

# **KAJIAN PERBANDINGAN RESPON DINAMIK LINIER DENGAN ANALISIS RIWAYAT WAKTU (TIME HISTORY ANALYSIS) MENGGUNAKAN MODAL ANALISIS (MODE SUPERPOSITION METHOD) DAN INTEGRASI LANGSUNG (DIRECT TIME INTEGRATION METHOD)**

<sup>1</sup>*Kevin,* <sup>2</sup>*Sanci Barus*

<sup>1</sup>*Departemen Teknik Sipil, Universitas Sumatera Utara,  
Jl. Perpustakaan No. 1 Kampus USU Medan  
Email :[kevin09138@yahoo.co.id](mailto:kevin09138@yahoo.co.id)*

<sup>2</sup>*Staff Pengajar Departemen Teknik Sipil, Universitas Sumatera Utara, Jl. Perpustakaan  
No. 1 Kampus USU Medan  
Email :[barussanci@gmail.co.id](mailto:barussanci@gmail.co.id)*

## **ABSTRAK**

Indonesia adalah negara yang dilalui 2 jalur seismik. Hal ini menyebabkan gempa bumi sering terjadi di negara ini. Bagi seorang insinyur teknik sipil khususnya struktur, beban gempa menjadi aspek penting yang perlu diperhitungkan dalam mendesain bangunan terutama dari segi struktural. Oleh karena itu diperlukan usaha-usaha penyederhanaan agar model analisis pengaruh gempa terhadap respon struktur dapat diperhitungkan oleh kebanyakan insinyur. Penyederhanaan yang dipakai adalah bahwa rekaman dari free field dianggap sebagai rekaman di bawah fondasi bangunan. Terdapat beberapa penyederhanaan untuk memperhitungkan efek gempa terhadap analisis struktur bangunan yaitu menggunakan Beban Ekivalen Statik, Spektrum Respon dan dengan Analisis Riwayat Waktu. Untuk memperhitungkan efek gempa terhadap analisis struktur bangunan yang digunakan pada tugas akhir saya ialah Model Analisis Riwayat Waktu adalah dasar struktur bangunan digetar oleh gempa yang pada umumnya memakai rekaman gempa tertentu. Untuk menganalisis masalah dinamik linier riwayat waktu terdapat dua metode, yaitu Modal Analisis dan Integrasi Langsung. Pada tugas akhir ini dianjurkan untuk menggunakan Metode Modal Analisis, karena hasilnya lebih akurat walaupun pengerjaannya memerlukan waktu yang lama dibandingkan dengan Metode Integrasi langung baik menggunakan Metode Newmark maupun Metode Wilson yang hasilnya kurang akurat namun waktu pengerjaan yang lebih cepat.

**Kata Kunci :***Analisis Riwayat Waktu, Modal analisis, Integrasi langsung, respon dinamik*

## **ABSTRACT**

Indonesia is a country that is traversed two seismic lines. This causes frequent earthquakes occur in this country. For a particular structural engineer civil engineering, seismic load becomes important aspects that need to be taken into account in the design of buildings, especially in terms of structural. It is therefore necessary simplification efforts that influence the analysis model of the earthquake response of the structure can be taken into account by most engineer. Simplification used is that the recording of the record considered as a free field under the building. There are some simplifications to account for the effects of the earthquake on the structural analysis of the building which is using Static Equivalent Loads, Response Spectrum and Time History Analysis (THA). To take into account the effect of the earthquake on the analysis of structures used in my final project is to model Time History Analysis is the basic structure of the shake building by earthquake recording in general use. To analyze problems linear dynamic time history there are two methods, namely Capital Analysis and Direct Time Integration method. In this final project, it is recommended to use the method of capital analysis, because the results are more accurate even if the process takes a long time compared to the method using either indirectly Integration Newmark Method and Wilson method whose results are less accurate but faster processing time.

**Key words :***(Time History Analysis, THA), Mode Superposition Method, Direct Integration Method, dynamic response*

## 1. PENDAHULUAN

### Latar Belakang

Indonesia adalah negara yang dilalui 2 jalur seismik. Hal ini menyebabkan gempa bumi sering terjadi di negara ini. Gerakan tanah akibat gempa bumi umumnya sangat tidak teratur dan hanya terjadi beberapa detik sampai puluhan detik saja, walaupun kadang-kadang dapat terjadi lebih dari satu menit. Oleh karena itu diperlukan usaha-usaha penyederhanaan agar model analisis pengaruh gempa terhadap respon struktur dapat diperhitungkan oleh kebanyakan insinyur. Terdapat beberapa penyederhanaan untuk memperhitungkan efek gempa terhadap analisis struktur bangunan yaitu menggunakan Beban Ekivalen Statik, Spektrum Respon dan dengan Analisis Riwayat Waktu (*Time History Analysis*, THA).

Model Analisis Riwayat Waktu (*Time History Analysis*) adalah dasar struktur bangunan digetar oleh gempa yang pada umumnya memakai rekaman gempa tertentu. Sebagaimana sifat beban dinamik maka penyelesaian/hitungan respon struktur tidak hanya dilakukan sekali tetapi dapat ratusan kali bahkan sampai ribuan kali. Untuk Keperluan itu, maka penyelesaian problem dinamik dengan memakai kalkulator tangan dirasa tidak praktis bahkan dapat dikatakan rasa tidak mungkin. Peralatan komputer dan penguasaan integrasi numerik merupakan prasyarat untuk menyelesaikan problem dinamik dengan model analisis *Time History Analysis* (THA).

Analisis dinamik linier riwayat waktu (*time history*) sangat cocok digunakan untuk analisis struktur yang tidak beraturan terhadap pengaruh gempa rencana. Mengingat gerakan tanah akibat gempa di suatu lokasi sulit diperkirakan dengan tepat, maka sebagai input gempa dapat didekati dengan gerakan tanah yang disimulasikan. Dalam analisis ini digunakan hasil rekaman akelerogram gempa sebagai input data percepatan gerakan tanah akibat gempa. Rekaman gerakan tanah akibat gempa diambil dari akelerogram gempa Kobe yang direkam. Dalam analisis ini redaman struktur yang harus diperhitungkan dapat dianggap 5% dari redaman kritisnya. Faktor skala yang digunakan =  $g \times I/R$  dengan  $g$  = percepatan gravitasi ( $g = 981 \text{ cm/det}^2$ ).

### Tujuan Penulisan

Tujuan yang ingin dicapai adalah membandingkan Modal Analisis (Mode Superposition Method) dengan metode Integrasi Lansung (Direct Time Integration Method) pada respon dinamik linier analisis riwayat waktu (*Time History*) dengan hasil analitis dengan menggunakan bantuan program SAP 2000 dan hitung manual 2 lantai.

