang pesanan datang dengan $Q_b = [Q_{bl}, Q_{br}]$ dimana Q_{bl} , Q_{br} masing-masing adalah batas bawah dan batas atas dari bilangan interval Q_b

Q_{ls} : jumlah kehilangan penjualan

Q : jumlah barang yang dikirim dari RW ke OW pada setiap pengiriman

Q_j : tingkat persediaan di RW setelah pengiriman ke-*j*, $j = 1,2,...,n$

n : banyaknya pengiriman yang diperlukan dari RW ke OW

t_1 : interval waktu antara dua pengiriman dari RW ke OW

$q_0(t)$: tingkat persediaan di OW di setiap t, $t \in [(0, nt_1) \cup (nt_1, t_2)]$

$q_r(t)$: tingkat persediaan di RW di setiap t, $t \in ((j-1)t_1, jt_1)$, $j = 1,2,...,n$

$q_b(t)$: tingkat *backlog* di setiap t, $t \in [t_2, T]$

δ : kehilangan penjualan akibat kekurangan barang yang di *backlog*, $0 < \delta \leq 1$

c_d : biaya penyusutan per unit barang

S : total tingkat persediaan barang awal di RW dan OW pada awal putaran

W : kapasitas penyimpanan di OW (tetap) dan $W < S$

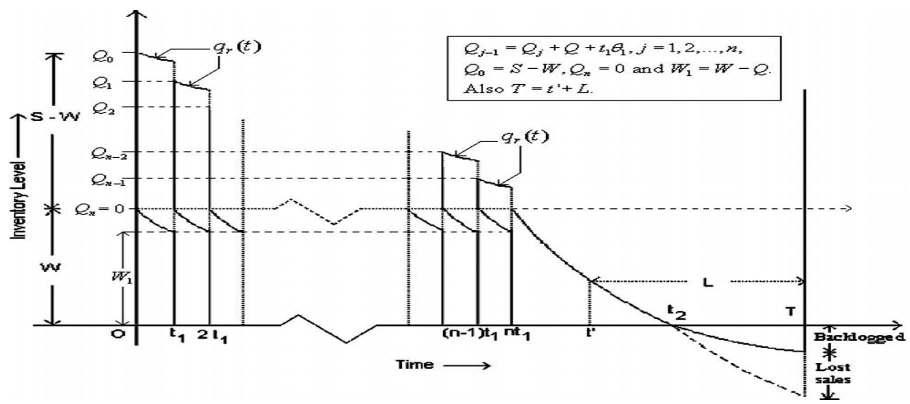
θ_1, θ_2 : tingkat penyusutan di RW dan OW, $0 \leq \theta_1, \theta_2 \leq 1$

$A(L)$:biaya pemesanan per putaran dengan $A(L) = a - bL^{\gamma}$, $a, b, \gamma > 0$ dimana $A(L)$ turun dengan naiknya nilai L, yaitu : $\frac{dA}{dl} = -\gamma b L^{\gamma - 1} < 0$

$\overline{\prod}_L, \overline{\prod}_R$: Limit kiri dan limit kanan dari rata-rata interval fungsi keuntungan

Deskripsi Model *Backlog Shortage* Sebagian

Retailer memperoleh barang dari *supplier* dan pertama kali menyimpannya di OW sedangkan kelebihan unit disimpan di RW. Permintaan konsumen dilayani di OW dan kekosongan barang di OW diisi maksimal dengan transfer unit dari RW ke OW pada suatu interval waktu tertentu t_1. Awalnya sejumlah S unit dibeli dimana W unit disimpan di OW dan $(S - W)$ unit disimpan di RW. Persediaan di OW menurun akibat permintaan konsumen dan penyusutan barang. Setelah waktu t_1, Q unit dari RW dipindahkan ke OW sedemikian hingga tingkat persediaan di OW kembali menjadi W yang mengisi penuh kekosongan tempat di OW. Proses tersebut berlanjut sampai n pengiriman. Berdasarkan asumsi awal, setelah pengiriman ke-n tidak ada unit barang yang tersisa di RW $(Q_n = 0)$. Sisa W unit di OW digunakan dan berkurang akibat dari permintaan konsumen dan penyusutan barang. Pada saat $t = t_2$, persediaan di OW mencapai nol dan kehabisan persediaan barang mulai dihitung dan sampai $t = T$ saat sejumlah barang yang dipesan tiba. Dalam kasus ini tingkat persediaan berdasarkan perumusan di atas diberikan pada gambar berikut :



Gambar 1. Model *inventory* dua gudang.

