

## OPTIMASI MASALAH TRANSPORTASI DENGAN MENGGUNAKAN METODE POTENSIAL PADA SISTEM DISTRIBUSI PT. XYZ

DIAH PURNAMA SARI, FAIGIZIDUHU BU'ULOLO, SUWARNO  
ARISWOYO

**Abstrak.** *Persoalan Transportasi merupakan golongan tersendiri dalam persoalan program linier yang dapat digunakan untuk menyelesaikan beberapa persoalan optimasi. Sasaran dalam persoalan transportasi adalah mengalokasikan barang yang ada pada sumber sedemikian rupa sehingga terpenuhi semua kebutuhan pada tujuan (lokasi permintaan). Metode potensial adalah suatu teknik matematis yang digunakan untuk membuat suatu keputusan dari serangkaian keputusan yang berkaitan dengan pencarian biaya minimum dalam permasalahan transportasi. Dari hasil pengamatan pada PT. XYZ ditemukan permasalahan, yakni besarnya biaya transportasi yang dikeluarkan oleh perusahaan dalam mendistribusikan produk Semen Padang pada tahun 2012. Hal itu dapat menghambat perusahaan untuk memperoleh keuntungan yang optimal sehingga perusahaan memerlukan perencanaan distribusi yang tepat dalam sistem distribusinya. Dalam tulisan ini membahas bagaimana untuk meminimumkan biaya transportasi menggunakan solusi fisibel awal dengan metode Least Cost dan penghitungan solusi optimal dengan metode potensial. Hasil penghitungan dengan metode potensial menunjukkan bahwa total biaya transportasi adalah sebesar Rp. 727.315.000,00, dibandingkan dengan total biaya transportasi dari perusahaan sebesar Rp. 777.410.000,00 maka perusahaan dapat menghemat biaya total sebesar Rp. 50.095.000,00, sehingga terlihat bahwa perhitungan dengan metode potensial lebih menguntungkan.*

---

Received 13-07-2013, Accepted 21-08-2013.

2013 Mathematics Subject Classification: 62M10

Key words and Phrases: Program Linier, solusi fisibel awal, metode *Least Cost*, metode potensial.

## 1. PENDAHULUAN

Masalah Transportasi adalah bagian dari "*operation research*" yang membahas tentang meminimumkan biaya transportasi dari suatu tempat ke tempat lain. Kasus transportasi timbul ketika seseorang mencoba menentukan cara pengiriman (pendistribusian) suatu jenis barang (item) dari beberapa sumber (lokasi penawaran) ke beberapa tujuan (lokasi permintaan)[1]. Setiap industri pasti menginginkan biaya yang minimum untuk proses transportasi, sehingga diperlukan suatu strategi pemecahan masalah yang bisa memberikan solusi yang optimal. Dengan strategi dan perencanaan yang baik maka biaya untuk proses transportasi bisa dihemat. Perencanaan pengeluaran transportasi berhubungan dengan jumlah dan kapan akan dilangsungkan pengeluaran. Dengan adanya perencanaan pengeluaran transportasi maka akan diperoleh peningkatan keuntungan karena mampu meminimalkan biaya transportasi dan permintaan pasar juga dapat terpenuhi dengan baik[2].

Dalam mendistribusikan produk ke berbagai daerah sebagai salah satu bagian dari operasional perusahaan, tentunya membutuhkan biaya transportasi yang tidak sedikit jumlahnya. Untuk itu diperlukan perencanaan yang matang agar biaya transportasi yang dikeluarkan seefisien mungkin dan nantinya tidak menjadi persoalan yang dapat menguras biaya besar. Permasalahan yang dihadapi perusahaan adalah besarnya biaya pendistribusian produk di PT. XYZ dari beberapa gudang ke beberapa lokasi permintaan (tujuan). Untuk itu diperlukan metode yang tepat dalam mendistribusikan produk dari sejumlah tempat asal (gudang) ke beberapa tempat tujuan distribusi sehingga akan dapat meminimumkan biaya transportasi.

