

# RANCANG BANGUN TOPOLOGI JARINGAN *SWITCHING* MENGGUNAKAN TEORI GRAF

Willy Manurung <sup>(1)</sup>, M. Zulfin <sup>(2)</sup>

Konsentrasi Teknik Telekomunikasi, Departemen Teknik Elektro  
Fakultas Teknik Universitas Sumatera Utara (USU)  
Jl. Almamater, Kampus USU Medan 20155 INDONESIA  
e-mail: [willymanurung041@yahoo.com](mailto:willymanurung041@yahoo.com)

## Abstrak

Teori graf adalah teori yang sering dipakai dalam merepresentasikan suatu sistem. Teori graf dapat digunakan dalam merancang dan menganalisis suatu jaringan interkoneksi banyak tingkat yaitu dengan merepresentasikan *switch* sebagai *node* dan *link* sebagai *edge*. Tulisan ini membahas tentang metodologi perancangan suatu jaringan interkoneksi banyak tingkat menggunakan teori graf berdasarkan permutasi yang diberikan. Kemudian akan ditunjukkan cara meningkatkan tingkat jaringan menjadi  $(2n - 1)$ . Selanjutnya analisis cara mendapatkan rumus probabilitas *blocking* suatu jaringan berdasarkan model graf dari jaringan tersebut. Setelah dilakukan analisis terhadap *blockingnya* maka didapatkan hasil bahwa nilai trafik yang ditawarkan sebanding dengan probabilitas *blocking* dari jaringan interkoneksi banyak tingkat tersebut. Berdasarkan nilai probabilitas *blocking* yang diperoleh maka dapat disimpulkan bahwa agar kinerja dari jaringan tersebut baik maka nilai trafik yang ditawarkan bernilai 0,1 sampai 0,3 yaitu antara 0,0391 sampai 0,300.

**Kata Kunci:** Jaringan interkoneksi banyak tingkat, *buddy-property*, permutasi

## 1. Pendahuluan

Semakin meningkatnya jumlah pelanggan dan semakin tingginya tuntutan akan kecepatan transmisi data dalam sistem komunikasi membuat ditemukannya berbagai jenis jaringan *switching*. Ada banyak cara dalam merancang bentuk jaringan *switching*. Salah satunya dengan menggunakan teori graf. Sebuah jaringan komunikasi adalah kumpulan dari sejumlah terminal, *link* dan *node* yang terhubung yang memungkinkan setiap *user* dapat saling berkomunikasi. Teori graf memodelkan jaringan *switching* dengan menggunakan titik (*node*) dan garis (*edge*). Umumnya, simpul (*node*) dalam Graf merupakan terminal atau *switch* dan garis (*edge*) merupakan saluran transmisi[1].

## 2. Teori Graf

### 2.1 Link Matriks Dua Tingkat

*Link* matriks dua tingkat yang diperlihatkan pada Gambar 1 mempunyai susunan M *inlet* yang masing – masing mengandung N *inlet* dan susunan M *outlet* masing-masing mengandung N *outlet*. Jika P adalah probabilitas sebuah panggilan dari sebuah *inlet* ke sebuah *outlet* yang *idle* akan diblok, dan Q adalah komplemennya (probabilitas panggilan tidak akan diblok) maka[2]:

$$P = P(\text{link A-B sibuk})$$

P = Kepadatan trafik *link* A-B dalam Erlang

$$P = a \quad (1)$$

$$Q = 1 - P = 1 - a \quad (2)$$

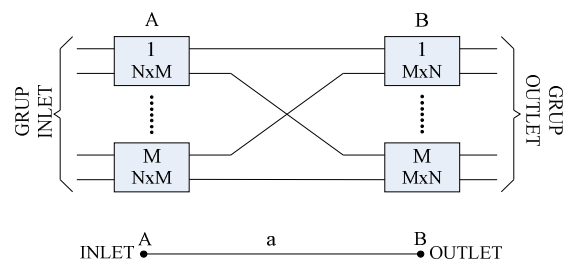
Dimana:

a = Kepadatan trafik = (A)(N)/M Erlang

A = Rata-rata trafik yang ditawarkan per-*inlet*

N = Jumlah *inlet* per-grup

M = Jumlah *interstage link*

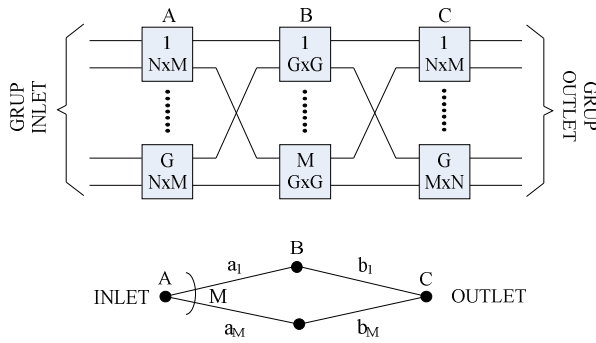


Gambar 1. Diagram Matriks Switching 2 Tingkat

### 2.2 Link Matriks Tiga Tingkat

*Link* matriks tiga tingkat diperlihatkan pada Gambar 2 memungkinkan panggilan terpenuhi meningkat. Graf linier untuk matriks memperlihatkan M *interstage link* antara *inlet* tingkat-A dan *outlet* tingkat-B. Akan ada *blocking* jika *link* A-B yang *idle* tidak *match*

dengan *link* B-C yang *idle*, yaitu jika satu dari dua *link* berstatus sibuk, panggilan akan diblok[2].



Gambar 2. Diagram *switching* matriks 3 tingkat

Menggunakan probabilitas dari beberapa kejadian saling bebas yang tidak saling eksklusif, analisis berikut bisa digunakan untuk menyelesaikan probabilitas kongesti dalam matriks. Pertimbangkan hanya satu jalur, misalkan jalur *i*, melibatkan *link* A-B  $a_i$  dan *link* B-C  $b_i$ . Probabilitas untuk setiap salah satu jalur *M* direpresentasikan sebagai  $P_i$

$$P = P(a_1 \text{ atau } b_1 \text{ sibuk}) P(a_2 \text{ atau } b_2 \text{ sibuk}) \dots P(a_M \text{ atau } b_M \text{ sibuk})$$

$$P_i = P(a_i \text{ atau } b_i \text{ sibuk}) = P(a_i \text{ sibuk}) + P(a_i \text{ idle}) P(b_i \text{ sibuk})$$

$$P_i = a_i + (1 - a_i)b_i$$

Dimana:  $(1 - a_i) = P(\text{link A-B ke-}i \text{ idle})$

Jika  $a_1 = a_2 = \dots = a_M = a_i$ , dan  $b_1 = b_2 = \dots = b_M = b_i$ , maka,

$$P = (P_1) (P_2) \dots (P_M) = P_1^M = [a + (1 - a)b]^M$$

Bentuk umum dari ekspresi untuk kongesti pada matriks tiga tingkat ditunjukkan pada persamaan (3), dan dapat dibaca sebagai “probabilitas *blocking* sama dengan satu dikurangi probabilitas bahwa kedua *link* di semua jalur yang mungkin tidak akan sibuk secara bersamaan[2]”.

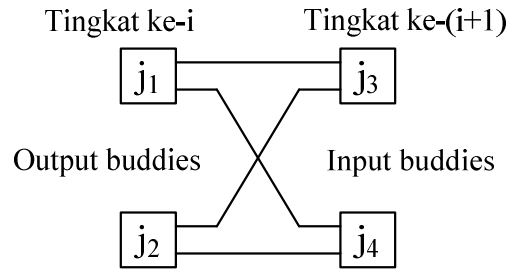
$$P = [1 - (1 - a)(1 - b)]^M \quad (3)$$

### 2.3 Implementasi Teori Graf dalam Jaringan *Switching*

Dalam jaringan yang sangat besar, ribuan elemen pemrosesan digunakan sehingga penggunaan *switch crossbar* tidak ekonomis. Jadi untuk mengatasi hal ini, jaringan tersebut dibagi kedalam beberapa tingkat. Jaringan interkoneksi banyak tingkat memungkinkan *input* manapun untuk dihubungkan ke *output*

manapun dan memiliki algoritma kontrol yang sangat sederhana.