Jika total *shortage* yang dihitung di *backlog* sebagian, maka kehilangan penjualan terjadi. Oleh karena itu terdapat biaya tambahan (*opportunity cost*) karena kehilangan penjualan.

Gudang Sewa (RW/ Rented Warehouse)

Unit-unit yang dikirim dari RW ke OW berdasarkan pola tertentu, tingkat *inventory* di RW berkurang secara diskrit pada suatu interval waktu tertentu, yaitu pada suatu titik waktu tetap. Tetapi selama interval waktu tersebut, persediaan di RW berkurang secara kontinu yang hanya diakibatkan oleh penyusutan unit barang. Oleh karena itu, tingkat *inventory* $q_r(t)$ di RW pada setiap t selama $(j-1)t_1 \le t < jt_1$, $j = 1,2,\ldots,n$ memenuhi persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\frac{d}{dt}q_r(t) = -\theta_1 q_r(t)\ ,\quad (j-1)t_1 \le t < jt_1\ ,\quad j = 1,2,\ldots,n \tag{6}$$

Selanjutnya di setiap interval waktu $(j-1)t_1 \le t < jt_1$, $j = 1,2,\ldots,n$, $q_r(t)$ adalah fungsi turun secara kontinu dari tingkat $Q_{j-1}[= q_r(\overline{j-1}t_1)]$ tetapi diskontinu dari kiri di jt_1 karena dari deskripsi model jelas bahwa :

$$\lim_{t \to jt_1} q_r(t) = Q + Q_j \ne Q_j = q_r(jt_1)\,.$$

Berdasarkan hal tersebut, penyelesaian dari persamaan diferensial (6) diberikan sebagai berikut :

$$q_r(t) = (Q + Q_j)e^{\theta_1(jt_1 - t)}\ ,\quad j = 1,2,\ldots,n \tag{7}$$

Karena $Q_{j-1} = q_r(\overline{j-1}t_1)$, maka dari persamaan (7) diperoleh : $Q_{j-1} = (Q + Q_j)e^{\theta_1 t_1}$

Jadi, $\forall j = 1,2,...,(n-1)$ berlaku : $Q_j = \left(Q \sum_{s=1}^{n-j} e^{s\theta_1 t_1} \right)$

Q_j merupakan deret geometri berhingga dengan suku awal $a = e^{\theta_1 t_1}$ dan rasio $r = e^{\theta_1 t_1}$ sehingga diperoleh :

$$Q_j = Qe^{\theta_1 t_1} \frac{\left(e^{(n-j)\theta_1 t_1} - 1\right)}{e^{\theta_1 t_1} - 1} , \qquad Q_n = 0 \tag{8}$$

Pada awal putaran, $Q_0 = S - W = Qe^{\theta_1 t_1} \dfrac{\left(e^{n\theta_1 t_1} - 1\right)}{e^{\theta_1 t_1} - 1}$ (9)

Karena fungsi $q_r(t)$ adalah fungsi kontinu sepotong-sepotong pada interval $[0, nt_1]$, maka total *inventory* di RW pada interval waktu tersebut adalah :

$$G_1 = \sum_{j=1}^{n} \int_{(j-1)t_1}^{jt_1} q_r(t)dt = \left(\frac{Q}{\theta_1}\right)(e^{\theta_1 t_1} - 1) + \left(e^{\theta_1 t_1} \frac{\left(e^{n\theta_1 t_1} - 1\right)}{e^{\theta_1 t_1} - 1} - n \right) \tag{10}$$

