

ANALISIS ESTIMASI PERUBAHAN MINAT MAHASISWA UNIVERSITAS SUMATERA UTARA TERHADAP TUJUH OPERATOR GSM

HASOLOAN M NABABAN, OPEN DARNIUS SEMBIRING,
UJIAN SINULINGGA

Abstrak. Rantai Markov adalah rangkaian proses kejadian di mana peluang bersyarat kejadian yang akan datang hanya tergantung pada kejadian yang sekarang dan tidak tergantung pada kejadian lalu. Secara Matematika dapat dituliskan sebagai berikut :

$$P(X_{n+1} = j \mid X_n = i_n, X_{n-1} = i_{n-1}, \dots, X_0 = i_0) = P(X_{n+1} = j \mid X_n = i_n) = p_{ij}$$

untuk semua state $i_0, i_1, i_2, \dots, i_{n-1}, i, j$, dan semua $n \geq 0$.

Dalam penelitian ini Rantai Markov digunakan untuk memperkirakan peluang perpindahan dari satu operator GSM ke operator GSM lain serta memperkirakan pangsa pasar dari masing-masing operator. Di mana diperoleh bahwa peluang seorang responden dalam memilih GSM akan berubah dalam periode waktu tertentu sampai akhirnya mencapai titik setimbang pada periode n atau lebih mendekati vektor Steady state. Dan hasil perkiraan pangsa pasar diperoleh bahwa operator GSM AS, Simpati dan XL akan lebih dominan menguasai pasar, sementara GSM Mentari, Tri, dan AXIS tidak terlalu diminati dimana proporsi dari ketiga GSM tersebut menguasai pasar hanya dibawah 5%.

1. PENDAHULUAN

Pada era globalisasi saat ini, teknologi semakin cepat meluas khususnya di bidang komunikasi. Munculnya telepon pada waktu silam menjadi pemacu kreativitas teknologi untuk terus menghadirkan teknologi baru di bidang komunikasi. Hadirnya telepon genggam (*handphone*) semakin mempermudah masyarakat dalam berkomunikasi dengan sesama. GSM (*Global System for Mobile Communication*) merupakan sebuah teknologi komunikasi selular yang bersifat digital. Operator GSM di Indonesia saat ini memiliki jumlah

Received 26-01-2013, Accepted 23-02-2013.

2010 Mathematics Subject Classification: 60J10

Key words and Phrases: Rantai Markov, GSM, Pangsa Pasar, Proses Stokastik

paling besar. Terdapat 7 jenis operator GSM yang dominan di Indonesia, yaitu Simpati, As, XL, Mentari, IM3, Axis, dan Three(3). Tingginya persaingan membuat operator terus mencari dan mempertahankan keunggulan kompetitifnya sehingga Operator tidak kehilangan pelanggan ataupun pangsa pasarnya dan sesekali mampu merebut pangsa pasar yang lebih tinggi lagi di masa yang akan datang. Dengan keadaan tersebut dapat dihitung pangsa pasar tiap operator dimasa yang akan datang. Dengan banyaknya pilihan merek GSM yang ditawarkan dengan kelebihan masing-masing, maka seorang konsumen akan selektif dalam memilih kartu GSM yang akan digunakan. Dan tidak menutup kemungkinan juga seorang konsumen akan beralih ke merek lain (*brand switching*) yang dirasakan memiliki kelebihan lain yang tidak dimiliki pada merek sebelumnya.

2. LANDASAN TEORI

2.1 Proses Markov Waktu Diskrit

Rantai Markov merupakan suatu metode yang mempelajari sifat-sifat suatu variabel pada masa sekarang yang didasarkan pada sifat-sifatnya di masa lalu dalam menaksir sifat-sifat variabel yang sama di masa mendatang [1]. Prosedur ini dikembangkan oleh seorang sarjana matematika Rusia yang bernama Andrei A. Markov. Analisis Markov merupakan suatu bentuk khusus dari model probabilistik yang lebih umum yang dikenal sebagai proses Stokastik (*Stochastic Process*).

