

# Performance Improvement on Signal Arrival Estimation by Compressive Sensing Angle Sparsity and Multisnap Samples

## Peningkatan Kinerja Skema Estimasi Arah Kedatangan Sinyal dengan *Compressive Sensing* Sparsitas Sudut dan Sampel *Multisnap*

Koredianto Usman <sup>\*,1</sup>, Andriyan Bayu Suksmono<sup>2</sup>, Hendra Gunawan<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Sekolah Teknik Elektro dan Informatika, Institut Teknologi Bandung, Indonesia; Fakultas Teknik Elektro, Universitas Telkom, Bandung, Indonesia

<sup>2</sup> Sekolah Teknik Elektro dan Informatika, Institut Teknologi Bandung, Indonesia

<sup>3</sup> Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung, Indonesia

---

### Abstract

The development of compressive sensing has enabled many application solved using this technique. One of the application of compressive sensing in direction of arrival estimation techniques is reducing the number of samples of signals. There are three main schemes that utilized compressive sensing in direction of arrival estimation, namely: frequency sparsity technique, spatial sparsity technique, and angle sparsity technique. This research focuses on angle sparsity technique which is superior compared to other techniques in term of sample reduction and simplicity. Given those advantages, angle sparsity technique suffered in high noise environment. Especially, when SNR is less than 0 dB, this scheme produced estimation error of more than 5 degree. The estimation error grows unacceptable at SNR less than -5 dB where the estimation error is above 10 degree. A proposed method to mitigate this problem is to utilize multisnap samples. There are two multisnap schemes proposed here, which are simple multisnap and multisnap with outliers removal. Simulation results show that the estimation accuracy improves about 2 degree in SNR 0 dB and improve more than 10 degree in SNR -5 dB using simple multisnap. Outliers removal technique is further improve the accuracy, especially for SNR less than -5 dB.

keywords: Direction of Arrival Estimation, covariance matrix, Sparsity, Compressive Sensing, Matrix Completion

### Abstrak

Perkembangan teknik *compressive sensing* beserta pemanfaatannya digunakan pada berbagai penyelesaian permasalahan. Salah satu pemanfaatannya yang dibahas di sini adalah untuk pengurangan sampel pada skema estimasi arah kedatangan sinyal. Secara umum terdapat tiga skema besar pemanfaatan teknik *compressive sensing* untuk estimasi arah kedatangan: skema sparsitas frekuensi, skema sparsitas spasial dan skema sparsitas sudut. Dari ketiga teknik ini, skema sparsitas sudut menjadi fokus pada penelitian ini karena keuntungannya dalam mengurangi sampel yang superior dibandingkan dengan dua skema lainnya. Keuntungan lain dari skema ini adalah kesederhanaannya. Kekurangan dari skema ini adalah sensitifitas terhadap *noise*. Pada lingkungan dengan *noise* tinggi dengan SNR kurang dari 0 dB, skema ini menderita kesalahan estimasi sudut di atas lima derajat. Tingkat kesalahan estimasi meningkat pada level yang tidak dapat lagi diterima untuk SNR kurang dari -5 dB. Peningkatan ketahanan terhadap *noise* yang dilakukan pada penelitian ini adalah dengan menggunakan teknik *multisnap* sampel. Ada dua skema yang diusulkan yaitu teknik *multisnap* sederhana dan teknik *multisnap* dengan outliers removal. Hasil simulasi menunjukkan teknik *multisnap* sederhana meningkatkan akurasi sekitar 2 derajat pada SNR 0 dB. Pada SNR -5 dB terjadi peningkatan akurasi secara signifikan di atas 10 derajat. Pada teknik *multisnap* dengan *outliers removal* terjadi peningkatan akurasi lebih lanjut pada SNR kurang dari -5 dB.

kata kunci: Estimasi arah kedatangan sinyal, Matriks Kovariansi, Sparsitas, Compressive Sensing, Matrix Completion

---

\*Corresponding Author. Tel: +62-878-24836674  
Email: koredianto.usman@students.itb.ac.id  
Received: 28 Apr 2014; revised: 15 May 2014; accepted: 22 May 2014  
Published online: 30 May 2014  
© 2014 INKOM 2014/14-NO380