Setiap pasangan elemen *switching* di tingkat-*i* terkoneksi dengan hanya satu pasang elemen *switching* di tingkat-(*i*+1), yang dikenal dengan “*buddy property*” dimana *switch* pada tingkat-*i* disebut “*output buddy*” dan *switch* pada tingkat-(*i*+1) disebut “*input buddy*” yang diperlihatkan pada Gambar 3[3].

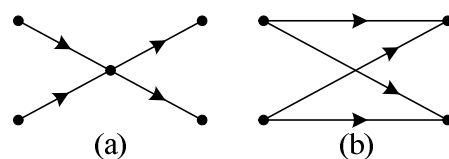


Gambar 3. *Buddy property*

### 2.4 Model Graf dari 2 x 2 Elemen *Switching*

Berdasarkan bentuknya terdapat dua model graf dalam memodelkan jaringan *switching*, yaitu[3]:

1. Model pertama  
Model graf didapatkan dengan merepresentasikan elemen *switching* dengan sebuah simpul (*node*) dan garis lintasan (*edge*) yang digambar dari *input* sebagai simpul sumber ke *output* sebagai simpul tujuan. Graf yang dihasilkan dari sebuah elemen *switching* tanpa *control line* diperlihatkan pada Gambar 4(a) dan ini mirip dengan tata letak fisik dari *link* dengan masing-masing elemen *switching* diganti dengan sebuah *node*.
2. Model kedua  
Pendekatan alternatifnya adalah dengan menetapkan *node* ke *link* daripada ke elemen *switching* seperti pada Gambar 4(b). Sebagai sinyal kontrol dari elemen *switching* memungkinkan koneksi *input*  $x_1 - x_2$  ke masing-masing  $y_1 - y_2$  atau  $y_2 - y_1$ . Model graf ini berdasarkan konektivitas dan pendekatannya mirip dengan model graf dari *switch crossbar*.



Gambar 4. Model Graf (a) Model pertama (b) Model kedua

3. Metode Penelitian

3.1 Metodologi Desain Umum

Keluarga permutasi yang dapat dilalui secara bebas konflik bervariasi dari satu jaringan interkoneksi banyak tingkat ke jaringan interkoneksi banyak tingkat yang lain[4]. Konektivitas penuh mengharuskan *edge* yang keluar dalam model graf selalu diarahkan ke *node* baru sehingga *link* diantara setiap *input* dan *output* manapun dapat dibangun. Karena jaringan didesain untuk melewati permutasi tertentu dan model pertama menyediakan lokasi langsung dari setiap elemen *switching*, maka lebih mudah untuk mempertimbangkan model pertama. Dua prosedur yang berbeda untuk mendesain jaringan interkoneksi banyak tingkat dipresentasikan menggunakan graf model pertama. Misalkan permutasi 8 *input* 8 *output* berikut bebas konflik.

$$\begin{pmatrix} \text{Input: } a & b & c & d & e & f & g & h \\ \text{Output: } E & A & H & C & F & B & D & G \end{pmatrix}$$

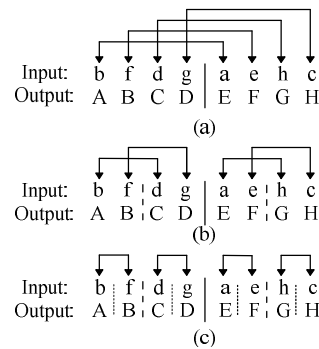
**Metodologi 1:** Penataan kembali permutasi sesuai dengan posisi fisik dari *link output* akan menjadi:

$$\begin{pmatrix} \text{Input: } b & f & d & g & a & e & h & c \\ \text{Output: } A & B & C & D & E & F & G & H \end{pmatrix}$$