Proses Markov juga dapat diartikan sebagai proses stokastik di mana masa lalu tidak mempunyai pengaruh pada masa yang akan datang bila masa sekarang diketahui. Perhatikan suatu proses Stokastik $X_n, n = 0, 1, 2, 3, \dots$. Apabila $X_n = i$, maka proses pada periode n dikatakan berada pada state i . Apabila proses berada pada state i dan berpindah ke state j dalam suatu periode akan memiliki nilai peluang yang di notasikan dengan p_{ij} , di mana p_{ij} tidak tergantung pada n . Dengan rumus dapat dituliskan,

$$P(X_{n+1} = j \mid X_n = i_n, X_{n-1} = i_{n-1}, \dots, X_0 = i_0) = P(X_{n+1} = j \mid X_n = i_n) = p_{ij}$$

untuk semua state $i_0, i_1, i_2, \dots, i_{n-1}, i, j$, dan semua $n \geq 0$. Dalam hal ini

X_n disebut state dari sistem di dalam waktu n , dan ruang sampel dari X_n disebut himpunan dari state- state atau ruang state. Secara singkat dapat diperoleh probabilitas transisi p_{ij} di mana p_{ij} merupakan probabilitas seseorang yang berada pada state i akan berpindah ke state j . Dengan rumus matematika dapat dituliskan:

$$p_{ij} \geq 0, i, j \geq 0, \sum_{j=0}^{\infty} p_{ij} = 1; i = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Pada saat Rantai Markov mempunyai himpunan berhingga dari state $0, 1, 2, 3, \dots, r$, disebut sebagai Rantai Markov waktu diskrit. Dalam hal ini probabilitas dari transisi satu langkah dinotasikan dalam matriks

$$P = p_{ij} = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & \dots & p_{0r} \\ p_{10} & p_{11} & \dots & p_{1r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{r0} & p_{r1} & \dots & p_{rr} \end{bmatrix}.$$

Untuk mencari peluang seseorang akan berpindah dari state i ke state j digunakan rumus probabilitas berikut:

$$p_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{j=1}^n a_{ij}} \quad (1)$$

dimana,

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \text{Banyaknya perpindahan dari state } i \text{ ke state } j \\ p_{ij} &= \text{Peluang perpindahan dari state } i \text{ ke state } j \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} &= \text{Jumlah yang berada pada state awal yaitu state } i . \end{aligned}$$

2.2 Persamaan Chapman-Kolmogorov

Persamaan Chapman Kolmogorov memberikan satu metode untuk menghubungkan peluang peralihan dari langkah yang berturutan dinyatakan dengan[2]:

$$p_{ij}^{m+n} = \sum p_{ik}^m p_{kj}^n \quad (2)$$

untuk semua $i, j = 0, 1, 2, \dots$, di mana:

p_{ij}^{m+n} = peluang bahwa Rantai Markov akan bergerak dari keadaan i ke keadaan j dalam $m + n$ langkah.

p_{ik}^m = peluang bahwa Rantai Markov akan bergerak dari keadaan i ke keadaan k dalam m langkah.

p_{kj}^n = peluang bahwa Rantai Markov akan bergerak dari keadaan k ke keadaan j dalam n langkah.

Untuk sebuah Rantai Markov yang diskrit dengan r state, persamaan Chapman-Kolmogorov dapat dinyatakan dalam rumus perkalian matriks dari matriks peralihan P [2]. Dalam hal ini anggap $P^{(n)}$ untuk menotasikan matriks peralihan dengan elemen ke i, j , $[P^{(n)}]_{ij} = P_{ij}^{(n)}$. Elemen ke i, j dari matriks P menyatakan peluang yang berpindah dari state i menuju state j dalam n langkah.