## 2. TINJAUAN PUSTAKA

Persamaan diferensial yang mengatur respon sistem MDOF gempa yang disebabkan gerakan tanah:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{p}_{\text{eff}}(t) \quad (2.1)$$

Dimana:

$$\mathbf{p}_{\text{eff}}(t) = -\mathbf{m}\mathbf{u}\ddot{\mathbf{u}}_g(t) \quad (2.2)$$

Massa dan kekakuan matriks  $\mathbf{m}$  dan  $\mathbf{k}$ , dan vektor pengaruh  $\mathbf{u}$  ditentukan oleh metode sebelumnya. Redaman matriks  $\mathbf{c}$  tidak akan diperlukan dalam analisis modal respon gempa, melainkan rasio redaman modal cukup dan nilai-nilai numerik nya.

### Konsep Perencanaan Struktur

Konsep perencanaan struktur diperlukan sebagai dasar teori bagi perencanaan dan perhitungan struktur. Konsep ini meliputi pemodelan struktur, pembebaan, pengaruh gempa pada struktur, pemodelan tanah sebagai tumpuan dasar, evaluasi parameter dan daya dukung tanah.

## **1. Tinjauan perencanaan struktur tahan gempa**

Tinjauan ini diperlukan untuk mengetahui metode analisis yang akan digunakan untuk perencanaan struktur terhadap pengaruh gempa. Metode analisis yang dapat digunakan untuk memperhitungkan pengaruh gempa. Metode analisis yang dapat digunakan untuk memperhitungkan pengaruh beban gempa terhadap struktur adalah sebagai berikut :

### **2. Metode analisis statik**

Metode perancangan struktur bangunan terhadap pengaruh beban gempa secara statis, pada prinsipnya adalah mengantikan gaya-gaya horizontal yang bekerja pada struktur akibat pergerakan tanah dan gaya-gaya statis yang ekivalen, dengan tujuan peyederhanaan dan kestabilan dalam perhitungan. Metode ini diasumsikan bahwa gaya horizontal akibat beban gempa yang bekerja pada suatu elemen struktur, besarnya ditentukan berdasarkan hasil perkalian antara suatu konstanta berat atau massa dari elemen struktur tersebut.

### **3. Metode analisis dinamis**

Analisis dinamis untuk perancangan struktur tahan gempa dilakukan jika diperlukan evaluasi yang lebih akurat dari gaya-gaya gempa yang bekerja pada struktur, serta untuk mengetahui perilaku dari struktur akibat pengaruh gempa. Pada struktur bangunan tingkat tinggi atau struktur dengan bentuk atau konfigurasi yg tidak teratur. Analisis dinamis dapat dilakukan dengan cara elastis dibedakan Analisis Ragam Riwayat Waktu (Time History Modal Analysis), dimana pada cara ini diperlukan rekaman percepatan gempa, dan Analisis Ragam Spektrum Respon (*Response Spectrum Modal Analysis*), dimana pada cara ini respon maksimum dari tiap ragam getar yang terjadi didapat dari Spektrum Respon Rencana (*Design Spectra*). Sedangkan pada analisis dinamis inelastis digunakan untuk mendapatkan respon struktu akibat pengaruh gempayang sangat kuat dengan cara integrasi *langsung* (*Direct Integration Method*).

## **Pembebanan**

Besar dan macam beban yang bekerja pada struktur sangat tergantung dengan jenis struktur. Berikut ini akan disajikan jenis-jenis beban, data beban serta faktor-faktor dan kombinasi pembebanan sebagai dasar acuan bagi perhitungan struktur. Jenis-jenis beban yang biasa diperhitungkan dalam perencanaan struktur bangunan gedung adalah sebagai berikut :

### **1. Beban mati (*Dead Load*)**

Beban mati merupakan beban yang bekerja akibat gravitasi yang bekerja tetap pada posisinya secara terus menerus dengan arah ke bumi tempat struktur didirikan. Yang termasuk beban mati adalah berat struktur sendiri dan juga semua benda yang tetap posisinya selama struktur berdiri

### **2. Beban hidup (*Live Load*)**

Beban hidup merupakan beban yang terjadi akibat penghunian atau penggunaan suatu gedung dan barang-barang yang dapat berpindah, seperti mesin dan peralatan lain yang dapat digantikan selama umur gedung.

### **3. Beban gempa**

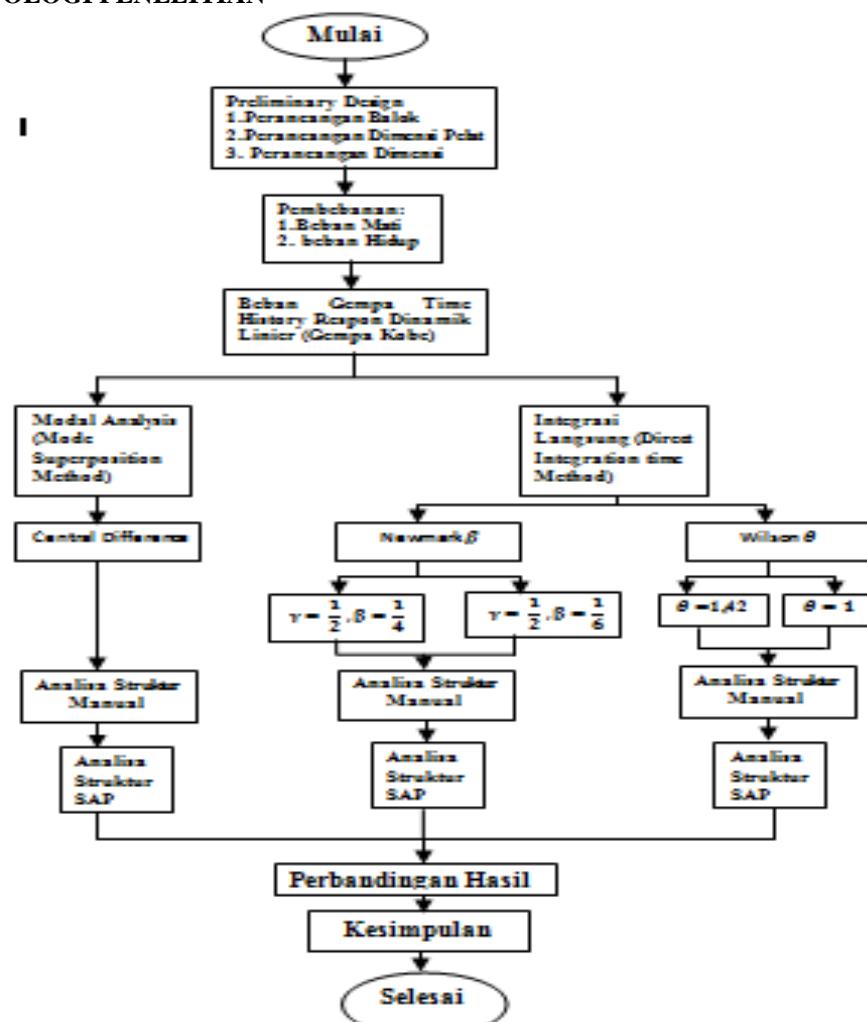
Menurut Peraturan Pembebanan Indonesia tentang Gedung, pengertian mengenai beban angin dan gempa adalah beban angin ialah semua beban yang bekerja pada gedung atau bagian gedung yang disebabkan oleh selisih dalam tekanan udara dan Beban gempa ialah semua beban statik ekivalen yang bekerja pada gedung atau bagian gedung yang menirukan pengaruh dari gerakan tanah akibat gempa itu. Dalam hal pengaruh gempa pada struktur gedung ditentukan berdasarkan suatu analisa dinamik, maka yang diartikan dengan beban gempa disini adalah gaya-gaya di dalam struktur tersebut yang terjadi oleh gerakan tanah akibat gempa itu.

