

APLIKASI PROGRAM INTEGER PADA PERUMAHAN BUMI SERGAI DI SEI RAMPAH

ERLINA, ELLY ROSMAINI, HENRY RANI SITEPU

Abstrak. *Kebutuhan akan rumah merupakan salah satu kebutuhan dasar (home needs) bagi manusia setelah pangan dan sandang. Di Sei Rampah akan dibangun sebuah Perumahan yaitu Perumahan Bumi Sergai, dengan dua tipe. Tipe 65(X_1) dan Tipe 45(X_2). Masalah ini akan dimodelkan ke dalam model matematika berupa integer programming yang merupakan bagian dari masalah pemrograman linier, di mana variabel keputusan harus berupa bilangan bulat. Masalah integer programming akan diselesaikan menggunakan metode branch and bound yang terlebih dahulu mengubah masalah integer programming ke bentuk pemrograman linier, kemudian digunakan metode simpleks untuk menyelesaikan masalah pemrograman linier tersebut. Dengan fungsi tujuan harga jual rumah $Z = 180.000.000X_1 + 140.000.000X_2$ dan fungsi kendala bahan-bahan bangunan. Jumlah rumah untuk tipe 65 adalah 36 unit dan tipe 45 sebanyak 62 unit.*

1. PENDAHULUAN

Setiap individu manusia akan mengutamakan pemenuhan kebutuhan dasar daripada kebutuhan sekundernya. Begitu pula dengan kebutuhan akan rumah, setiap orang akan berusaha memenuhi kebutuhan akan rumah dalam setiap tingkat kehidupan masyarakat dengan memperhatikan selera dan kemampuan yang ada.

Ada masyarakat bisa dengan mudah membangun rumah, diperlukan berbagai hal sehingga rumah bisa didirikan dan ditempati. Seperti, tanah,

Received 09-07-2013, Accepted 20-12-2013.

2010 Mathematics Subject Classification: 90C10

Kata kunci: Integer Programming, Program Linier, Branch and Bound dan Simpleks

kepemilikan, struktur bangunan, memenuhi persyaratan pokok rumah yang lebih aman, perizinan pendirian bangunan. Banyak masyarakat yang tidak ingin direpotkan dengan hal seperti itu, karena masyarakat yang ingin membangun atau membeli rumah menempuh cara yang lebih efektif dan tidak menyita banyak waktu, yaitu dengan cara membeli rumah melalui agen rumah atau perumahan yang biasa disebut dengan developer dan pembayarannya pun bisa dilakukan dengan cara tunai ataupun kredit melalui sebuah lembaga perbankan yang sudah ditunjuk.

Integer Programming adalah program linier (*Linear Programming*) di mana variabel-variabelnya bertipe *integer*. *Integer Programming* digunakan untuk memodelkan permasalahan yang variabel-variabelnya berupa bilangan yang tidak bulat (bilangan riil). Salah satu cara yang sering digunakan untuk menyelesaikan *Integer Programming* adalah dengan mengaplikasikan algoritma *Branch and Bound*.

2. LANDASAN TEORI

Pemrograman linier adalah suatu cara untuk menyelesaikan persoalan pengalokasian sumber-sumber yang terbatas di antara beberapa aktivitas yang bersaing, dengan cara yang terbaik yang mungkin dapat dilakukan[2].

Model dasar atau persamaan linier dapat dirumuskan sebagai berikut: Cari nilai-nilai X_1, X_2, \dots, X_n yang dapat menghasilkan berbagai kombinasi optimum (maksimum atau minimum) dari[3] :

$$Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n \text{ (fungsi Tujuan)}$$

Dengan syarat bahwa fungsi tujuan tersebut memenuhi kendala-kendala atau syarat-syarat ikatan sebagai berikut :

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n \leq \text{atau} \geq b_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n \leq \text{atau} \geq b_2$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n \leq \text{atau} \geq b_m$$

dan bahwa : $X_j \geq 0$, untuk $j = 1, 2, \dots, n$ (syarat non - negatif).

Dalam bentuk kompaknya:

optimumkan (maksimumkan atau minimumkan):

$$Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \quad \text{untuk } j = 1, 2, \dots, n$$

dengan syarat ikatan :

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} X_j \leq \text{atau} \geq b_i, \quad \text{untuk } i = 1, 2, \dots, m$$

Untuk:

C_j = Parameter yang dijadikan kriteria optimasi, atau koefisien peubah pengambilan keputusan dalam fungsi tujuan.