Untuk sebuah Rantai Markov yang diskrit dengan matriks transisi P , maka matriks transisi n langkah adalah

$$P^{(n)} = P^n.$$

2.3 Matriks Peluang Peralihan

Matriks peluang peralihan n langkah dari Rantai Markov homogen ditentukan sebagai berikut:

$$P^n = P^{n-1} \cdot P = \begin{bmatrix} P_{00}^{(n)} & P_{01}^{(n)} & P_{02}^{(n)} & \dots & P_{0j}^{(n)} \\ P_{10}^{(n)} & P_{11}^{(n)} & P_{12}^{(n)} & \dots & P_{1j}^{(n)} \\ P_{20}^{(n)} & P_{21}^{(n)} & P_{22}^{(n)} & \dots & P_{2j}^{(n)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{i0}^{(n)} & P_{i1}^{(n)} & P_{i2}^{(n)} & \dots & P_{ij}^{(n)} \end{bmatrix}.$$

3. METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Mencari artikel yang berhubungan dengan Rantai Markov di media-media dan di perpustakaan.
2. Memperoleh data primer dengan menyebarkan kuisioner kepada mahasiswa yang ada di lingkungan Universitas Sumatera Utara.
3. Menganalisa perkiraan perubahan minat Mahasiswa USU terhadap tujuh GSM dengan model Rantai Markov dari data yang sudah diperoleh.
4. Menarik kesimpulan yaitu bagaimanakah perpindahan pangsa pasar dari pada GSM di masa mendatang serta peluang perubahan atau perpindahan dari tiap GSM.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Populasi dan Sampel

Populasi pada penelitian ini adalah mahasiswa yang aktif kuliah di Universitas Sumatera Utara. Sedangkan sampelnya diambil dengan teknik sampling accidental atau teknik sampling yang diambil secara kebetulan yang cocok dijadikan sebagai responden[3]. Penentuan ukuran sampel dicari dengan rumus:

$$n \geq pq \left(\frac{z_{1-a/2}}{a} \right)^2 \quad (3)$$

dimana: n = ukuran sampel minimal
 p = proporsi responden yang berpindah merek
 q = proporsi responden yang tetap pada merek sebelumnya
 $(1 - p)$
 a = taraf signifikansi ($z_{1-a/2}$ = nilai z tabel dari tabel distribusi normal).

Dengan menggunakan persamaan 3 dengan nilai $p = 0,8$ yang diperoleh dari hasil pengujian kuisioner kepada 20 orang responden, maka dapat diketahui bahwa jumlah sampel yang dipakai dalam penelitian ini sebanyak 250 orang.

4.2 Pengolahan Data

Dalam penelitian ini data yang telah diperoleh akan dikerjakan dengan rantai markov yaitu bagaimanakah probabilitas seseorang mahasiswa berpindah ke GSM lain dari yang dipakainya sebelumnya, serta mengestimasi pangsa pasar GSM di masa yang akan datang. Dari 250 responden maka diperoleh data perpindahan konsumen dari satu operator ke operator lain yang disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1: Jumlah responden yang berpindah state/merek

State	1	2	3	4	5	6	7	Jumlah
1	38	3	16	1	1	11	3	73
2	5	20	11	1	0	4	1	42
3	24	11	9	0	4	7	1	56
4	3	1	0	0	0	0	0	4
5	6	1	3	0	3	1	0	14
6	18	9	6	0	0	12	1	46
7	5	2	3	0	0	1	4	15
Jumlah	99	47	48	2	8	36	10	250

Alasan responden memilih GSM yang dipakai dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2: Alasan Responden memilih GSM yang digunakan