Untuk memperhitungkan efek gempa terhadap analisis struktur bangunan yang digunakan pada tugas akhir saya ialah Model Analisis Riwayat Waktu (*Time History Analysis*) adalah dasar struktur bangunan digetar oleh gempa yang pada umumnya memakai

rekaman gempa tertentu. Sebagaimana sifat beban dinamik maka penyelesaian/hitungan respon struktur tidak hanya dilakukan sekali tetapi dapat ratusan kali bahkan sampai ribuan kali. Untuk Keperluan itu, maka penyelesaian problem dinamik dengan memakai kalkulator tangan (hand calculator) dirasa tidak praktis bahkan dapat dikatakan rasa tidak mungkin. Peralatan komputer dan penguasaan integrasi numerik merupakan prasyarat untuk menyelesaikan problem dinamik dengan model analisis *Time History Analysis* (THA). (Widodo, 2001)

Untuk menganalisis masalah dinamik linier riwayat waktu (*time history*) terdapat dua metode, yaitu Modal Analisis (Mode Superposition Method) dan Integrasi Langsung (Direct Time Integration Method).

### 3. METODOLOGI PENELITIAN



Langkah-langkah Perhitungan :

- Preliminary Design
  1. Perancangan Balok
  2. Perancangan Dimensi Pelat
  3. Perancangan Dimensi Kolom
- Hitung Beban Mati dan Beban Hidup
- Hitung Beban Gempa

- Hitung kekakuan kolom:  $K = \frac{12EI}{L^3}$
  - Hitung massa tiap lantai:  $m_n = \frac{w_n}{g}$
  - Menentukan matriks massa dan matriks kekakuan pada bangunan 2 lantai
- $$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}$$
- $$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}$$
- Menentukan matriks redaman:  $[C] = a_0 \cdot [M]$
  - Mencari eigenvalue ( $\omega^2$ ), frekuensi ( $f$ ) dan periode getaran ( $T$ )
- $$\text{Det}[K - \omega_n^2 M] = 0$$
- $$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}$$
- $$T_n = \frac{1}{f_n}$$
- Mencari nilai eigenvector:  $\phi_{jn} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix}$
  - Mencari Frekensi getar alami:  $\omega = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$
  - Mencari Faktor Eksitasi Gempa (Earthquake Excitation factor):  $L_n = \{\emptyset_n^T\}[m]\{\bar{r}\}$
  - Mencari Generalized mass:  $M_n = \{\emptyset_n^T\}[m]\{\phi_n\}$
  - Mencari modal partisipasi ragam getaran ( $\Gamma$ )

$$\Gamma_n = \frac{L_n}{M_n} = \frac{\sum_{j=1}^N m \bar{r} \phi_{jn}}{\sum_{j=1}^N m \phi_{jn}^T \phi_{jn}}$$

Check: nilai  $\Gamma_{total} = 1$

## 1. Metode Modal Analysis

- Tentukan pergerakan tanah  $\ddot{u}_g(t)$  pada setiap tahap  $\Delta t$
- Tentukan matriks massa, matrik kekakuan dan modal rasio redaman  $\xi_n$
- Tentukan frekuensi getar alami  $\omega_n$  dan mode getar alami  $\phi_n$
- Hitung komponen modal  $s_n$  pada distribusi efektivitas gaya gempa.
- Hitung kontribusi respon pada mode ke-n, dimana setiap mode n=1,2,3,..., N. (Hitung menggunakan Metode Time-stepping )

## 2. Metode Central Difference

Integrasi numerik persamaan differensial :

Persamaan Differensial yang dimaksud:

$$D_{i+1} = \frac{-\ddot{u}_t - a \cdot D_i - b \cdot D_{i-1}}{k} \rightarrow D_n$$

Dimana:

$$a = \left[ w_n^2 - \frac{2}{(\Delta t)^2} \right]$$

$$b = \left[ \frac{1}{(\Delta t)^2} - \frac{2\zeta \cdot w_n}{2\Delta t} \right]$$

$$\hat{k} = \left[ \frac{1}{(\Delta t)^2} + \frac{2\zeta \cdot w_n}{2\Delta t} \right]$$

Pada awalnya:

$$D_0 = 0 \text{ dan } \dot{D}_0 = 0$$

Maka,

$$\ddot{D}_0 = \frac{-u_0 - c\ddot{D}_0 - kD_0}{m}$$

Dan

$$D_{i-1} = D_0 - (\Delta t)\dot{D}_0 + \frac{(\Delta t)^2}{2}\ddot{D}_0 = 0$$

Perpindahan:

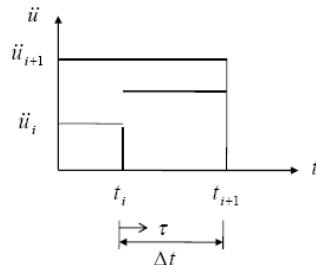
$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = [\Gamma_1] \begin{Bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \end{Bmatrix} \{D_1\} + [\Gamma_2] \begin{Bmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{22} \end{Bmatrix} \{D_2\}$$

Percepatan:

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1 &= \ddot{u}_g + ([\Gamma_1]\{\phi_{11}\}\{D_1\} + [\Gamma_2]\{\phi_{12}\}\{D_2\}) \\ \ddot{u}_2 &= \ddot{u}_g + ([\Gamma_1]\{\phi_{21}\}\{D_1\} + [\Gamma_2]\{\phi_{22}\}\{D_2\}) \end{aligned}$$

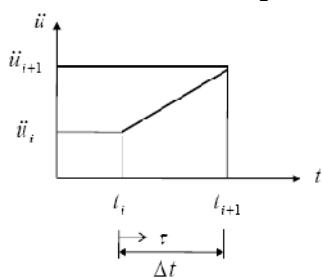
### 3. Metode Integrasi langsung (Newmark- $\beta$ )