### 1. PENDAHULUAN

Teknik sampling klasik didasarkan atas teorema Nyquist-Shannon yang menyatakan bahwa sinyal analog harus disampling dengan frekuensi sampling sekurang-kurangnya dua kali frekuensi tertinggi dari sinyal yang disampling agar dapat direkonstruksi

dengan sempurna [1], [2]. Persyaratan ini dipenuhi oleh hampir semua peralatan akuisisi digital modern. Teknik sampling yang didasarkan pada teorema Nyquist-Shannon ini direalisasikan pada umumnya dengan menggunakan sampling periodik dengan jarak antar sampel yang memenuhi teorema tersebut. Syarat Nyquist-Shannon ini sering menyebabkan proses akuisisi menjadi lama dan data hasil akuisisi menjadi sangat besar.

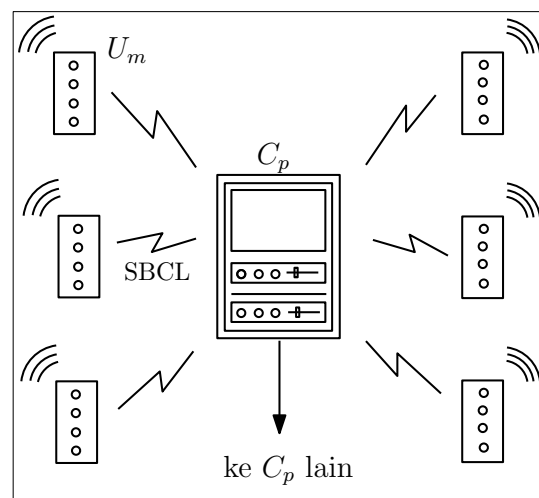
Pada beberapa jenis sinyal yang bersifat *sparse*, dimungkinkan untuk mensampling sinyal pada frekuensi yang jauh lebih kecil dibandingkan dengan frekuensi minimal yang disyaratkan oleh teorema Nyquist-Shannon tersebut. Skema ini disebut dengan teknik *compressive sensing* [3], [4], [5]. Yang dimaksud dengan sinyal *sparse* itu sendiri adalah sinyal yang hanya memiliki sedikit elemen yang tidak bernilai nol, sedangkan mayoritas sisanya bernilai nol.

Pengurangan sinyal ini membawa keuntungan pada beberapa aplikasi antara lain pada bidang kompresi, *channel coding*, *inverse problem* dan akuisisi data [4]. Pada bidang akuisisi data medis misalnya, teknik *compressive sensing* memungkinkan untuk mengambil data medis dalam durasi yang singkat. Pengurangan waktu akuisisi ini adalah penting untuk data medis yang memerlukan pemaparan organ tubuh manusia terhadap sinar-x atau sinar berbahaya lainnya. Pengurangan data yang signifikan juga penting pada aplikasi telekomunikasi dengan *bandwidth* terbatas seperti daerah terpencil atau daerah dengan sumber listrik terbatas.

Pada penelitian ini, teknik *compressive sensing* digunakan untuk mengurangi sampel sinyal pada aplikasi estimasi arah kedatangan sinyal. Estimasi arah kedatangan sinyal adalah satu dari tiga tugas utama sistem radar. Dua tugas lainnya adalah estimasi jarak dan estimasi kecepatan objek. Estimasi arah kedatangan dewasa ini dilakukan dengan *array* antena pasif. Algoritma estimasi arah kedatangan sinyal termasuk bidang penelitian yang berevolusi sejak tahun 1960-an. Algoritma klasik yang terkenal antara lain adalah algoritma Capon [6], algoritma *delay and sum (DAS)* [7], algoritma MUSIC [8], algoritma ESPRIT [9].

Keterbatasan kemampuan dan kecepatan komputasi menyebabkan pengembangan algoritma klasik pada masa lalu diarahkan untuk mengurangi tingkat kompleksitas. Skema-skema baru muncul untuk menyederhanakan komputasi algoritma klasik antara lain adalah Unitary Root-MUSIC [10], Unitary ESPRIT [11], dan Beam-space ESPRIT [12]. Arah baru dalam pengembangan teknik estimasi arah kedatangan sinyal adalah dengan teknik pengurangan sampel. Pengurangan sampel ini pada

skema *distributed monitoring radar system (DMRS)* sangat penting dan strategis untuk diterapkan pada negara kepulauan seperti Indonesia. Gambar 1 menunjukkan konfigurasi sederhana dari sistem DMRS. Pada Gambar 1 tersebut, teknik *compressive sensing* yang diterapkan pada *monitoring unit* menghasilkan data kecil. Data kecil ini selanjutnya dikirim ke unit pengolah pusat (*central processor*) melalui saluran data telekomunikasi terbatas. Data yang diterima oleh unit pengolah pusat direkonstruksi kembali untuk memperoleh hasil monitor dari tiap-tiap lokasi *monitoring unit*.