Gudang Milik (OW/ *Own Warehouse*)

Berkurangnya persediaan barang di OW selama interval $[0, t_2]$ akibat dari permintaan konsumen dan penyusutan barang. Selanjutnya tingakt *inventory* menjadi nol dan *shortage* mulai dihitung selama $[t_2, T]$ yang di *backlog* sebagian. Persamaan diferensial yang menyatakan tingkat *inventory* $q_o(t)$ selama interval $[0, t_2]$ dan *Backlog Shortage* $q_b(t)$ selama $[t_2, T]$ di OW diberikan sebagai berikut

$$\frac{d}{dt} q_o(t) = -D(s) - \theta_2 q_0(t) \ , \ \ (j-1)t_1 \le t < jt_1 , \ \ j = 1,2,...,n \tag{11}$$

dengan syarat $q_o(t) = W$ di $t = (j-1)t_1$ dan

$$\frac{d}{dt} q_o(t) = -D(s) - \theta_2 q_0(t) \ , \ \ nt_1 \le t \le t_2 \tag{12}$$

dengan syarat $q_o(t_2) = 0$.

Sedangkan, $\dfrac{d}{dt} q_b(t) = -D(s) - \delta q_b(t)$, $t_2 \le t \le T$ (13)

dengan syarat $q_b(t_2) = 0$.

Penyelesaian dari persaman diferensial (11)-(13) adalah sebagai berikut :

$$q_o(t) = -\frac{D}{\theta_2} + \left(W + \frac{D}{\theta_2}\right) e^{-\theta_2 (t - \overline{j-1}\, t_1)} \text{ untuk } (j-1)t_1 \le t < jt_1, \quad j = 1,2,...,n \quad \text{(14a)}$$

$$q_o(t) = \frac{D}{\theta_2}\left(e^{\theta_2 (t_2 - t)} - 1\right) \qquad , \; nt_1 \le t \le t_2 \qquad \text{(14b)}$$

$$q_b(t) = -\frac{D}{\delta}\left(1 - e^{-\delta (t - t_2)}\right) \qquad , \; t_2 \le t < T \qquad \text{(15)}$$

Fungsi $q_o(t)$ diskontinu dari kiri di jt_1. Dari gambar jelas bahwa $\forall j = 1,2,...,n$

$$\lim_{t \to jt_1} q_o(t) = W - Q \ne W = q_o(jt_1) \qquad \text{(16)}$$

Ambil limit kiri dari $q_o(t)$ pada persamaan (14a), maka diperoleh :

$$Q = \left(W + \frac{D}{\theta_2}\right)\left(1 - e^{-\theta_2 t_1}\right) \qquad \text{(17)}$$

Fungsi $q_o(t)$ juga kontinu sepotong-potong pada $[0, nt_1]$ sehingga total *inventory* pada gudang OW selama $[0, nt_1]$ diberikan sebagai berikut :

$$G_2 = \sum_{j=1}^{n} \int_{(j-1)t_1}^{jt_1} q_o(t)dt = \frac{n}{\theta_2}\left[\left(W + \frac{D}{\theta_2}\right)\left(1 - e^{-\theta_2 t_1}\right) - Dt_1\right] \qquad \text{(18)}$$

Dari persamaan (14) dan (16) diperoleh :

$$W = \frac{D}{\theta_2}\left(e^{\theta_2 (t_2 - nt_1)} - 1\right) \qquad \text{(19)}$$

Total *inventory* di gudang OW pada interval $[nt_1 . t_2]$ adalah

$$G_3 = \int_{nt_1}^{t_2} q_o(t)dt = \frac{D}{\theta_2^{\,2}}\left[\left(e^{\theta_2 (t_2 - nt_1)}\right) - \theta_2 (t_2 - nt_1) - 1\right] \qquad \text{(20)}$$