Average Acceleration ( $\gamma = \frac{1}{2}$ ;  $\beta = \frac{1}{4}$ )



**Gambar 1** Grafik Average Acceleration (sumber: Chopra, 1995)

Linear Acceleration ( $\gamma = \frac{1}{2}$ ;  $\beta = \frac{1}{6}$ )



**Gambar 2** Grafik Linear Acceleration (sumber: Chopra, 1995)

#### 1. Perhitungan awal

$$1.1 (q_n)_0 = \frac{\phi_n^T m \omega_0}{\phi_n^T m \phi_0} (q_n)_0 = \frac{\phi_n^T m \omega_0}{\phi_n^T m \phi_0}$$

$$q_0^T = \langle (q_1)_0, \dots, (q_J)_0 \rangle \dot{q}_0^T = \langle (q_1)_0, \dots, (q_J)_0 \rangle$$

$$1.2 \quad P_0 = \Phi^T p_0$$

$$1.3 \quad \text{Hitung: } M\ddot{u}_0 = P_0 - C\dot{u}_0 - Ku_0 \Rightarrow \ddot{u}_0$$

1.4 Tentukan  $\Delta t$

$$1.5 \quad \hat{K} = K + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} C + \frac{1}{\beta (\Delta t)^2} M$$

$$1.6 \quad a = \frac{1}{\beta \Delta t} M + \frac{\gamma}{\beta} C$$

$$1.7 \quad b = CM + \Delta t \left( \frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) C$$

2. Hitung pada setiap nilai i

$$2.1 \quad P_i = \Phi^T p_i$$

$$2.2 \Delta \hat{P}_i = \Delta P_i + a \dot{u}_i + b \ddot{u}_i$$

$$2.3 \hat{K} \Delta u_i = \Delta \hat{P}_i \Rightarrow \Delta u_i$$

$$2.4 \Delta \dot{u}_i = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \Delta u_i - \frac{\gamma}{\beta} \Delta \dot{u}_i + \Delta t \left( 1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \Delta \ddot{u}_i$$

$$2.5 \Delta \ddot{u}_i = \frac{1}{\beta (\Delta t)^2} \Delta u_i - \frac{\gamma}{\beta} \Delta \dot{u}_i - \frac{1}{2\beta} \Delta \ddot{u}_i$$

$$2.6 u_{i+1} = u_i + \Delta u_i; \quad \dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \Delta \dot{u}_i; \quad \ddot{u}_{i+1} = \ddot{u}_i + \Delta \ddot{u}_i$$

Untuk setiap tahap waktu selanjutnya

Masukkan i dengan i+1 dan ulangi langkah 2.1 sampai 2.6 untuk setiap tahap waktu.

### 3. Metode Integrasi Langsung (Wilson-θ)

1. Perhitungan awal

$$1.1 M \ddot{u}_0 = p_0 - C \dot{u}_{0-}(fs)_0 \rightarrow \ddot{u}_0$$

1.2 Tentukan  $\Delta t$  dan  $\theta$  (Untuk  $\theta = 1$ , ini seperti metode *Linear Acceleration*, jika  $\Delta t < 0,0551T_N$ ; untuk  $\theta = 1,42$  adalah pada keadaan optimal)

$$1.3 a = \left[ \frac{6}{\theta (\Delta t)} M + 3C \right]$$

$$1.4 b = \left[ 3M + \frac{\theta \Delta t}{2} C \right]$$

2. Hitung untuk setiap tahap waktu i

$$2.1 \delta \hat{P}_i = \theta(\Delta P_i) + a \dot{u}_i + b \ddot{u}_i$$

$$2.2 \hat{K}_i = k_i + \frac{3}{\theta \Delta t} c + \frac{6}{(\theta \Delta t)^2} m$$

$$2.3 \hat{K} \delta u_0 = \delta \hat{P}_0$$

$$2.4 \delta \ddot{u}_i = \frac{6}{(\theta \Delta t)^2} \delta u_i - \frac{6}{\theta \Delta t} \dot{u}_i - 3 \ddot{u}_i$$

$$2.5 \Delta \ddot{u}_i = \frac{1}{\theta} \delta \ddot{u}_i; \quad \Delta \dot{u}_i = (\Delta t) \ddot{u}_i + \frac{\Delta t}{2} \Delta \ddot{u}_i; \quad \Delta u_i = (\Delta t) \dot{u}_i + \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{u}_i + \frac{(\Delta t)^2}{6} \Delta \ddot{u}_i$$

$$2.6 u_{i+1} = u_i + \Delta u_i; \quad \dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \Delta \dot{u}_i; \quad \ddot{u}_{i+1} = \ddot{u}_i + \Delta \ddot{u}_i$$

3. Untuk setiap tahap waktu selanjutnya

Masukkan i dengan i+1 dan ulangi langkah 2.1 sampai 2.6 untuk setiap tahap waktu.

Untuk gaya lateral statik ekivalen setiap tingkat

$$f_n(t) = s_n A_n(t)$$

$$\text{Dimana: } s_n = \Gamma_n m \phi_n$$

$$A_n(t) = \omega_n^2 D_n(t) \rightarrow D_n(t) = \frac{\ddot{u}_{g,i} - a D_i - b D_i}{k_n}$$

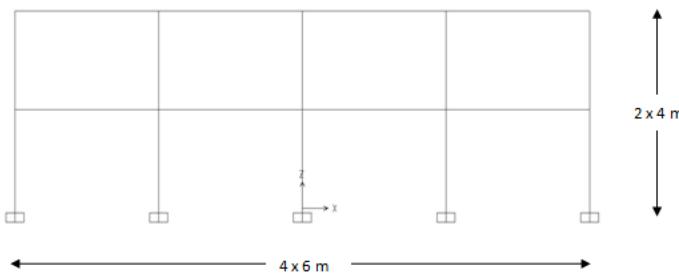
$$\text{Sehingga: } f_n(t) = \omega_n^2 m \Gamma_n \phi_n D_n(t)$$