$C_p$  : Central Processor, pengolah pusat  
 $U_m$  : monitoring unit  
 SBCL : small bandwidth communication link

**Gambar 1.** Skema Distributed Monitoring Radar System sederhana.

Terdapat tiga skema besar penerapan *compressive sensing* pada pengurangan sampel sistem estimasi arah kedatangan sinyal yaitu skema sparsitas frekuensi, sparsitas spasial, dan sparsitas sudut. Sparsitas frekuensi mengambil pendekatan bahwa sinyal yang datang memiliki lebar pita sempit atau pun *single frequency*. Penelitian yang mengambil asumsi ini antara lain adalah [13], [14], [15], dan [16]. Sparsitas spasial mengambil pendekatan berbeda yaitu bahwa sinyal yang diterima oleh satu antena pada *array* adalah sama dengan sinyal yang diterima oleh antena yang berdekatan dengannya, dengan perbedaan hanya pada *time delay*. Pendekatan sparsitas spasial ini diteliti antara lain pada [17] dan [18]. Pendekatan sparsitas sudut menggunakan asumsi bahwa sinyal yang datang pada *array* antena berasal dari sudut-sudut tertentu saja sesuai dengan banyaknya sumber. Skema ini dipelopori oleh Gorodnitsy dan Rao [19].

Skema sparsitas sudut memiliki keuntungan utama dari sisi pengurangan jumlah sampel yang ekstrim,

serta simplisitas. Skema sparsitas sudut yang ditawarkan pada [19] bahkan hanya menggunakan satu sampel sinyal saja untuk mengestimasi arah kedatangan sinyal. Meskipun keuntungan tersebut, skema sparsitas sudut yang ditawarkan pada [19] memiliki kekurangan utama yaitu sensitif terhadap *noise*. Pada kondisi SNR kurang dari 0 dB, galat estimasi akibat *noise* mencapai lebih dari lima derajat. Bahkan untuk SNR -5 dB, standar deviasi galat estimasi sudut mencapai lebih dari sepuluh derajat.

Kontribusi dari penelitian ini adalah skema perbaikan dari skema sparsitas sudut dengan menggunakan teknik *multisnap* sampel. Teknik *multisnap* mengurangi sensitivitas skema asal dengan cara menstatistikkan beberapa sampel sekaligus. Skema perbaikan ini lebih lanjut ditingkatkan dengan menambahkan *outliers removal* untuk mengurangi dampak dari hasil estimasi yang jauh menyimpang dari nilai sebenarnya. Pengurangan dampak ini akan lebih meningkatkan akurasi secara keseluruhan.

Penyampaian hasil penelitian pada makalah ini disusun sebagai berikut. Bagian 2 membahas tentang metodologi penelitian yang dilakukan. Bagian 3 menyampaikan tentang percobaan dan hasil-hasilnya. Bagian 4 memaparkan diskusi tentang hasil-hasil yang dicapai serta perbandingannya dengan skema-skema yang telah dilakukan oleh peneliti lain. Bagian 5 menyimpulkan paparan pada penelitian ini serta arah penelitian selanjutnya.