No	Alasan memilih GSM	AS	Simpat	IM3	Mentari	Tri	XL	AXIS
1	Sekedar Mencoba	5	-	8	-	2	3	-
2	Saran Teman/ Orang Tua	7	2	3	-	-	3	-
3	Sinyal Kuat	70	35	5	-	-	4	1
4	Harga Perdana Murah	1	-	3	1	-	2	-
5	Tarifnya Murah	12	5	26	1	5	17	4
6	Adanya Promosi	3	1	3	-	1	5	4
7	Lain- lain	1	4	0	-	-	2	-
	Total Responden	99	47	48	2	8	36	10

Tabel 3: Peluang Perpindahan State

State	1	2	3	4	5	6	7
1	$\frac{38}{73}$	$\frac{3}{73}$	$\frac{16}{73}$	$\frac{1}{73}$	$\frac{1}{73}$	$\frac{11}{73}$	$\frac{3}{73}$
2	$\frac{42}{24}$	$\frac{42}{11}$	$\frac{42}{9}$	$\frac{42}{0}$	$\frac{42}{4}$	$\frac{42}{7}$	$\frac{42}{1}$
3	$\frac{56}{3}$	$\frac{56}{4}$	$\frac{56}{0}$	$\frac{56}{0}$	$\frac{56}{0}$	$\frac{56}{0}$	$\frac{56}{0}$
4	$\frac{6}{14}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{0}{14}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{0}{14}$
5	$\frac{14}{18}$	$\frac{9}{9}$	$\frac{14}{6}$	$\frac{14}{0}$	$\frac{14}{0}$	$\frac{12}{12}$	$\frac{14}{1}$
6	$\frac{46}{9}$	$\frac{46}{2}$	$\frac{46}{3}$	$\frac{46}{0}$	$\frac{46}{0}$	$\frac{46}{1}$	$\frac{46}{4}$
7	$\frac{15}{15}$						

Untuk mencari peluang perpindahan state digunakan rumus:

$$p_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{j=1}^n a_{ij}} \tag{4}$$

Dengan menggunakan persamaan 4 dapat dicari peluang setiap mahasiswa yang berpindah dari merek yang dipakainya ke merek lain sesuai data yang telah diperoleh, peluang perpindahannya dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3 tersebut dapat dibuat dalam sebuah matriks yang dalam tulisan ini disebut matriks peluang peralihan.

$$P = \begin{bmatrix} 0,5205 & 0,0411 & 0,2192 & 0,0137 & 0,0137 & 0,1507 & 0,0411 \\ 0,1190 & 0,4762 & 0,2619 & 0,0238 & 0,0000 & 0,0952 & 0,0238 \\ 0,4286 & 0,1964 & 0,1607 & 0,0000 & 0,0714 & 0,1250 & 0,0179 \\ 0,7500 & 0,2500 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,4286 & 0,0714 & 0,2143 & 0,0000 & 0,2143 & 0,0714 & 0,0000 \\ 0,3913 & 0,1957 & 0,1304 & 0,0000 & 0,0000 & 0,2609 & 0,0217 \\ 0,3333 & 0,1333 & 0,2000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0667 & 0,2667 \end{bmatrix}$$

Dari matriks P dapat dicari matriks transisi n langkah dengan persamaan Chapman Kolmogorov yaitu $P(n) = P^n$ diperoleh dengan mengalikan matriks P sebanyak n kali di mana $n = 1, 2, 3, \dots$

Dengan diperolehnya P^1 maka dapat dicari matriks P^2 sampai P^n .

$$\begin{aligned} P^2 &= P.P \\ P^3 &= P^2.P \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$P^n = P^{n-1}.P$$

$$P^2 = \begin{bmatrix} 0,4586 & 0,1234 & 0,1909 & 0,0081 & 0,0257 & 0,1528 & 0,0405 \\ 0,2940 & 0,3109 & 0,2101 & 0,0130 & 0,0203 & 0,1225 & 0,0293 \\ 0,4008 & 0,1747 & 0,2064 & 0,0105 & 0,0327 & 0,1423 & 0,0326 \\ 0,4202 & 0,1499 & 0,2299 & 0,0162 & 0,0103 & 0,1368 & 0,0368 \\ 0,4432 & 0,1230 & 0,2023 & 0,0076 & 0,0671 & 0,1321 & 0,0247 \\ 0,3922 & 0,1888 & 0,1963 & 0,0100 & 0,0147 & 0,1634 & 0,0345 \\ 0,3901 & 0,1651 & 0,2022 & 0,0077 & 0,0189 & 0,1231 & 0,0930 \end{bmatrix}$$