Menggunakan persamaan (15) sejumlah barang yang di*backlog* selama periode $t_2 \le t \le T$ adalah :

$$Q_b = \int_{t_2}^{T} q_b(t)dt \quad = \frac{D}{\delta^2}\left(\left(1 - e^{-\delta (T - t_2)}\right) - \delta (T - t_2)\right) \qquad \text{(21)}$$

Oleh karena itu, jumlah kehilangan penjualan selama $[t_2, T]$ adalah :

$$Q_d = \sum_{j=1}^{n} \int_{(j-1)t_1}^{jt_1} \theta_1 q_r(t)dt + \sum_{j=1}^{n} \int_{(j-1)t_1}^{jt_1} \theta_2 q_o(t)dt + \int_{nt_1}^{t_2} \theta_2 q_o(t)dt \quad = G_1\theta_1 + (G_2 + G_3)\theta_2 \quad (22)$$

Fungsi tujuan $\prod_1(t_1, t', x; n)$ memuat elemen-elemen sebagai berikut :

i. Biaya pemesanan = $A(L) = a - bL^{\gamma}$

ii. Biaya penyimpanan $= G_1F(x) + (G_2 + G_3)H$

iii. Biaya *shortage* = $Q_b\, c_s$

iv. Biaya *opportunity* akibat dari kehilangan penjualan = $Q_{ls}\, c_g$

v. Biaya transportasi = $nQ\, c_t(x)$

vi. Biaya penyusutan barang = $Q_d\, c_d$

vii. Biaya pembelian = $p\left[S + \frac{D}{\delta}\left(1 - e^{-\delta(T-t_2)}\right)\right]$

viii. Pendapatan penjualan = $mp\left[Dt_2 + \frac{D}{\delta}\left(1 - e^{-\delta(T-t_2)}\right)\right]$

Jadi, total keuntungan dapat dirumuskan sebagai berikut :

$\prod(t_1, t', x; n) =$ Pendapatan penjualan – (biaya pembelian + biaya penyimpanan + biaya pemesanan + biaya *shortage* + biaya *opportunity* + biaya transportasi + biaya penyusutan)

$$= mp\left[Dt_2 + \frac{D}{\delta}\left(1 - e^{-\delta(T-t_2)}\right)\right] - p\left[S + \frac{D}{\delta}\left(1 - e^{-\delta(T-t_2)}\right)\right] -$$

$$G_1F(x) - (G_2 + G_3)H - A(L) - Q_b\, c_s - Q_{ls}\, c_g - nQ\, c_t(x) - Q_d\, c_d \quad (23)$$

Oleh karena itu, rata-rata keuntungan pada interval waktu $[0, T]$ adalah :

$$\overline{\prod}(t_1, t', x; n) = \frac{1}{T}\prod(t_1, t', x; n) \quad (24)$$

Diasumsikan bahwa waktu tunggu $(\tilde{L})$ sebagai bilangan *fuzzy trapezoida* yang diaproksimasi oleh suatu bilangan interval crisp. Untuk $\tilde{L} = (l_1, l_2, l_3, l_4)$ dengan metode interval terdekat diperoleh limit kiri dan limit kanan dari interval terdekat ke $(\tilde{L})$ adalah :

$L_L = \frac{1}{2}(l_1 + l_2)$ dan $L_R = \frac{1}{2}(l_3 + l_4)$

Selanjutnya dengan menggunakan interval aritmatika, fungsi tujuan pada persamaan (24) menjadi :

$$\overline{\prod}(t_1, t', x; n) = \left[\overline{\prod}_L(t_1, t', x; n), \overline{\prod}_R(t_1, t', x; n)\right]$$

dengan :

$$\overline{\prod}_L(t_1, t', x; n) = \frac{1}{L_R + t'}\prod_L(t_1, t', x; n) \text{ dan } \overline{\prod}_R(t_1, t', x; n) = \frac{1}{L_L + t'}\prod_R(t_1, t', x; n)$$

Selanjutnya model di atas ditransformasikan dalam masalah program multi objektif nonlinear bilangan bulat sebagai berikut :

$$\max \left\{\overline{\prod}_L(t_1, t', x; n), \overline{\prod}_C(t_1, t', x; n)\right\} \tag{25}$$

dengan $\overline{\prod}_C(t_1, t', x; n) = \frac{1}{2}\left(\overline{\prod}_L(t_1, t', x; n) + \overline{\prod}_R(t_1, t', x; n)\right)$ adalah center dari fungsi keuntungan.