## 2. METODOLOGI

Formulasi skema sparsitas sudut diperoleh dengan menggunakan asumsi bahwa sumber sinyal jumlahnya terbatas dan datang pada sudut yang berbeda. Dengan asumsi ini, maka pemindaian sudut azimuth dari rentang 0 sampai 180 derajat akan dihasilkan deteksi sinyal pada sudut-sudut tertentu yang berkorespondensi dengan sudut aktual kedatangan sinyal. Dengan demikian, pada formulasi persamaan *compressive sensing*

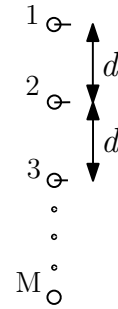
$$A \cdot x = b \quad (1)$$

matriks *sensing*  $A$  dipilih sebagai kumpulan *steering vector* yang berkorespondensi dengan sudut datang yang dipindai. Matrik *sensing*  $A$  dapat ditulis sebagai

$$A = [a_{\theta_1} \ a_{\theta_2} \ a_{\theta_3} \ \dots \ a_{\theta_N}]. \quad (2)$$

Vektor kolom  $a_{\theta_1}$  adalah *steering vector* pada arah kedatangan sinyal  $\theta_1$ . Selanjutnya, dengan asumsi bahwa susunan antenna adalah *uniformly linear array* (ULA), maka persamaan *steering vector* pada arah  $\theta_i$  adalah

$$a_{\theta_i} = [1 \ e^{-j\delta} \ e^{-j2\delta} \ \dots \ e^{-j(M-1)\delta}]. \quad (3)$$



**Gambar 2.** Susunan *uniform linear array* (ULA) dari  $M$  antenna isotropis dengan jarak antar antenna  $d$

Nilai  $\delta$  menunjukkan beda fasa antara dua antenna yang bersebelahan. Pada ULA, beda fasa ini dihitung dengan

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin(\theta_i). \quad (4)$$

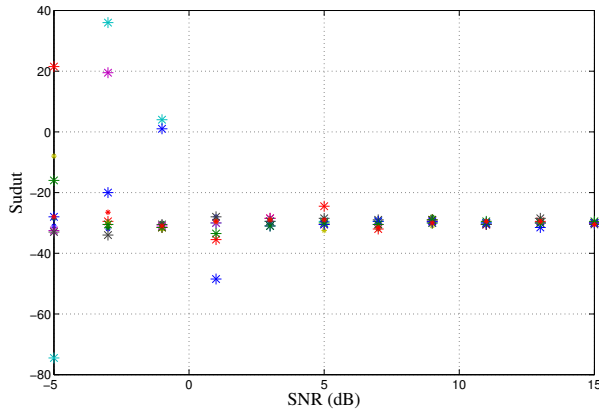
Pada Persamaan 4,  $d$  menyatakan jarak antar antenna pada ULA seperti yang diperlihatkan pada Gambar 2. Vektor  $b$  pada Persamaan 1 adalah vektor yang berasal dari *snapshot* dari sinyal yang diterima oleh tiap-tiap antenna pada waktu tertentu. Vektor  $x$  pada Persamaan 1 tersebut adalah vektor *sparse* yang akan dicari solusinya. Posisi tak nol pada vektor  $x$  mengindikasikan adanya sinyal yang datang pada arah tersebut. Oleh karena solusi dari Persamaan 1 adalah matrik *sparse*  $x$ , maka secara praktik, dengan menentukan posisi dari elemen tak nol pada matrik *sparse*  $x$  maka akan diperoleh sudut yang berkorespondensi. Sudut ini menjadi estimasi dari sinyal datang. Secara matematis, langkah ini dapat dinyatakan seperti Persamaan 5.

$$\theta = \text{supp}(x) \cdot r \quad (5)$$

dengan  $r$  adalah resolusi sudut pemindaian. Pemilihan  $r$  disesuaikan dengan tingkat akurasi yang diperlukan. Nilai tipikal dari  $r$  adalah 0,1 atau 1. Notasi  $\text{supp}(\cdot)$  menyatakan *support* dari vektor yaitu indeks dari elemen tak nol di dalamnya.

Skema dari metode *compressive sensing* dengan skema sparsitas sudut ini, seperti yang telah disinggung sebelumnya, hanya menggunakan satu *snapshot* sampel saja. Skema ini dengan demikian memiliki tingkat kompresi yang sangat tinggi dibandingkan dengan teknik *compressive sensing* yang berbasis sparsitas frekuensi maupun sparsitas spasial. Namun demikian, skema ini memiliki tingkat sensitivitas terhadap *noise* yang tinggi. Gambar 3 memperlihatkan kinerja skema

*compressive sensing* sparsitas sudut dengan satu sampel. Pada percobaan ini, peran *noise* diwakili oleh SNR yang berkisar dari -5 sampai 15 dB. Sumber sinyal berada pada sudut kedatangan -30 derajat. Pada simulasi ini digunakan susunan antena ULA dengan 12 elemen dan jarak antar elemen sebesar setengah panjang gelombang.