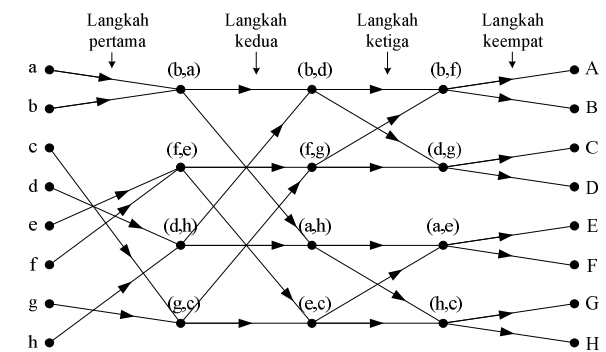
Permutasi dibagi kedalam dua grup/kelompok. Lalu masing-masing *node input* dari grup pertama dan *node* yang sesuai dari grup kedua dihubungkan dengan sebuah *node* dari tingkat selanjutnya dan *node* ini ditandai sebagai sebuah kombinasi dari dua *node* sebelumnya [lihat Gambar 5(a)]. Ini diulang untuk semua *node* dari dua grup dan sudah ditunjukkan pada Gambar 5(a). Setelah itu, seperti diperlihatkan pada Gambar 5(b), setiap setengah bagian selanjutnya dibagi dalam dua bagian dan proses dari langkah pertama dilanjutkan sampai hanya satu *node* yang tersisa didalam sebuah grup. Ini mengarah kepada sebuah graf yang ditunjukkan dalam Gambar 6.

**Metodologi 2:** Dalam prosedur ini, graf digambarkan mulai dari *node output* ke *node input*. Permutasi yang diberikan dibagi dalam dua grup dan satu *node* dari tiap grup dipilih untuk terhubung ke *node* dari baris selanjutnya.

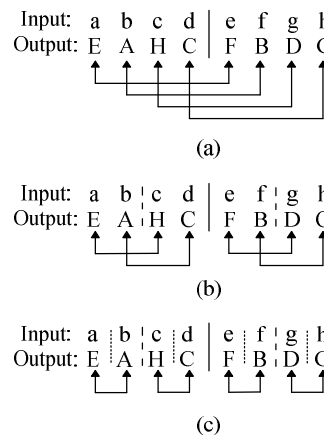
Proses ini dilanjutkan dan diilustrasikan dalam Gambar 7 dan 8.



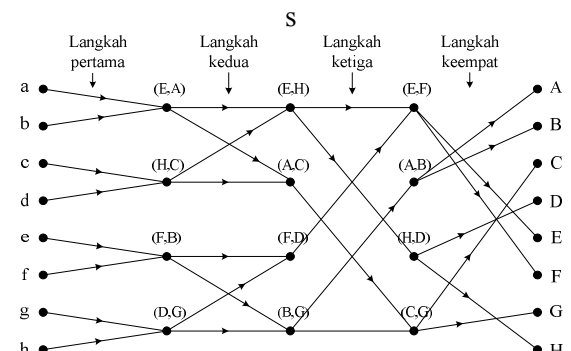
Gambar 5. Pengelompokan *node* dengan Metodologi 1. (a) Langkah pertama (b) Langkah kedua (c) langkah ketiga



Gambar 6. Graf model menggunakan Metodologi 1



Gambar 7. Pengelompokan *node* dengan Metodologi 2. (a) Langkah pertama (b) Langkah kedua (c) langkah ketiga