Total base shear :

$$V_{bn} = \sum_{j=1}^N f_{jn}$$

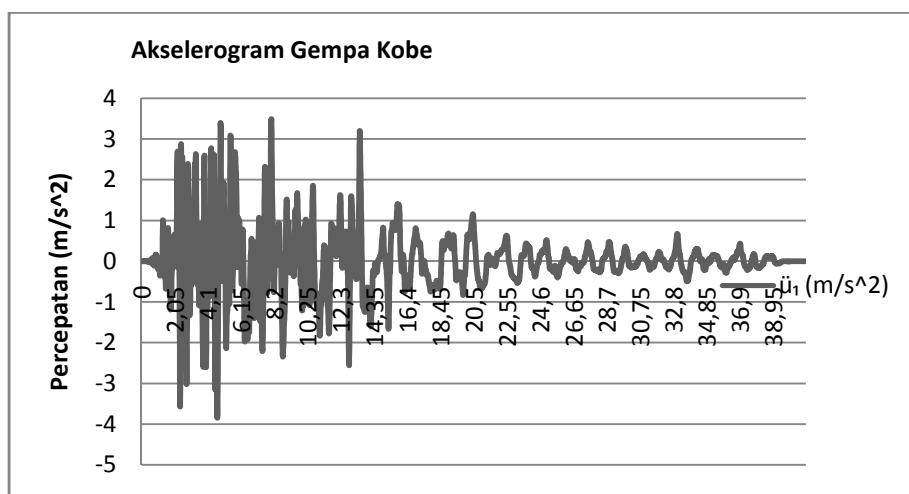
#### 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

**4.1** Perhitungan Time History perpindahan, percepatan, interstory drift setiap lantai serta base shear total



Asumsi yang digunakan dalam pemodelan dan analisis struktur portal , yaitu:

- a. Struktur bangunan yang dianalisis merupakan portal beton bertulang pemikul momen 2D (dua dimensi) .
- b. Fungsi Gedung untuk Perkantoran
- c. Berat Jenis Beton Bertulang ( $\rho$ ) =  $2400 \text{ kg/m}^3$
- d. Kekuatan beton yang dipakai  $f'_c = 30 \text{ Mpa}$
- e. Tegangan leleh baja,tulangan direncanakan  $f_y = 400 \text{ Mpa}$  untuk tulangan utama dan  $f_y = 240 \text{ Mpa}$  untuk tulangan geser
- f. Modulus Elastisitas ( $E$ ) =  $20000 \text{ MPa} = 2 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$
- g. Percepatan gravitasi ( $g$ ) =  $9,81 \text{ m/s}^2$
- h. Damping rasio  $\xi = 5 \%$
- i. Tebal pelat lantai ( $t$ ) =  $10 \text{ cm}$
- j. Dimensi Balok direncanakan  $25 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$



Gambar 3 Akselerogram gempa Kobe

**Hasil Perhitungan Time History perpindahan, percepatan, interstory drift setiap lantai serta base shear total:**

**Tabel 1 : Respon Struktur MDOF dengan Metode Modal Analisis**

i	time (sec)	Acc(g)	$\ddot{u}_g$ (m/det <sup>2</sup> )	Perpindahan		Interstorey Drift		Percepatan		Gaya Lateral Statik Ekuivalen		Base Shear Vbn (kgf)
				u1 (m)	u2 (m)	$\Delta_1$ (m)	$\Delta_2$ (m)	$\ddot{u}_1$ (m/s <sup>2</sup> )	$\ddot{u}_2$ (m/s <sup>2</sup> )	f <sub>1</sub> (kgf)	f <sub>2</sub> (kgf)	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0,02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0,03	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0,04	0,00001	0,0000981	0	0	0	0	9,81E-05	9,81E-05	0	0	0
5	0,05	0,00002	0,0001962	-9,9E-09	-9,9E-09	-9,9E-09	4,57E-11	0,000196	0,000196	-0,03958	-0,03415	-0,07373
6	0,06	-0,00001	-0,0000981	-3,9E-08	-4E-08	-3,9E-08	-1,7E-10	-9,8E-05	-9,8E-05	-0,15751	-0,13693	-0,29444
7	0,07	-0,00005	-0,0004905	-5,8E-08	-6E-08	-5,8E-08	-1,9E-09	-0,00049	-0,00049	-0,23193	-0,20659	-0,43853
8	0,08	-0,00008	-0,0007848	-2,4E-08	-3,1E-08	-2,4E-08	-6,1E-09	-0,00078	-0,00078	-0,10112	-0,10599	-0,20711
9	0,09	-0,00007	-0,0006867	8,95E-08	7,78E-08	8,95E-08	-1,2E-08	-0,00069	-0,00069	0,351767	0,269666	0,621433
10	0,1	-0,00009	-0,0008829	2,71E-07	2,57E-07	2,71E-07	-1,4E-08	-0,00088	-0,00088	1,074756	0,889951	1,964707

**Tabel 2 : Respon Struktur MDOF dengan Metode Integrasi Langsung (Newmark- $\beta$ ) Average Acceleration Method**

i	time (sec)	Acc(g)	$\ddot{u}_g$ (m/s <sup>2</sup> )	Perpindahan		Kecepatan		Percepatan		Interstorey Drift		Gaya lateral Statik Ekuivalen		Total Base Shear Vbn
				u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>	$\dot{u}_1$	$\dot{u}_2$	$\ddot{u}_1$	$\ddot{u}_2$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	1	2	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0,02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0,03	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0,04	0,00001	0,0000981	2,39E-09	2,41E-09	4,77E-07	4,82106E-07	9,54194E-05	9,64E-05	2,39E-09	2,5E-11	0,00954	0,00835	0,01789
5	0,05	0,00002	0,0001962	1,41E-08	1,44E-08	1,87E-06	1,91156E-06	0,000183659	0,000189	1,41E-08	2,45E-10	0,056522	0,049808	0,10633
6	0,06	-0,00001	-9,81E-05	3,44E-08	3,56E-08	2,19E-06	2,3254E-06	-0,000120231	-0,00011	3,44E-08	1,12E-09	0,137748	0,123191	0,260939
7	0,07	-0,00005	-0,000491	4,07E-08	4,39E-08	-9,3E-07	-6,57226E-07	-0,000503706	-0,00049	4,07E-08	3,16E-09	0,162934	0,152083	0,315017
8	0,08	-0,00008	-0,000785	-7,9E-11	5,99E-09	-7,2E-06	-6,92597E-06	-0,000757108	-0,00076	-7,9E-11	6,07E-09	-0,00032	0,020744	0,020428
9	0,09	-0,00007	-0,000687	-1,1E-07	-9,8E-08	-1,4E-05	-1,39572E-05	-0,000588747	-0,00064	-1,1E-07	7,64E-09	-0,42418	-0,34095	-0,76513
10	0,1	-0,00009	-0,000883	-2,8E-07	-2,7E-07	-2E-05	-2,12249E-05	-0,000689753	-0,00081	-2,8E-07	3,33E-09	-1,11043	-0,95029	-2,06072