**Gambar 3.** Performa skema *compressive sensing* dengan sparsitas sudut untuk satu *snapshot* sampel.

Pada setiap SNR dilakukan sepuluh kali percobaan, hasil estimasi sudut ditampilkan sebagai sumbu tegak pada Gambar 3. Gambar 3 menunjukkan bahwa skema *compressive sensing* berbasis sparsitas spasial bekerja baik pada SNR di atas 5 dB. Sensitivitas terhadap *noise* ini terjadi karena skema tidak dapat mengantisipasi *noise* dengan hanya satu sampel [20]. Perbaikan dengan *multisnap* sampel diusulkan untuk mengantisipasi *noise* dengan menggunakan statistik dari sampel ke sampel. Perbaikan ini dilakukan pada vektor  $x$  dan  $b$  dari Persamaan 1. Gambar 4 menunjukkan skema yang diusulkan ini.

$$\begin{bmatrix} a_{1,0} & a_{1,1} & \dots & a_{1,\theta_x} & \dots & a_{1,360} \\ a_{2,0} & a_{2,1} & \dots & a_{2,\theta_x} & \dots & a_{2,360} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{M,0} & a_{M,1} & \dots & a_{M,\theta_x} & \dots & a_{M,360} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1k} \\ x_{21} & \dots & x_{2k} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ x_{M1} & \dots & x_{Mk} \end{bmatrix}$$

$\uparrow$  steering vector untuk sudut  $\theta_x$        $\uparrow$  Nilai tak nol menunjukkan lokasi sudut       $\uparrow$  keluaran antena  $k$  snapshot

**Gambar 4.** Skema *multisnap* sederhana

Pada Gambar 4 tersebut, skema asli dari skema sparsitas sudut diubah sehingga matrik  $b$  terdiri dari *multisnap* keluaran sekaligus. Matrik  $x$  juga diperluas untuk mengakomodasi *multisnap* dari matrik pengamatan  $b$ . Nilai tak nol pada hasil

rekonstruksi matrik *sparse*  $x$  yang menunjukkan arah sudut kedatangan terjadi pada posisi yang berbeda pada setiap kolom oleh karena *noise*. Dengan menggunakan informasi ini, akurasi dari estimasi sinyal dapat ditingkatkan dengan menstatistakkan hasil estimasi dari kolom-kolom ini. Dua cara estimasi dapat dilakukan seperti Persamaan 6 atau 7.

$$\theta_{est} = \max_{count_i}(supp(x_i) \cdot r) \quad (6)$$

atau

$$\theta_{est} = \frac{\sum supp(x_i) \cdot r}{N} \quad (7)$$

Terdapat beberapa cara untuk menyelesaikan permasalahan *compressive sensing* dengan *multisnap* sebagaimana yang dideskripsikan pada Gambar 4. Gorodnitsky dan Rao menggunakan teknik rekonstruksi berbasis pada algoritma Focal Underdetermined System Solver (FOCUSS). Namun skema ini sulit diterapkan pada multisnap sampel yang memerlukan deteksi paralel sekaligus. Pada penelitian ini digunakan skema *basis pursuit* (BP). Algoritma BP ini memiliki keunggulan pada kemampuannya yang menjamin konvergensi solusi serta fleksibilitas dalam menyelesaikan permasalahan *compressive sensing* dalam lingkungan ber-*noise* [10]. Terdapat beberapa paket program yang ditulis untuk rekonstruksi BP ini antara lain  $l_1$ -magic dan CVX programming. CVX programming adalah salah satu program convex programming yang populer dalam rekonstruksi sinyal. Program ini sendiri telah digabungkan menjadi paket Matlab. Paket program lain yang dapat digunakan adalah dengan *optimization toolbox* pada Matlab. CVX programming digunakan pada penelitian ini karena fleksibilitas dan kapabilitasnya dalam menyelesaikan permasalahan *compressive sensing* dalam lingkungan ber-*noise*. Penyelesaian dengan CVX programming diberikan pada rutin berikut:

```

start_cvx
variable x complex;
minimize norm(x,1)
subject to abs(A*x-b) <= threshold.
end_cvx
  