## 2. LANDASAN TEORI

Masalah Transportasi adalah merupakan salah satu permasalahan khusus dalam *linear programming*. Masalah transportasi ini sebenarnya telah lama dipelajari dan dikembangkan sebelum lahirnya model program linier. Pada tahun 1939, L.V. Kantorovitch mempelajari beberapa permasalahan yang berhubungan dengan model transportasi. Kemudian F.L. Hitchcock pada tahun 1941 merumuskan model matematik persoalan yang baku. Kemudian pada tahun 1947 T.C. Koopmans menerbitkan buku tentang sistem transportasi yang kemudian disusul G.B. Dantzig pada tahun 1951[3]

Ciri-ciri khusus persoalan transportasi adalah sebagai berikut:

1. Terdapat sejumlah sumber dan sejumlah tujuan tertentu
2. Jumlah komoditi yang didistribusikan besarnya tertentu
3. Jumlah barang yang dikirim besarnya sesuai dengan kapasitas sumber
4. Biaya pengangkutan besarnya tertentu

Model transportasi dapat dirumuskan sebagai berikut:

Fungsi Tujuan:

$$Z_{min} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

Batasan:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \leq S_i; i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} \leq D_j; j = 1, 2, \dots, n$$

dengan:

$$\begin{aligned} S_i &= \text{Kapasitas penawaran unit (S) dari sumber } i \\ D_j &= \text{Kapasitas permintaan unit (D) dari tujuan } j \\ X_{ij} &= \text{Unit yang dikirim dari sumber } i \text{ ke tujuan } j \\ C_{ij} &= \text{biaya angkut per unit dari sumber } i \text{ ke tujuan } j \end{aligned}$$

Apabila jumlah barang yang dikirimkan dari tempat asal  $i$  sama dengan jumlah barang yang diminta oleh tempat tujuan  $j$ , maka persamaannya :

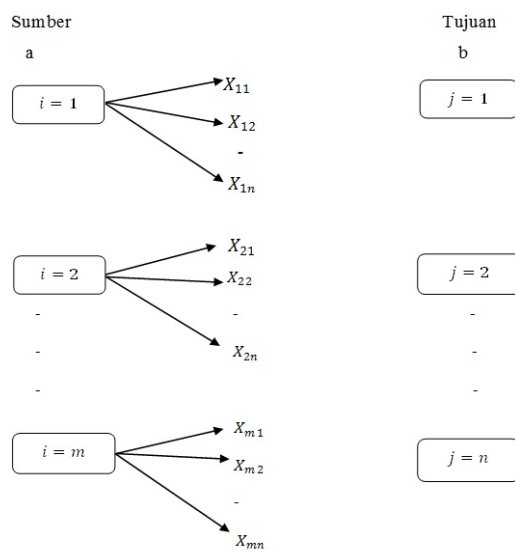
$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = S_i; i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = D_j; j = 1, 2, \dots, n$$

Keadaan ini disebut model transportasi seimbang (*balance transportation model*)[4].

Sebuah model transportasi dengan  $m$  sumber dan  $n$  tujuan, dapat diwakili dengan sebuah node. Busur yang menghubungkan sumber dan tujuan mewakili rute pengiriman barang tersebut. Jumlah penawaran di sumber  $i$  adalah  $a_i$  dan permintaan di tujuan  $j$  adalah  $b_j$ . Biaya unit transportasi dari sumber  $i$  dan tujuan  $j$  adalah  $C_{ij}$ . Anggaplah  $X_{ij}$  mewakili jumlah barang yang dikirimkan dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$ .

Secara diagramatik, model transportasi dapat disajikan pada gambar 1: Misalkan ada  $m$  buah sumber dan  $n$  buah tujuan.