**Tabel 3 : Respon Struktur MDOF dengan Metode Integrasi Langsung (Newmark- $\beta$ ) Linear Acceleration Method**

i	time (sec)	Acc(g)	$\ddot{u}_g$ (m/s <sup>2</sup> )	Perpindahan		Kecepatan		Percepatan		Interstorey Drift		Gaya lateral Statik Ekuivalen		Total Base Shear Vbn
				u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>	$\dot{u}_1$	$\dot{u}_2$	$\ddot{u}_1$	$\ddot{u}_2$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	1	2	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0,02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0,03	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0,04	0,00001	0,0000981	2,39E-09	2,41E-09	4,77E-07	4,82106E-07	9,54194E-05	9,64E-05	2,39E-09	2,5E-11	0,00954	0,00835	0,01789
5	0,05	0,00002	0,0001962	1,41E-08	1,44E-08	1,87E-06	1,91156E-06	0,000183659	0,000189	1,41E-08	2,45E-10	0,056522	0,049808	0,10633
6	0,06	-0,00001	-9,81E-05	3,44E-08	3,56E-08	2,19E-06	2,3254E-06	-0,000120231	-0,00011	3,44E-08	1,12E-09	0,137748	0,123191	0,260939
7	0,07	-0,00005	-0,000491	4,07E-08	4,39E-08	-9,3E-07	-6,57226E-07	-0,000503706	-0,00049	4,07E-08	3,16E-09	0,162934	0,152083	0,315017
8	0,08	-0,00008	-0,000785	-7,9E-11	5,99E-09	-7,2E-06	-6,92597E-06	-0,000757108	-0,00076	-7,9E-11	6,07E-09	-0,00032	0,020744	0,020428
9	0,09	-0,00007	-0,000687	-1,1E-07	-9,8E-08	-1,4E-05	-1,39572E-05	-0,000588747	-0,00064	-1,1E-07	7,64E-09	-0,42418	-0,34095	-0,76513
10	0,1	-0,00009	-0,000883	-2,8E-07	-2,7E-07	-2E-05	-2,12249E-05	-0,000689753	-0,00081	-2,8E-07	3,33E-09	-1,11043	-0,95029	-2,06072

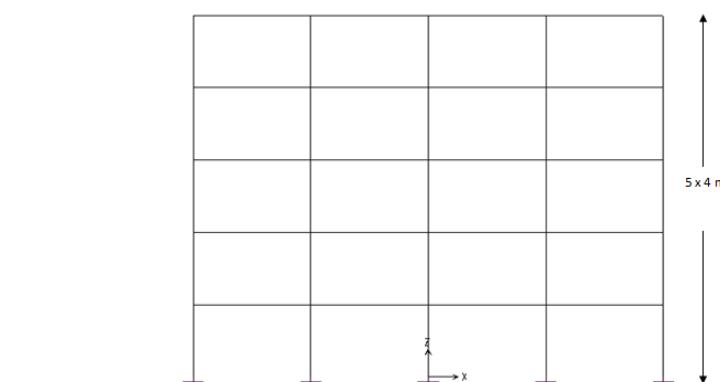
Tabel 4 : Respon Struktur MDOF dengan Metode Integrasi Langsung (Wilson- $\theta = 1$ )

i	time (sec)	Acc(g)	$\ddot{u}_g$ (m/s <sup>2</sup> )	Perpindahan		Kecepatan		Percepatan		Interstorey Drift		Gaya lateral Statik Ekvivalen		Total Base Shear Vbn
				$u_1$	$u_2$	$\dot{u}_1$	$\dot{u}_2$	$\ddot{u}_1$	$\ddot{u}_2$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	1	2	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0,02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0,03	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0,04	0,00001	0,0000981	1,6E-09	1,61E-09	4,79E-07	4,82E-07	9,58E-05	9,64E-05	1,6E-09	1,13E-11	0,006268	0,006312	0,01258
5	0,05	0,00002	0,0001962	1,26E-08	1,28E-08	1,88E-06	1,91E-06	0,000184	0,00019	1,26E-08	1,55E-10	0,049669	0,050279	0,099948
6	0,06	-0,00001	-9,81E-05	3,56E-08	3,65E-08	2,2E-06	2,33E-06	-0,00012	-0,00011	3,56E-08	8,99E-10	0,139671	0,143203	0,282874
7	0,07	-0,00005	-0,000491	4,51E-08	4,8E-08	-9,4E-07	-6,6E-07	-0,00051	-0,00049	4,51E-08	2,95E-09	0,176993	0,188564	0,365557
8	0,08	-0,00008	-0,000785	6,18E-09	1,24E-08	-7,3E-06	-6,9E-06	-0,00076	-0,00076	6,18E-09	6,22E-09	0,024273	0,048706	0,07298
9	0,09	-0,00007	-0,000687	-1E-07	-9,3E-08	-1,4E-05	-1,4E-05	-0,00059	-0,00064	-1E-07	8,59E-09	-0,39909	-0,36534	-0,76443
10	0,1	-0,00009	-0,000883	-2,7E-07	-2,7E-07	-2E-05	-2,1E-05	-0,00069	-0,00081	-2,7E-07	5,36E-09	-1,07191	-1,05087	-2,12278

Tabel 5 : Respon Struktur MDOF dengan Metode Integrasi Langsung (Wilson- $\theta = 1,42$ )

i	time (sec)	Acc(g)	$\ddot{u}_g$ (m/s <sup>2</sup> )	Perpindahan		Kecepatan		Percepatan		Interstorey Drift		Gaya lateral Statik Ekvivalen		Total Base Shear Vbn
				$u_1$	$u_2$	$\dot{u}_1$	$\dot{u}_2$	$\ddot{u}_1$	$\ddot{u}_2$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	1	2	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0,02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0,03	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0,04	0,00001	0,0000981	1,57359E-09	1,59548E-09	4,72078E-07	4,78644E-07	9,44E-05	9,57E-05	1,57E-09	2,19E-11	0,00618	0,006266	0,012447
5	0,05	0,00002	0,0001962	1,24585E-08	1,27075E-08	1,84924E-06	1,89767E-06	0,000181	0,000188	1,25E-08	2,49E-10	0,048932	0,04991	0,098842
6	0,06	-0,00001	-9,81E-05	3,49706E-08	3,61846E-08	2,15006E-06	2,3074E-06	-0,00012	-0,00011	3,5E-08	1,21E-09	0,137351	0,142119	0,27947
7	0,07	-0,00005	-0,000491	4,41296E-08	4,76076E-08	-9,48156E-07	-6,57243E-07	-0,0005	-0,00049	4,41E-08	3,48E-09	0,173324	0,186984	0,360308
8	0,08	-0,00008	-0,000785	5,60005E-09	1,21577E-08	-7,16859E-06	-6,8865E-06	-0,00075	-0,00076	5,6E-09	6,56E-09	0,021995	0,047751	0,069745
9	0,09	-0,00007	-0,000687	-1,0049E-07	-9,26386E-08	-1,37633E-05	-1,38706E-05	-0,00057	-0,00064	-1E-07	7,85E-09	-0,39469	-0,36385	-0,75853
10	0,1	-0,00009	-0,000883	-2,6844E-07	-2,66002E-07	-1,99901E-05	-2,10788E-05	-0,00067	-0,0008	-2,7E-07	2,44E-09	-1,05433	-1,04475	-2,09908