```

Peningkatan akurasi tambahan diperoleh dengan membuang hasil estimasi yang jauh dari nilai sebenarnya. Gambar 3 memperlihatkan kinerja skema *compressive sensing* sparsitas sudut standar dengan satu sampel sebagai fungsi SNR. Pada SNR rendah, terdapat beberapa hasil estimasi sudut yang menyimpang jauh dari nilai aktual. Pendeteksian penyimpangan ini secara sederhana dilakukan dengan menerapkan nilai ambang (*threshold*). Ada banyak cara untuk menetapkan nilai ambang,

namun pada penelitian ini, nilai *threshold* diambil sebagai fungsi dari standard deviasi sudut estimasi (Persamaan 8).

$$\Delta = g \cdot \sigma. \tag{8}$$

Pada Persaman 8,  $\Delta$  adalah *threshold*,  $\sigma$  adalah standard deviasi dari sudut estimasi dan  $g$  adalah suatu konstanta. Nilai  $g$  ditentukan secara empiris.

### 3. SIMULASI

#### 3.1 Simulasi skema asli

Pada bagian ini akan disimulasikan terlebih dahulu skema *compressive sensing* skema sparsitas sudut asli dengan satu sampel. Kinerja dari skema diukur dengan menggunakan tingkat kedekatan antara sudut kedatangan sinyal hasil estimasi dengan sudut kedatangan sebenarnya. Standar deviasi digunakan sebagai ukuran kedekatan tersebut. Untuk keperluan penilaian kinerja, digunakan dua skema estimasi arah kedatangan klasik tanpa *compressive sensing* yaitu MVDR [6] dan MUSIC [8] serta skema *compressive sensing* sparsitas sudut standar sebagai referensi.

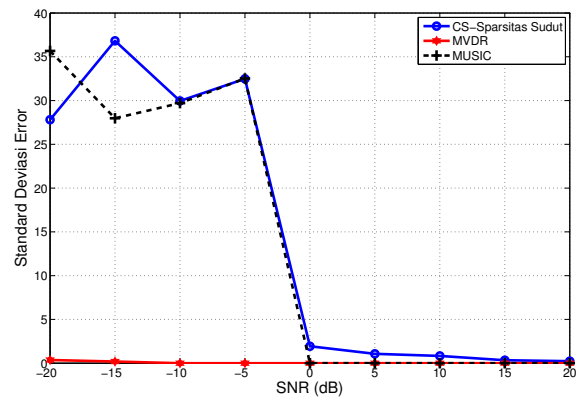
Pengaturan lingkungan simulasi adalah sebagai berikut:

- jumlah antena : 12,
- jumlah sumber : 1,
- sudut kedatangan sumber sinyal : -30 derajat,
- frekuensi kerja : 300 MHz,
- jarak antar antena : 0,5 panjang gelombang.

Hasil perbandingan terlihat pada Gambar 5. Pada gambar tersebut, terlihat bahwa performa dari algoritma klasik MVDR sangat superior dibandingkan dengan skema *compressive sensing* sparsitas sudut. Pada SNR -5 dB, kesalahan estimasi skema *compressive sensing* sparsitas sudut adalah di atas 10 derajat, sedangkan skema MVDR skema klasik MVDR tidak lebih dari 1 derajat. Ada pun skema MUSIC pada SNR rendah adalah hampir sama dengan skema *compressive sensing*. Hanya pada SNR lebih besar dari 0 skema MUSIC berhasil mendeteksi dengan hampir sempurna.

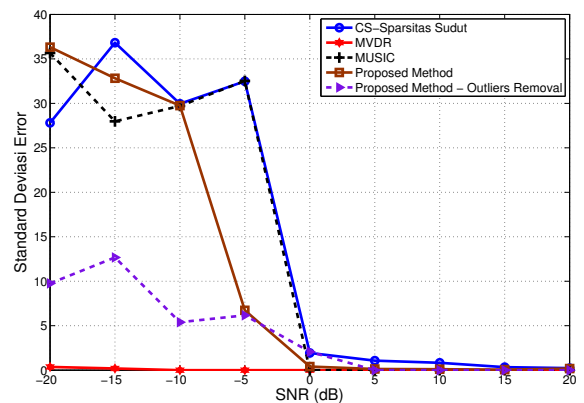
#### 3.2 Simulasi skema yang diusulkan

Skema *multi-snap* adalah skema yang berdasarkan pada ekstensi skema satu sampel dengan menggunakan beberapa sampel. Pada simulasi yang diujicobakan, skema *multisnap* sederhana yang diterapkan menggunakan 20 sampel sinyal. *Setting* simulasi dilakukan dengan parameter yang sama dengan percobaan sebelumnya. Untuk simulasi sistem *multisnap* sampel dengan outliers removal, jumlah sampel yang digunakan juga