Gambar 1: Diagram Model Transportasi

1. Masing-masing sumber mempunyai kapasitas  $a_i, i = 1, 2, 3, \dots, m$ .
2. Masing-masing tujuan membutuhkan komoditas sebanyak  $b_j, j = 1, 2, 3, \dots, n$ .
3. Jumlah satuan (unit) yang dikirimkan dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$  adalah sebanyak  $X_{ij}$ .
4. Ongkos pengiriman per unit dari sumber  $i$  ke tujuan adalah  $C_{ij}$ .

Dalam memecahkan masalah transportasi, metode potensial merupakan metode yang cukup efisien dalam mencari solusi optimum. Solusi dengan menggunakan metode potensial adalah suatu variasi dari metode *stepping stone* yang didasarkan pada rumusan dual. Metode potensial berbeda dari metode *stepping stone* dalam hal bahwa dengan metode potensial tidak perlu menentukan semua jalur tertutup pada variabel non basis.

Berdasarkan alokasi basis, maka sel dari basis dinyatakan dengan  $C_{ij}$ . Sel-sel ini mempunyai jumlah sebanyak  $m + n - 1$ . Selanjutnya dicari harga-harga  $u_i$  untuk setiap baris dan harga-harga  $v_j$  untuk setiap kolom dengan perantara persamaan :  $u_i + v_j = C_{ij}$ . Setelah harga-harga  $u_i$  dan  $v_j$  diketahui, maka dicari harga-harga sel lain yang tidak menjadi basis, yaitu dengan menggunakan persamaan:  $u_i + v_j = C_{ij}$ . Matriks yang diperoleh adalah matriks perantara yang disimbolkan dengan matriks  $Z_{ij}$ [5].

### 3. METODE PENELITIAN

Langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian adalah sebagai berikut:

a. Pengumpulan data.

Data yang diperoleh berasal dari hasil wawancara dan pengambilan data primer pada PT. Mega Eltra Persero Cabang Medan pada tahun 2012. Adapun data yang diperoleh adalah:

1. Data persediaan (*supply*) Semen Padang pada masing-masing gudang pada tahun 2012.
2. Data permintaan (*demand*) kebutuhan konsumen pada tahun 2012.
3. Data biaya pengiriman Semen Padang pada tahun 2012.

b. Pengolahan data.

Tahapan yang dilakukan pada pengolahan data adalah sebagai berikut:

1. Analisis teori transportasi.
2. Analisis sampling data transportasi.
3. Menyelesaikan permasalahan transportasi dengan metode *Northwest Corner* dan metode *Least Cost* pada solusi fisibel awal.
4. Menentukan solusi optimal dengan metode potensial.
5. Membuat kesimpulan

#### 4. PEMBAHASAN

Penelitian ini dilakukan dengan pengumpulan data yaitu data Jumlah permintaan Semen Padang dari masing-masing toko konsumen, Jumlah persediaan Semen Padang di masing-masing gudang, serta biaya transportasi per sak pada pendistribusian Semen Padang. Data yang digunakan adalah data pada tahun 2012. Data ini akan diolah menggunakan metode *Least Cost* dan metode potensial untuk memperoleh biaya transportasi minimum. Data - data tersebut dapat dilihat pada tabel 1.

Tabel 1. Data Jumlah Permintaan Semen Padang (dalam sak)

Gudang	Toko			Konsumen (sak)				
	UD. Sakti	UD. Paten	UD. Utama	UD. Indomas	UD. Jecky	PT. Nidya	PT. Waskita	UD. Harco
Panjang	25.000	40.000	15.000	1.250	2.000	4.000	-	50.000
Paya Rumput	15.000	15.000	20.000	2.550	8.000	2.000	2.000	45.000
Tebing Tinggi	10.000	10.000	50.000	6.200	25.000	9.000	8.000	-
Jumlah	50.000	65.000	85.000	10.000	35.000	15.000	10.000	95.000