Metode Penyelesaian

Model di atas adalah model multi objektif yang diselesaikan dengan metode kriteria global. Dengan metode kriteria global, masalah program multi objektif nonlinear bilangan bulat dikonversi dalam masalah single objektif. Berikut algoritma penyelesaian yang digunakan untuk menyelesaikan masalah program multi objektif integer nonlinear :

Tahap 1 : Untuk *n* bilangan bulat, selesaikan masalah program multi objektif di atas sebagai masalah single objektif menggunakan satu fungsi objektif pada suatu waktu dengan mengabaikan fungsi objektif yang lain.

Tahap 2 : Dari hasil tahap 1, tentukan vektor objektif ideal misalkan $\left(\overline{\pi}_L^0, \overline{\pi}_C^0\right)$. Vektor objektif ideal digunakan sebagai titik referensi sehingga masalah di atas menjadi :

$$\min\ (GC) = \min \left\{ \sum_{j=L,C} \left(\frac{\overline{\prod}_j(t_1, t', x, n) - \overline{\prod}_j^{\,0}}{\overline{\prod}_j^{\,0}} \right)^p \right\}^{1/p}, \ 1 \le p < \infty . \tag{26}$$

KESIMPULAN

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan prosedur penyelesaian dari suatu masalah *inventory* dua gudang dengan harga penjualan bergantung tingkat permintaan dan penyusutan barang. *Shortage* diperbolehkan dan di *backlog* sebagian. Dalam kasus real, biaya pemesanan menurun terhadap bertambahnya waktu tunggu/ *lead time*. *Lead time* ditentukan sebagai ketidakpastian dalam fuzzy yang dinyatakan dengan fungsi keanggotaan linear selanjutnya diaproksimasi ke suatu bilangan interval. Kemudian masalah tersebut dikonversi dalam masalah *inventory* multi objektif dimana fungsi-fungsi objektifnya direpresentasikan oleh limit kiri dan center dari fungsi-fungsi interval. Untuk memperoleh penyelesaian dari masalah *inventory* multi objektif tersebut digunakan metode kriteria global.

DAFTAR PUSTAKA

Chiang, J., Yao, J.-S., & Lee, H.-M. 2005. Fuzzy *inventory* with backorder defuzzification by signed distance method, *Journal of Information Science and Engineering* 21, 673–694.

Debdulal Panda & Samarjit Kar. 2005. Multi-item Stochastic and Fuzzy-Stochastic Inventory Models Under Imprecise Goal and Chance Constraints. *AMO - Advanced Modeling and Optimization*, Volume 7, Number 1.

Dey, J.K., Kar, S., & Maiti, M. 2005. An interactive method for *inventory* control with fuzzy lead-time and dynamic demand, *European Journal of Operational Research* 167, 381–397.

Ishibuchi, H. & Tanaka, H. 1990. Multiobjective programming in optimization of the interval objective function. *European Journal of Operational Research*, 48: 219-225.

K. Maity & M. Maiti. 2007. A numerical approach to a multi-objective optimal control problem for deteriorating multi-item under fuzzy inflation and discounting. *Computers and Mathematics with Applications*.

Lee, C.C. & Ma, C.Y. 2000. Optimal Inventory policy for deteriorating items with two-warehouse and time dependent demands. *Production Planning & Control* 11 (7), 689–696.

S. Papachristos & K. Skouri. 2003. An inventory model of deteriorating items, quantity discount, pricing and time-dependent partial backlogging. *International Journal of Production Economics* 83, 247-256.