Karena P^2 merupakan matriks yang memiliki elemen-elemen yang positif, maka dapat ditentukan peluang *Steady State* dari matriks P

$$\pi = P\pi.$$

$$\begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \\ \pi_4 \\ \pi_5 \\ \pi_6 \\ \pi_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5205 & 0,0411 & 0,2192 & 0,0137 & 0,0137 & 0,1507 & 0,0411 \\ 0,1190 & 0,4761 & 0,2619 & 0,0239 & 0,0000 & 0,0952 & 0,0239 \\ 0,4286 & 0,1965 & 0,1607 & 0,0000 & 0,0714 & 0,1250 & 0,0178 \\ 0,7500 & 0,2500 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,4286 & 0,0714 & 0,2143 & 0,0000 & 0,2143 & 0,0714 & 0,0000 \\ 0,3913 & 0,1957 & 0,1304 & 0,0000 & 0,0000 & 0,2609 & 0,0217 \\ 0,3333 & 0,1333 & 0,2000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0667 & 0,2667 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \\ \pi_4 \\ \pi_5 \\ \pi_6 \\ \pi_7 \end{bmatrix}$$

$$\pi_1 = 0,5205\pi_1 + 0,0411\pi_2 + 0,2192\pi_3 + 0,0137\pi_4 + 0,0137\pi_5 + 0,1507\pi_6 + 0,0411\pi_7$$

$$\pi_2 = 0,1190\pi_1 + 0,4761\pi_2 + 0,2619\pi_3 + 0,0239\pi_4 + 0,0952\pi_6 + 0,0239\pi_7$$

$$\pi_3 = 0,4286\pi_1 + 0,1965\pi_2 + 0,1607\pi_3 + 0,0714\pi_5 + 0,1252\pi_6 + 0,0178\pi_7$$

$$\pi_4 = 0,75\pi_1 + 0,25\pi_2$$

$$\pi_5 = 0,4286\pi_1 + 0,0714\pi_2 + 0,2143\pi_3 + 0,2143\pi_5 + 0,0714\pi_6$$

$$\pi_6 = 0,3913\pi_1 + 0,1957\pi_2 + 0,1304\pi_3 + 0,2609\pi_6 + 0,0217\pi_7$$

$$\pi_7 = 0,3333\pi_1 + 0,1333\pi_2 + 0,2\pi_3 + 0,0667\pi_6 + 0,2667\pi_7$$

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 + \pi_6 + \pi_7 = 1$$

Sehingga sistem linier menjadi $S = (I - P^t)\pi^n = 0$, dengan I adalah matriks identitas menjadi:

$$\begin{bmatrix} 0,4795 & -0,1190 & -0,4286 & -0,7500 & -0,4286 & -0,3913 & -0,3333 \\ -0,0411 & 0,5239 & -0,1965 & -0,2500 & -0,0714 & -0,1957 & -0,1333 \\ -0,2192 & -0,2619 & 0,8393 & 0 & -0,2143 & -0,1303 & -0,2000 \\ -0,0137 & -0,0239 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0,0137 & 0 & -0,0714 & 0 & 0,7857 & 0 & 0 \\ -0,1507 & -0,0952 & -0,1250 & 0 & -0,0714 & 0,7391 & -0,0667 \\ -0,0411 & -0,0239 & -0,0178 & 0 & 0 & -0,0217 & 0,7333 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \\ \pi_4 \\ \pi_5 \\ \pi_6 \\ \pi_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Persamaan diatas dapat diselesaikan dengan bentuk eselon baris tereduksi

maka, diperoleh vektor Steady Statanya:

$$\begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \\ \pi_4 \\ \pi_5 \\ \pi_6 \\ \pi_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4046 \\ 0,1783 \\ 0,1993 \\ 0,0099 \\ 0,0253 \\ 0,1449 \\ 0,0377 \end{bmatrix}$$