Sumber : PT. Mega Eltra Persero

Tabel 2. Jumlah Kapasitas Persediaan Semen Padang tahun 2012

Gudang	Alamat	Kapasitas Persediaan
Panjang	Jl. Budi Kemasyarakatan Pulo Brayan Medan	137.250 sak
Paya Rumput	Jl. Paya Rumput KIM Mabar Medan	109.550 sak
Tebing Tinggi	Jl. Patriot Tebing tinggi	118.200 sak

Sumber: PT. Mega Eltra Persero

Tabel 3. Biaya Pengiriman Per Sak Semen

Sumber \ Tujuan	Biaya angkut ke daerah pemasaran (Rp/sak)							
	UD Sakti (sak)	UD Paten (sak)	UD Utama B (sak)	UD Indo-mas (sak)	UD Jecky (sak)	PT Nidya Karya (sak)	PT Waskita Karya (sak)	UD Harco (sak)
Panjang	1.000	1.500	1.800	2.300	2.500	1.800	1.800	3.500
Paya Rumput	1.500	1.800	2.000	2.500	3.000	2.000	2.200	4.000
Tebing tinggi	2.000	2.300	1.200	1.800	1.500	1.000	800	5.000

Dari keseluruhan data yang diperoleh, akan diformulasikan ke dalam model matematis sebagai berikut:

Minimumkan :

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

$$Z = 1.000X_{11} + 1.500X_{12} + 1.800X_{13} + 2.300X_{14} + 2.500X_{15} + 1.800X_{16} + 1.800X_{17} + 3.500X_{18} + 1.500X_{21} + 1.800X_{22} + 2.000X_{23} + 2.500X_{24} + 3.000X_{25} + 2.000X_{26} + 2.200X_{27} + 4.000X_{28} + 2.000X_{31} + 2.300X_{32} + 1.200X_{33} + 1.800X_{34} + 1.500X_{35} + 1.000X_{36} + 800X_{37} + 5.000X_{38}$$

Dengan syarat :  $\sum_{i=1}^m X_{ij} = S_i$

$$\begin{aligned} X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} &= 137.250 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} &= 109.550 \\ X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} &= 118.200 \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = D_j$$

$$\begin{aligned} X_{11} + X_{21} + X_{31} &= 50.000 \\ X_{12} + X_{22} + X_{32} &= 65.000 \\ X_{13} + X_{23} + X_{33} &= 85.000 \\ X_{14} + X_{24} + X_{34} &= 10.000 \\ X_{15} + X_{25} + X_{35} &= 35.000 \\ X_{16} + X_{26} + X_{36} &= 15.000 \\ X_{17} + X_{27} + X_{37} &= 10.000 \\ X_{18} + X_{28} + X_{38} &= 95.000 \end{aligned}$$

Selanjutnya dari data yang telah diperoleh akan dicari solusi fisibel awalnya terlebih dahulu dengan menggunakan metode ongkos terkecil (*Least Cost*).

Tabel 4. Alokasi Awal dengan Metode *Least Cost*

Konsumen Gulang	JD Sakti	JD Paten	JD Utama B	JD Indomas	JD Jecky	PT Nidya Karya	PT Waskita Karya	JD Harco	Supply
Panjang	1.000	1.500	1.800	2.300	2.500	1.800	1.800	3.500	137.250
	50.000	65.000		10.000	12.250				
Paya Rumpit	1.500	1.800	2.000	2.500	3.000	2.000	2.200	4.000	109.550
					14.550			95.000	
Tebing Tinggi	2.000	2.300	1.200	1.800	1.500	1.000	800	5.000	118.200
			85.000		8.200	15.000	10.000		
<b>Demand</b>	60.000	65.000	85.000	10.000	35.000	15.000	10.000	95.000	365.000



Untuk menentukan solusi optimal dengan menggunakan metode potensial, maka digunakan solusi awal dengan metode *Least Cost*. Selanjutnya dari Tabel 4 dapat diperoleh matriks  $C_{ij}$  seperti pada Tabel 5 berikut.