#### 4.2 Perhitungan Time History bangunan 5 lantai dengan Program SAP 2000



- a. Berat Jenis Beton Bertulang ( $\rho$ ) = 2400 kg/m<sup>3</sup>
- b. Kekuatan beton yang dipakai  $f'_c$  = 30 Mpa
- c. Tegangan leleh baja,tulangan direncanakan  $f_y$  = 400 Mpa untuk tulangan utama dan  $f_y$  = 240 Mpa untuk tulangan geser

- d. Modulus Elastisitas ( $E$ ) =  $20000 \text{ MPa} = 2 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$
- e. Percepatan gravitasi ( $g$ ) =  $9,81 \text{ m/s}^2$
- f. Damping rasio  $\xi = 5\%$
- g. Tebal pelat lantai ( $t$ ) = 11 cm
- h. Tebal pelat atap ( $t$ ) = 12 cm
- i. Dimensi Balok direncanakan 30cm x 50 cm dan Dimensi Kolom 50 x 50 cm
- j. Dinding  $\frac{1}{2}$  batu bata =  $250 \text{ kg/m}^2$
- k. Spesi =  $21 \text{ kg/m}^2$
- l. Plafon =  $50 \text{ kg/m}^2$
- m. Tegel =  $24 \text{ kg/m}^2$
- n. Karena Fungsi Gedung untuk perkantoran, beban hidup sama dengan  $100 \text{ kg/m}^2$  untuk pelat atap dan untuk pelat lantai dipakai beban hidup sama dengan  $250 \text{ kg/m}^2$ .

**Tabel 6: Perbandingan Perpindahan pada tiap joint dengan Program SAP 2000 setiap Metode**

Joint	Modal Analisis	Newmark Average Acceleration	Newmark Linear Acceleration	Wilson $\theta = 1$	Wilson $\theta = 1,42$
Text	m	m	m	m	m
1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
2	0,018456	0,017288	0,016788	0,01789	0,01739
2	-0,017758	-0,01695	-0,01745	-0,01667	-0,017166
3	0,046691	0,04364	0,04314	0,044419	0,043919
3	-0,045967	-0,04287	-0,04337	-0,04274	-0,043235
4	0,071743	0,067	0,0665	0,067825	0,067325
4	-0,072673	-0,06667	-0,06717	-0,06626	-0,066759
5	0,089653	0,083853	0,083353	0,084496	0,083996
5	-0,092749	-0,08548	-0,08598	-0,08507	-0,085573
6	0,099335	0,093107	0,092607	0,093535	0,093035
6	-0,103838	-0,09604	-0,09654	-0,09575	-0,09625
7	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0
8	0,0185	0,017328	0,016828	0,017931	0,017431
8	-0,0178	-0,01699	-0,01749	-0,01671	-0,017206
9	0,046687	0,043636	0,043136	0,044415	0,043915
9	-0,045965	-0,04287	-0,04337	-0,04273	-0,04323
10	0,071732	0,06699	0,06649	0,067815	0,067315
10	-0,072662	-0,06666	-0,06716	-0,06625	-0,066749
11	0,08965	0,083851	0,083351	0,084493	0,083993
11	-0,092747	-0,08548	-0,08598	-0,08507	-0,085572
12	0,099315	0,093089	0,092589	0,093517	0,093017
12	-0,103816	-0,09602	-0,09652	-0,09573	-0,096229
13	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0
14	0,018514	0,017341	0,016841	0,017944	0,017444
14	-0,017813	-0,017	-0,0175	-0,01672	-0,017218

15	0,046686	0,043636	0,043136	0,044415	0,043915
15	-0,045965	-0,04287	-0,04337	-0,04273	-0,043229
16	0,071729	0,066987	0,066487	0,067812	0,067312
16	-0,072659	-0,06666	-0,06716	-0,06625	-0,066747
17	0,08965	0,08385	0,08335	0,084493	0,083993
17	-0,092747	-0,08548	-0,08598	-0,08507	-0,085572
18	0,099309	0,093083	0,092583	0,093511	0,093011
18	-0,103809	-0,09601	-0,09651	-0,09572	-0,096222
19	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0
20	0,0185	0,017328	0,016828	0,017931	0,017431
20	-0,0178	-0,01699	-0,01749	-0,01671	-0,017206
21	0,046687	0,043876	0,043376	0,044415	0,043915
21	-0,045965	-0,04287	-0,04337	-0,04273	-0,04323
22	0,071732	0,06699	0,06649	0,067815	0,067315
22	-0,072662	-0,06666	-0,06716	-0,06625	-0,066749
23	0,08965	0,083851	0,083351	0,084493	0,083993
23	-0,092747	-0,08548	-0,08598	-0,08507	-0,085572
24	0,099315	0,093089	0,092589	0,093517	0,093017
24	-0,103816	-0,09602	-0,09652	-0,09573	-0,096229
25	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0
26	0,018456	0,017288	0,016788	0,01789	0,01739
26	-0,017758	-0,01695	-0,01745	-0,01667	-0,017166
27	0,046691	0,04364	0,04314	0,044419	0,043919
27	-0,045967	-0,04287	-0,04337	-0,04274	-0,043235
28	0,071743	0,067	0,0665	0,067825	0,067325
28	-0,072673	-0,06667	-0,06717	-0,06626	-0,066759
29	0,089653	0,083853	0,083353	0,084496	0,083996
29	-0,092749	-0,08548	-0,08598	-0,08507	-0,085573
30	0,099335	0,093107	0,092607	0,093535	0,093035
30	-0,103838	-0,09604	-0,09654	-0,09575	-0,09625

**Tabel 7. Perbandingan Percepatan pada tiap joint dengan Program SAP 2000 setiap Metode**

Joint	Modal Analisis	Newmark Average Acceleration	Newmark Linear Acceleration	Wilson $\theta = 1$	Wilson $\theta = 1,42$
Text	m/s <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>
1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
2	10,60758	4,61712	4,61672	0,01789	0,01739
2	-8,36657	-6,26428	-6,26468	-0,01667	-0,017166
3	17,07806	6,78338	6,78298	0,044419	0,043919