Kemudian dari jumlah responden yang menggunakan GSM pada periode awal dapat dihitung pangsa pasar awal GSM dengan menggunakan persamaan 1 diperoleh Tabel 4.

Tabel 4: Pangsa pasar operator seluler periode awal

Merek GSM (State)	Jumlah pengguna	Pangsa pasar periode awal
AS	99	39,6%
Simpati	47	18,8%
IM3	48	19,2%
Mentari	2	0,8%
Tri	8	3,2%
XL	36	14,4%
AXIS	10	4,0%
Total	250	100%

Dari tabel 4 dapat dibentuk matriks peluang pangsa pasar periode awal, yaitu:

$$p(1) = [0,396 \quad 0,188 \quad 0,192 \quad 0,008 \quad 0,032 \quad 0,144 \quad 0,04]$$

Selanjutnya dapat dihitung pangsa pasar periode berikutnya dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$p(n) = p(n - 1)P$$

Maka dapat diperoleh:

$$p(2) = [0,4002 \quad 0,1813 \quad 0,2005 \quad 0,0099 \quad 0,0260 \quad 0,1441 \quad 0,0380] ,$$

$$p(3) = [0,4034 \quad 0,1798 \quad 0,1994 \quad 0,0098 \quad 0,0254 \quad 0,1446 \quad 0,0376],$$

$$p(4) = [0,4042 \quad 0,1789 \quad 0,1993 \quad 0,0098 \quad 0,0252 \quad 0,1449 \quad 0,0376],$$

dengan mengikuti langkah di atas dapat dicari proporsi pangsa pasar dari setiap GSM sampai periode n , dimana matriks $P(n)$ atau pangsa pasar akan mencapai titik setimbang pada periode n dengan nilai dari setiap elemen akan mendekati vektor π atau vektor Steady state.

5. KESIMPULAN

Dari hasil dan pembahasan sebelumnya dapat disimpulkan bahwa peluang seseorang senantiasa berubah dalam periode waktu tertentu, sampai matriks peluang peralihan tersebut mencapai titik setimbang pada periode n atau akan mendekati vektor Steady State yakni proporsi peluang pasar dari setiap GSM tidak berubah lagi pada periode n . Sementara itu dari perhitungan pangsa pasar sampai periode setimbang diperoleh bahwa kartu AS tetap lebih dominan menguasai pasar sebesar 40,47 % dan peminat terendah terdapat pada kartu Mentari yang hanya sebesar 0,98%.

Daftar Pustaka

- [1] P. Siagian. *Penelitian Operasional Teori dan Praktik*. Jakarta : UI Press, (1987).
- [2] Roy Y D dan David J. *Probability and Stochastic Processes*, New York: JOHN WILEY & SONS, INC, (1999).
- [3] S Lubis. *Teknik Penarikan Sampel*, Medan: Universitas Sumatera Utara Press, (2002).
- [4] Subagyo. *Dasar-Dasar Operasi Riset*. Edisi ke-2. Yogyakarta. BPFE, (1986).
- [5] A Papoulis. *Probabilitas, Variabel Random dan Proses Stokastik*. Edisi ke-2. Jakarta: Gadjah Mada University Press, (1992).

HASOLOAN M NABABAN : Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia
E-mail: hasoloan08@gmail.com

OPEN DARNIUS SEMBIRING : Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia
E-mail: open@usu.ac.id

UJIAN SINULINGGA : Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia
E-mail: ujian@usu.ac.id