Tabel 5. Matriks Biaya Awal

$C_{ij}$	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$	$M_7$	$M_8$	$a_i$
$A_1$	1.000	1.500	1.800	2.300	2.500	1.800	1.800	3.500	137.250
$A_2$	1.500	1.800	2.000	2.500	3.000	2.000	2.200	4.000	109.550
$A_3$	2.000	2.300	1.200	1.800	1.500	1.000	800	5.000	118.200
$b_j$	50.000	65.000	85.000	10.000	35.000	15.000	10.000	95.000	365.000

Hasil dari perolehan solusi awal dengan metode *Least Cost* pada Tabel 5, dapat dibentuk matriks alokasi awal ( $X_{ij}$ ) seperti pada Tabel 6

Tabel 6. Matriks Alokasi Awal

$C_{ij}$	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$	$M_7$	$M_8$	$a_i$
$A_1$	50.000	65.000		10.000	12.250				137.250
$A_2$					14.550			95.000	109.550
$A_3$			85.000		8.200	15.000	10.000		118.200
$b_j$	50.000	65.000	85.000	10.000	35.000	15.000	10.000	95.000	365.000

Selanjutnya dari Tabel 6 dapat diperoleh tabel matriks biaya pada Tabel 7.

Tabel 7. Matriks Biaya ( $X_{ij}$ )

$C_{ij}$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$	$v_7$	$v_8$
$u_1$	1.000	1.500		2.300	2.500			
$u_2$					3.000			4.000
$u_3$			1.200		1.500	1.000	800	

Kemudian dari Tabel 7 dapat dicari harga-harga  $u_i$  untuk setiap baris dan harga  $v_j$  untuk setiap kolom dengan menggunakan rumus  $u_i + v_j = C_{ij}$  untuk semua variabel basis dengan terlebih dahulu memilih  $u_1 = 0$ , sehingga diperoleh matriks  $Z_{ij}$  pada Tabel 8.

Tabel 8. Matriks Perubahan Biaya ( $Z_{ij}$ )

$C_{ij}$	$v_1 = 1.000$	$v_2 = 1.500$	$v_3 = 2.200$	$v_4 = 2.300$	$v_5 = 2.500$	$v_6 = 2.000$	$v_7 = 1.800$	$v_8 = 3.500$
$u_1 = 0$	1.000	1.500	2.200	2.300	2.500	2.000	1.800	3.500
$u_2 = 500$	1.500	2.000	2.700	2.800	3.000	2.500	2.300	4.000
$u_3 = -1.000$	0	500	1.200	1.300	1.500	1.000	800	2.500

Selanjutnya akan dihitung matriks evaluasi yang dinyatakan dengan  $D_{ij}$ . Matriks evaluasi dihitung dengan rumus  $D_{ij} = C_{ij} - Z_{ij}$

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} & X_{15} & X_{16} & X_{17} & X_{18} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} & X_{25} & X_{26} & X_{27} & X_{28} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & X_{34} & X_{35} & X_{36} & X_{37} & X_{38} \end{bmatrix}$$

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} 1.000 & 1.500 & 1.800 & 2.300 & 2.500 & 1.800 & 1.800 & 3.500 \\ 1.500 & 1.800 & 2.000 & 2.500 & 3.000 & 2.000 & 2.200 & 4.000 \\ 2.000 & 2.300 & 1.200 & 1.800 & 1.500 & 1.000 & 800 & 5.000 \end{bmatrix} -$$

$$\begin{bmatrix} 1.000 & 1.500 & 1.800 & 2.300 & 2.500 & 1.800 & 1.800 & 3.500 \\ 1.500 & 1.800 & 2.000 & 2.500 & 3.000 & 2.000 & 2.200 & 4.000 \\ 2.000 & 2.300 & 1.200 & 1.800 & 1.500 & 1.000 & 800 & 5.000 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -400 & 0 & 0 & -200 & 0 & 0 \\ 0 & -200 & -700 & -300 & 0 & -500 & -100 & 0 \\ 2.000 & 1.800 & 1.200 & 500 & 0 & 0 & 0 & 2.500 \end{bmatrix}$$