3	-11,13211	-8,11774	-8,11814	-0,04274	-0,043235
4	16,8586	9,25968	9,25928	0,067825	0,067325
4	-12,77935	-9,20462	-9,20502	-0,06626	-0,066759
5	17,43674	11,49548	11,49508	0,084496	0,083996
5	-13,83902	-10,17498	-10,1754	-0,08507	-0,085573
6	19,0685	14,8351	14,8347	0,093535	0,093035
6	-14,02716	-12,43955	-12,44	-0,09575	-0,09625
7	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0
8	10,63815	4,65677	4,65637	0,017931	0,017431
8	-8,39872	-6,29517	-6,29557	-0,01671	-0,017206
9	17,06843	6,77509	6,77469	0,044415	0,043915
9	-11,11633	-8,115	-8,1154	-0,04273	-0,04323
10	16,85284	9,25844	9,25804	0,067815	0,067315
10	-12,78118	-9,20155	-9,20195	-0,06625	-0,066749
11	17,43966	11,49624	11,49584	0,084493	0,083993
11	-13,83814	-10,17395	-10,1744	-0,08507	-0,085572
12	19,06742	14,8299	14,8295	0,093517	0,093017
12	-14,02603	-12,43697	-12,4374	-0,09573	-0,096229
13	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0
14	10,64857	4,67233	4,67193	0,017944	0,017444
14	-8,40894	-6,30753	-6,30793	-0,01672	-0,017218
15	17,0663	6,77542	6,77502	0,044415	0,043915
15	-11,11197	-8,11459	-8,11499	-0,04273	-0,043229
16	16,85073	9,25823	9,25783	0,067812	0,067312
16	-12,78154	-9,20067	-9,20107	-0,06625	-0,066747
17	17,44039	11,49655	11,49615	0,084493	0,083993
17	-13,83804	-10,17378	-10,1742	-0,08507	-0,085572
18	19,06721	14,82845	14,82805	0,093511	0,093011
18	-14,02556	-12,43631	-12,4367	-0,09572	-0,096222
19	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0
20	10,63815	4,65677	4,65637	0,017931	0,017431
20	-8,39872	-6,29517	-6,29557	-0,01671	-0,017206
21	17,06843	6,77509	6,77469	0,044415	0,043915
21	-11,11633	-8,115	-8,1154	-0,04273	-0,04323
22	16,85284	9,25844	9,25804	0,067815	0,067315
22	-12,78118	-9,20155	-9,20195	-0,06625	-0,066749
23	17,43966	11,49624	11,49584	0,084493	0,083993
23	-13,83814	-10,17395	-10,1744	-0,08507	-0,085572
24	19,06742	14,8299	14,8295	0,093517	0,093017
24	-14,02603	-12,43697	-12,4374	-0,09573	-0,096229

25	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0
26	10,60758	4,61712	4,61672	0,01789	0,01739
26	-8,36657	-6,26428	-6,26468	-0,01667	-0,017166
27	17,07806	6,78338	6,78298	0,044419	0,043919
27	-11,13211	-8,11774	-8,11814	-0,04274	-0,043235
28	16,8586	9,25968	9,25928	0,067825	0,067325
28	-12,77935	-9,20462	-9,20502	-0,06626	-0,066759
29	17,43674	11,49548	11,49508	0,084496	0,083996
29	-13,83902	-10,17498	-10,1754	-0,08507	-0,085573
30	19,0685	14,8351	14,8347	0,093535	0,093035
30	-14,02716	-12,43955	-12,44	-0,09575	-0,09625

## 5. KESIMPULAN

- Untuk metode integrasi langsung perlu perhatian besar harus diambil untuk memastikan bahwa keakuan proporsional redaman tidak menghilangkan respon frekuensi tinggi yang penting.
- Pada tugas akhir ini dianjurkan untuk menggunakan Metode Modal Analisis, karena hasilnya lebih akurat walaupun pengeraannya memerlukan waktu yang lama dibandingkan dengan Metode Integrasi langsung baik menggunakan Metode Newmark maupun Metode Wilson yang hasilnya kurang akurat namun waktu pengeraan yang lebih cepat.
- Untuk Sistem Linear dengan beberapa *eigenvalue*, kesalahan perhitungan akan cukup besar jika mengabaikan pengaruh beberapa *eigenvalue*.
- Metode modal analisis memiliki kelemahan yaitu terletak pada penyelesaian *eigenproblem* untuk mencari koordinat mode *shapes*. Hal ini terjadi karena untuk struktur MDOF, bagian inilah yang memerlukan banyak usaha. Setelah nilai-nilai mode shapes diperoleh, maka proses transformasi dari coupled menjadi uncoupled dapat dilakukan.
- Pada metode integrasi langsung ini. Walaupun mode-shapes tidak diperlukan namun demikian mencari nilai frekuensi sudut sudah hampir sama dengan meghitung mode shapes. Dapat diartikan seperti itu karena mod-shapes nilai-nilainya akan bergantung pada eigenvalue. Karena diperlukan damping matriks, maka macam-macam jenis redaman dapat disesuaikan untuk metode ini.

## SARAN

- Input massa pada analisis program SAP 2000 harus diperhatikan dengan baik agar massa struktur tidak terinput berlipat kali akibat kesalahan pemahaman terhadap cara kerja program.
- Analisis time history harus dilakukan dengan baik dan teliti khususnya dalam pemasukkan akselerogram gempa agar hasil perhitungan yang didapat seakurat mungkin.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- Badan Standarisasi Nasional, *Tata cara perencanaan ketahanan gempa untuk struktur bangunan gedung dan non gedung SNI – 03 – 1726 – 2010*, Bandung: 2010.
- Bismarck-Nasr MN , Oliveira AMD, *On Enhancement of Accuracy in Direct Integration Dynamic Response Problems, Earthquake Engineering and Structural Dynamic*, vol 20, Brazil, 1991 [4].
- Brusa L , Nigro L, *A One-Step Method for Direct Integration of Struktural Dynamic Equation, International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Italy,VOL. 15,685499, 1980 [3]
- Chopra, Anil K., *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Prentice Hall, New Jersey, 1995.
- Clough RW, Penziens J P, *Dynamics of Structures*, Singapore:Mc Graw Hill Book Company, 1975,1993.
- Gillies AG, Shelpherd R , *Prediction of Post-Elastic Seismic Response of Structures by a Mode Superposition Technique,Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering*, vol. 16 no. 3, 1983 [1].
- Hilber HM , Hughes TJR, Taylor RL, *Improved Numerical Dissipation for Time Integration Algorithms in Structural Dynamics, Division of Structural Engineering and Structural Mechanics, Department of Civil Engineering and Lawrence Berkeley Laboratory, University of California, Berkeley, California, USA*, 283-292 ,1977 [2].
- Kevin, Kajian Perbandingan Respon Dinamik Linier dengan Analisis Riwayat Waktu (*Time History Analysis*) Menggunakan Modal Analisis (*Mode Superposition Method*) dan Integrasi Langsung (*Direct Time Integration Method*), Departemen Teknik Sipil Universitas Sumatera Utara, 2014.
- Paz, Mario, *Dinamika Struktur*, Jakarta: PT. Gelora Aksara Pratama, 1990.
- Widodo, Ir., MSCE, Ph.D, *Respons Dinamik Struktur Elastik*, Jogjakarta : UII Press, 2001.