**Gambar 5.** Perbandingan kinerja skema yang diusulkan dengan skema klasik dan skema *compressive sensing* sparsitas sudut standard

sama yaitu 20. Nilai  $g$  pada Persamaan 8 adalah 1. Semua hasil simulasi dirangkum pada Gambar 6. Hasil simulasi menunjukkan adanya perbaikan performa dibandingkan dengan skema satu sampel. Untuk SNR lebih dari 0 dB, skema *multisnap* sederhana menunjukkan tingkat akurasi yang sama baik dengan algoritma MUSIC dan MVDR. Skema *outliers removal* memberikan tambahan perbaikan pada SNR kurang dari -5 dB, namun masih kalah dengan skema *multisnap* sederhana untuk SNR di atas 0 dB.



**Gambar 6.** Perbandingan skema yang diusulkan dengan skema klasik dan skema *compressive sensing* sparsitas sudut standard.

### 4. DISKUSI

Teknik *compressive sensing* dengan skema sparsitas sudut yang diperkenalkan oleh Gorodnitsky dan Rao pada tahun 1997 memberikan arah baru pada eksploitasi teknik estimasi arah kedatangan sinyal. Seperti yang dipaparkan pada paper

klasik tersebut [19], teknik ini memberikan keuntungan pada sedikitnya sampel yang diperlukan untuk menentukan arah kedatangan sinyal. Keuntungan lain dari skema ini, seperti halnya skema *compressive sensing* pada umumnya, adalah ketajaman resolusi. Resolusi ini jauh lebih tajam dari pada skema klasik [13]. Potensi penelitian ini dapat diujicobakan pada skema lain sebagai seperti pada sensing dasar laut. Kumar et al. [15] menggunakan teknik *compressive sensing* untuk pemetaan laut dangkal. Konduktivitas air laut menyebabkan penurunan amplitudo sinyal yang dapat menyebabkan SNR sinyal yang tiba pada sensor *array* penerima menjadi rendah. Di sisi lain, pemetaan dasar laut yang luas memerlukan proses pemindaian yang *mobile* sehingga data kecil sangat membantu proses pemindaian di setiap titiknya. Penelitian lain pada yang dapat mengambil manfaat dari teknik ini adalah sistem dengan jumlah sensor sangat besar. Ramasamy et al. [21] menggunakan teknik *compressive sensing* untuk *steerable* antena dengan 1.024 elemen. Penelitian tersebut menggunakan 24 sampel untuk melakukan rekonstruksi dari *compressive sensing*. Hasil tersebut sebanding dengan teknik *multisnap* yang diusulkan yaitu antara 4 sampai 20 sampel. Pada kenyataannya keunggulan utama dari teknik *compressive sensing* terletak pada pengurangan sampel, sedangkan kecepatan komputasi secara relatif tidak menjadi kekuatan dari teknik *compressive sensing*. Perhitungan berat pada *compressive sensing* pada umumnya terjadi pada bagian rekonstruksi. Oleh karena itu, potensi penggunaan *compressive sensing* adalah pada aplikasi yang memiliki keterbatasan *bandwidth* atau sebab khusus seperti pada aplikasi medis.