Karena pada sel  $X_{13}$ ,  $X_{16}$ ,  $X_{22}$ ,  $X_{23}$ ,  $X_{24}$ ,  $X_{26}$ ,  $X_{27}$  terdapat nilai negatif, maka dipilih X dengan nilai negatif terbesar yaitu terdapat pada sel  $X_{23}$  sehingga pada sel  $X_{23}$  terjadi perubahan serta pada alokasi awal.

Selanjutnya diulangi kembali langkah-langkah untuk mencari nilai  $u_i$  untuk setiap baris dan harga  $v_j$  untuk setiap kolom serta nilai matriks evaluasinya sampai diperoleh iterasi 4

Tabel 9. Matriks Perubahan Alokasi 4 (iterasi 4)

$C_{ij}$	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$	$M_7$	$M_8$	$a_i$
$A_1$	50.000							22.250	137.250
$A_2$		65.000	26.800	10.000				72.750	109.550
$A_3$				58.200		35.000	15.000	10.000	118.200
$b_j$	50.000	65.000	85.000	10.000	35.000	15.000	10.000	95.000	365.000

Untuk selanjutnya ulangi langkah awal sampai tidak terdapat lagi nilai yang negatif pada matriks, yakni  $D_{ij} \geq 0$ , sehingga diperoleh nilai optimal

$$Z = (1.000 \times 50.000) + (1.800 \times 65.000) + (2.000 \times 26.800) + (2.500 \times 10.000) + (1.200 \times 58.200) + (1.500 \times 35.000) + (1.000 \times 15.000) + (800 \times 10.000) + (4.000 \times 7.750) + (3.500 \times 87.250) = Rp.727.315.000$$

## 5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisa di atas dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Dari hasil perhitungan yang diperoleh dengan metode potensial menunjukkan bahwa biaya transportasi distribusi yang optimal adalah sebesar Rp. 727.315.000,00.
2. Biaya total transportasi untuk pendistribusian Semen Padang pada PT. Mega Eltra Persero dengan menggunakan metode *Least Cost* pada solusi awal dan penghitungan solusi optimal dengan menggunakan metode potensial sebesar Rp.727.315.000,00. Jika dibandingkan dengan total biaya transportasi dari perusahaan sebesar Rp.777.410.000,00, maka perusahaan dapat menghemat biaya total transportasi untuk distribusi Semen Padang sebesar Rp.50.095.000,00 sehingga terlihat bahwa perhitungan dengan metode potensial lebih menguntungkan.

## Daftar Pustaka

- [1] Aminudin. Prinsip-Prinsip Riset Operasi. Jakarta: Erlangga, (2005)
- [2] Nasution. Manajemen Transportasi (Edisi Kedua). Indonesia. Jakarta: Penerbit Ghalia, (2004)

- [3] Mulyono, Sri. Riset Operasi (Edisi Revisi). Indonesia. Jakarta: Fakultas Ekonomi Universitas, (2004)
- [4] Siagian, P. Penelitian Operasional. Jakarta: Universitas Indonesia, (2006)
- [5] Sudradjat. Pendahuluan Penelitian Operasional (Model Transportasi). Jawa Barat: Universitas Padjadjaran, (2008)

DIAH PURNAMA SARI: Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia  
E-mail: diah.sari@students.usu.ac.id

FAIGIZIDUHU BU'ULOLO: Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia  
E-mail: waigi.buulolo@gmail.com

SUWARNO ARISWOYO: Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia  
E-mail: suwarno@usu.ac.id