X_j = Peubah pengambilan keputusan atau kegiatan (yang ingin dicari; yang tidak diketahui).

a_{ij} = Koefisien teknologi pengambilan keputusan dalam kendala ke-i.

b_i = Sumber daya yang terbatas, yang membatasi kegiatan atau usaha yang bersangkutan; disebut pula konstanta atau nilai sebelah kanan dari kendala ke-i.

Z = Nilai skalar kriteria pengambilan keputusan; suatu fungsi tujuan

Model *Linear Programming* merupakan bentuk dan susunan dalam menyajikan masalah-masalah yang akan dipecahkan dengan teknik *linear programming*. Dalam model *linear programming* dikenal 2 (dua) macam fungsi, yaitu :

1. Fungsi Tujuan (*objective function*) adalah fungsi yang menggambarkan tujuan/sasaran di dalam permasalahan *linear programming* yang berkaitan dengan pengaturan secara optimal, untuk memperoleh keuntungan maksimal atau biaya minimal. Pada umumnya nilai yang akan dioptimalkan dinyatakan sebagai Z.
2. Fungsi Batasan (*constraint function*) adalah bentuk penyajian secara matematis batasan-batasan kapasitas yang tersedia yang akan dialokasikan secara optimal ke berbagai kegiatan.

Program *integer* adalah suatu bentuk dari program linier yang asumsi divisibilitasnya melemah. Bentuk ini muncul karena kenyataannya tidak semua variabel keputusan merupakan suatu angka pecahan[2].

Secara umum menurut T.T. Dimiyati dan A. Dimiyati (1992), model persoalan pemrograman bilangan bulat (*Integer Programming*) dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$\text{Maks/Min: } Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j$$

Kendala:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j &\leq \text{atau} = \text{atau} \geq b_i, & i = 1, \dots, m \\ X_j &\geq 0, & j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

X_j bilangan bulat (*integer*) untuk $j = 1, 2, \dots, p$ ($p \leq n$)

Algoritma yang dianggap cukup baik untuk memberikan solusi optimum dalam pemrograman bilangan bulat (*Integer Programming*) adalah pencabangan dan pembatasan (*branch and bound*) dan pemotongan bidang datar (*cutting plane*)[2].

Teknik pencabangan dan pembatasan (*branch and bound*) mencari solusi optimal dari suatu persoalan pemrograman bilangan bulat (*Integer Programming*) dengan mengenumerasi titik-titik dalam daerah fisibel dari suatu subpersoalan[2].

Langkah-langkah metode *branch and bound* dalam menentukan solusi *integer* optimal untuk model maksimisasi adalah sebagai berikut[4] :

- a) Dapatkan solusi simpleks optimal dari model program linier dengan batasan *integer* yang dilepaskan.
- b) Tentukan solusi *simpleks relaxed* sebagai batas atas sedangkan solusi hasil pembulatan ke bawah sebagai batas bawah pada node awal.
- c) Pilih peubah dengan bagian pecahan yang terbesar untuk percabangan. Ciptakan dua batasan baru untuk peubah ini yang mencerminkan pembagian nilai integer. Hasilnya adalah sebuah batasan \leq dan sebuah batasan \geq .
- d) Ciptakan dengan node baru, satu dengan batasan \leq dan satu dengan batasan \geq .
- e) Selesaikan model program linier *relaxed* dengan batasan baru yang ditambahkan pada tiap node.
- f) Solusi *simpleks relaxed* adalah merupakan batas atas pada tiap node, dan solusi maksimum *integer* merupakan batas bawah dari node.
- g) Jika proses menghasilkan solusi *integer feasible* dengan nilai batas atas terbesar pada akhir node mana saja, maka solusi *integer optimal* tercapai. Jika tidak muncul suatu solusi *integer fisibel*, lakukan percabangan dari node dengan batas atas terbesar.
- h) Ulangi langkah c

Keuntungan dari cara pencabangan dan pembatasan adalah cara yang efisien untuk mendapatkan seluruh jawaban layak (*feasible*), sedangkan kerugian cara ini adalah akan mencari seluruh jawaban program linier pada setiap titik. Pada persoalan yang besar akan memerlukan waktu yang cukup lama, terutama bila yang dibutuhkan hanya keterangan mengenai nilai objektif yang optimum[1].

3. METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan dalam masalah ini adalah :

1. Melakukan studi yang berhubungan dengan *Integer Programming* menggunakan algoritma *Branch and Bound* dari internet berupa jurnal, artikel dan buku.
2. Observasi ke tempat penelitian dan memahami informasi dari teori yang berkaitan dengan topik penelitian. Data yang diambil:
 - a) Bahan-bahan yang digunakan yaitu: batu bata, semen, pasir, seng, besi, batu koral, gybsum, paku, kayu dan keramik.
 - b) Harga jual rumah per unit
 - c) Luas bangunan
3. Mengolah data yang diperoleh dari Perumahan Bumi Sergai di Sei Rampah, memformulasikannya ke model matematika.
4. Kesimpulan dari hasil pengolahan data secara optimal dengan menggunakan pendekatan algoritma *branch and bound*.

4. PEMBAHASAN

Data yang diambil dari hasil wawancara dengan staff ahli perusahaan pengembang, yaitu:

- a. Tipe rumah yang dibangun
- b. Harga penjualan untuk setiap tipe perumahan
- c. Luas bangunan untuk setiap tipe rumah

- d. Luas tanah bangunan untuk setiap tipe rumah
- e. Bahan-bahan yang digunakan
- f. Banyaknya bahan yang diperlukan untuk masing-masing tipe perumahan
- g. Jumlah bahan yang tersedia

Data tentang harga penjualan rumah, luas bangunan, luas tanah bangunan, banyaknya bahan yang diperlukan berdasarkan luas bangunan dan perkiraan banyaknya rumah yang akan dibangun diformulasikan ke dalam model matematika, sehingga dapat diketahui berapa banyak rumah yang dibangun untuk setiap tipe rumah di Perumahan Bumi Sergai di Sei Rampah.

Tabel 1 Data Perumahan Bumi Sergai

No.	Tipe Rumah	Jumlah Tipe Rumah	Harga Jual per unit	Pasir (m^3)	Semen (sak)	Keramik (kotak)
1	65	X_1	Rp 180.000.000,00	19	120	65
2	45	X_2	Rp 140.000.000,00	16	100	45

Sumber : Brosur Perumahan Bumi Sergai di Sei Rampah (2011)

Untuk fungsi tujuan yang dimaksimalkan adalah harga penjualan rumah, masing-masing harga jual rumah seperti pada tabel 1. Formulasi fungsi tujuan (Z) dengan memaksimalkan harga penjualan rumah adalah:

$$\text{Maksimumkan : } Z = 180.000.000 X_1 + 140.000.000 X_2$$

Keterangan: X_1 = Tipe rumah 65

$$X_2 = \text{Tipe rumah 45}$$

$$180.000.000 = \text{Harga jual tipe 65 per unit}$$

$$140.000.000 = \text{Harga jual tipe 45 per unit}$$

Untuk fungsi kendala batasan yang digunakan adalah bahan bangunan. Bahan bangunan yang digunakan adalah semen, pasir, batu bata, seng, keramik dan sebagainya. Tapi penulis hanya mengambil semen, pasir dan keramik sebagai batasan, karena penggunaan seluruh atau sebagian bahan sebagai batasan tidak mempengaruhi nilai Z yang diperoleh setelah diselesaikan dengan QM.

Berdasarkan luas lahan yang tersedia untuk mendirikan bangunan, maka maksimal bahan yang tersedia untuk pasir, semen dan keramik, masing-masing sebanyak $1.680 m^3$, 13.000 sak dan 5.150 kotak. Sedangkan, menurut luas bangunan masing-masing tipe rumah, pasir yang diperlukan sebanyak $19 m^3$ untuk tipe 65 dan $16 m^3$ untuk tipe 45. Formulasi fungsi kendala dengan batasan bahan pasir adalah:

$$19 X_1 + 16X_2 \leq 1.680$$

dengan: 19 = jumlah pasir yang digunakan untuk tipe 65

$$16 = \text{jumlah pasir yang digunakan untuk tipe 45}$$

1.680 = jumlah pasir berdasarkan luas lahan yang tersedia dengan 120 sak untuk tipe 65 dan 100 sak untuk tipe 45. Formulasi fungsi kendala dengan batasan bahan semen yaitu:

$$120 X_1 + 100X_2 \leq 13.000$$

dengan: 120 = jumlah semen yang digunakan untuk tipe 65

$$100 = \text{jumlah semen yang digunakan untuk tipe 45}$$

13.000 = jumlah semen berdasarkan luas lahan yang tersedia dengan 65 kotak untuk tipe 65 dan 45 kotak untuk tipe 45. Formulasi fungsi kendala dengan batasan bahan keramik yaitu:

$$65 X_1 + 45X_2 \leq 5.150$$

dengan: 65 = jumlah keramik yang digunakan untuk tipe 65

$$45 = \text{jumlah keramik yang digunakan untuk tipe 45}$$

$$5.150 = \text{jumlah keramik berdasarkan luas lahan yang tersedia}$$

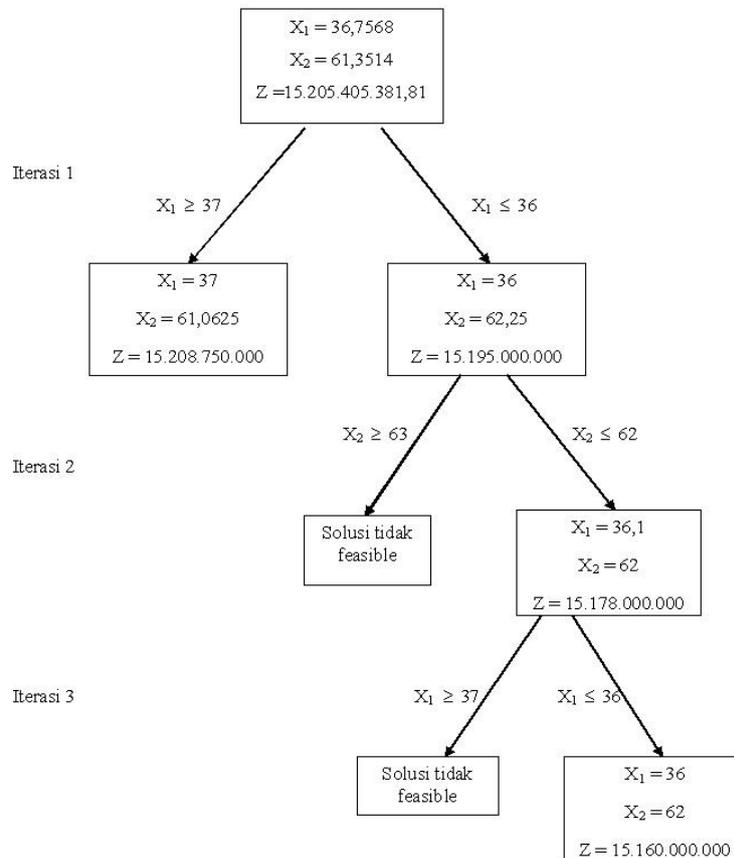
Berdasarkan uraian di atas, kemudian model matematika ini diselesaikan dengan QM, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut:

$$X_1 = 36,7568$$

$$X_2 = 61,3514$$

$$Z = 15.205.405.381,81$$

Karena hasil yang diperoleh belum berupa *integer*, maka digunakan *branch and bound* untuk menyelesaikan masalah. Memilih salah satu solusi yang tidak *integer* kemudian membaginya menjadi dua subproblem baru dengan fungsi tujuan yang sama. Pencabangan dapat dilakukan sampai diperoleh solusi optimal yang *integer*. Berikut ini adalah hasil yang diperoleh setelah menggunakan metode *branch and bound*.

Gambar 1: Diagram *branch and bound*

Setelah melakukan iterasi sebanyak tiga kali, maka diperoleh hasil optimal dari percabangan, yaitu:

$$X_1 = 36$$

$$X_2 = 62$$

$$Z = 15.160.000.000,00$$

karena X_1 adalah tipe rumah 65, maka banyak rumah untuk tipe 65 adalah 36 unit. Sedangkan X_2 adalah tipe 45 maka jumlah rumah untuk tipe 45

ialah 62 unit.

5. KESIMPULAN

1. Hasil perhitungan dengan menggunakan metode *branch and bound*, banyaknya rumah untuk kedua tipe adalah tipe 65 berjumlah 36 unit dan tipe 45 berjumlah 62 unit.

Daftar Pustaka

- [1] Aswan. J. *Studi Pengadaan Dump Truck yang Optimal untuk Pelaksanaan Pembuatan Jalan dengan Hotmix di PT Promix dengan Metoda Integer Programming Gomory's cutting Plane*. Skripsi. Teknik Industri. ITB, Bandung, (1979).
- [2] Dimiyati, T.T dan Akhmad Dimiyati. *Operations Research Model-model Pengambilan Keputusan*. Sinar Baru, Bandung, (1992).
- [3] Nasendi, B.D. dan A. Anwar. *Program Linear dan Variasinya*. Bogor, (1984).
- [4] Winston, W.L. *Operation Research Applications and Algorithms*. 4th edition. Duxbury, New York, (2004).

ERLINA: Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia
E-mail: erlina@student.usu.ac.id

ELLY ROSMAINI : Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia
E-mail: hendarmin family@yahoo.com

HENRY RANI SITEPU : Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia
E-mail: henry1@usu.ac.id