## 5. KESIMPULAN

Pada paper ini telah dipaparkan skema perbaikan dari teknik *compressive sensing* sparsitas sudut untuk estimasi arah kedatangan berbasis *multisnap* sampel. Dua skema yang dipaparkan adalah *multisnap* sederhana dan *multisnap* dengan *outliers removal*. Kedua skema ini diusulkan sebagai perbaikan dari skema *compressive sensing* sparsitas sudut standard yang memiliki keunggulan pada sedikitnya jumlah sampel namun sensitif terhadap *noise*. Penambahan jumlah sampel dapat mengurangi efektifitas *compressive sensing* itu sendiri, namun dibandingkan dengan skema klasik yang mengikuti teorema Nyquist-Shannon, sampel yang diperlukan pada skema perbaikan ini masih jauh lebih sedikit. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memacu penelitian lanjutan untuk memperoleh skema *compressive sensing* serupa serta varian lainnya yang *robust* terhadap

*noise* namun masih mempertahankan keunggulan *compressive sensing*. Arah lainnya adalah investigasi matematika yang dapat menghasilkan skema universal *compressive sensing* untuk estimasi arah kedatangan sinyal.

## Ucapan Terima Kasih

Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada Yayasan Pendidikan Telkom serta Kementerian Pendidikan Nasional melalui Dirjen Pendidikan Tinggi atas dukungan dana penelitian melalui Beasiswa Pendidikan Pasca Sarjana Dalam Negeri 2013-2014.

## Daftar Pustaka

- [1] H. Nyquist, "Certain topics in telegraph transmission theory," *Transaction of AIEE*, vol. 47, p. 617644, Apr. 1928.
- [2] C. E. Shannon, "Communication in the presence of noise," *Proceeding of Institute of Radio Engineers*, vol. 37, no. 1, Jan 1949.
- [3] D. L. Donoho, "Compressed sensing," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 4, April 2006.
- [4] E. Candes and M. B. Wakin, "Compressive sampling," *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Madrid, Spain*, 2006.
- [5] R. Baraniuk, "Compressive sensing," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 24, Jul 2007.
- [6] J. Capon, "High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis," *Proceedings of the IEEE*, vol. 57, no. 8, pp. 1408–1418, Aug 1969.
- [7] S. Applebaum, "Adaptive arrays," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 24, no. 5, pp. 585–598, Sep 1976.
- [8] R. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 34, no. 3, pp. 276–280, Mar 1986.
- [9] R. Roy, A. Paulraj, and T. Kailath, "Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques esprit," *Proceeding of IEEE Military Communications (MILCOM) Conference - Communications*, vol. 3, Oct 1986.
- [10] M. Pesavento, A. B. Gershman, and M. Haardt, "Unitary root-music with a real-valued eigendecomposition: A theoretical and experimental performance study," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 48, no. 5, May 2000.
- [11] M. Haardt and J. Nosske, "Unitary esprit: How to obtain increased estimation accuracy with a reduced computational burden," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 43, no. 5, May 1995.
- [12] G. Xu, S. D. Silverstein, R. H. Roy, and T. Kailath, "Beamspace esprit," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 42, no. 2, Feb 1994.
- [13] A. C. Gurbuz and J. H. McClellan, "A compressive beamforming method," *Proceeding of the IEEE*

*International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2008.

- [14] A. Satheesh, B. Deepa, S. Bhai, and D. Anjana, "Compressive sensing for array signal processing," in *Proceeding of IEEE INDICON*, 2012.
- [15] N. S. Kumar, D. J. Philip, and C. Bhattacharya, "Doa estimation using compressive beamforming in shallow ocean using acoustic vector sensors," in *Proceeding of IEEE Indicon*, 2012.
- [16] Y. Chen, J. Huang, and C. He, "High resolution direction-of-arrival estimation based on compressive sensing with noval compression matrix," in *Proceeding of IEEE International Conference on Signal Processing, Communication, and Computing*, 2012.
- [17] Y. Wang, G. Leus, and A. Pandharipande, "Direction estimation using compressive sampling array processing," in *Proceeding of IEEE SSP*, 2009.
- [18] Y. Wang and G. Leus, "Space-time compressive sampling array," in *Proceeding of IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop*, 2010.
- [19] I. F. Gorodnitsky and B. D. Rao, "Sparse signal reconstruction from limited data using focuss: A re-weighted minimum norm algorithm," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, no. 3, March 1997.
- [20] S. M. Kay, *Statistical Signal Processing - Volume 1 : Estimation Theory*. Englewood Cliff, 1998.
- [21] U. M. Dinesh Ramasamy, Sriram Venkateswaran, "Compressive adaptation of large steerable arrays," in *Proceeding of Information Theory and Applications Workshop (ITA)*, 2012.