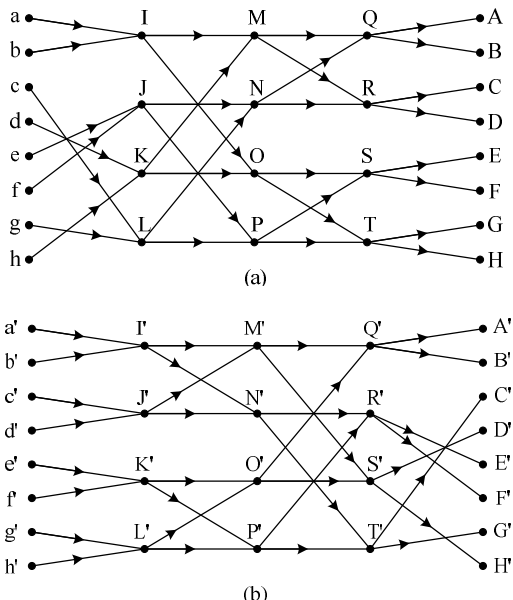


Gambar 8. Graf model menggunakan Metodologi 2

**3.2 Peningkatan jumlah tingkat dari jaringan menjadi  $(2n - 1)$**

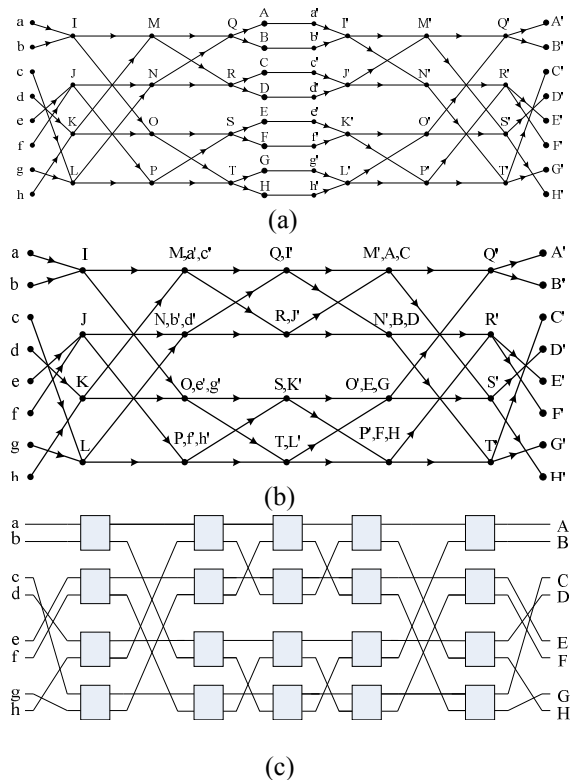
Saat sebuah jaringan interkoneksi banyak tingkat digunakan untuk sebuah sistem dengan jumlah elemen pemrosesan yang besar dan harus digunakan untuk beberapa aplikasi yang berbeda, mungkin mustahil untuk memastikan penggunaan satu permutasi tertentu lebih sering daripada yang lain. Dengan demikian, berbagai jenis permutasi dibutuhkan dan jaringan mungkin tidak dapat memenuhi semua fungsi bijektif yang diperlukan. Solusi lainnya adalah dengan meningkatkan jumlah tingkat menjadi  $(2n - 1)$  dan memiliki jaringan Benes yang memiliki property unik melewati setiap setiap bijeksi *input-output*. Suatu jaringan bisa didapatkan dengan menambah tingkatnya yaitu dengan menggabungkan suatu jaringan dengan *inverse* dari jaringan tersebut seperti yang diperlihatkan pada Gambar 9, asalkan semua syaratnya terpenuhi yaitu[3]:

- a) Semua kondisi dari Teorema 1 termasuk *buddy property* dipenuhi oleh jaringan.
- b) *Buddy property* diantara dua jaringan terpenuhi, yaitu pasangan *input buddy* dari tingkat terakhir pada jaringan interkoneksi banyak tingkat pertama bergabung dengan pasangan *output buddy* dari tingkat pertama pada jaringan interkoneksi banyak tingkat kedua.



Gambar 9. (a) Jaringan yang didapat dengan menggunakan metodologi 1 dengan permutasi (*Input: a b c d e f g h* / *output: E A H C F B D G*) (b) *Inverse* dari jaringan tersebut

Selanjutnya, pasangan *input buddy* dari tingkat terakhir pada jaringan interkoneksi banyak tingkat pertama digabungkan dengan pasangan *output buddy* dari tingkat pertama pada jaringan interkoneksi banyak tingkat kedua seperti diperlihatkan pada Gambar 10.



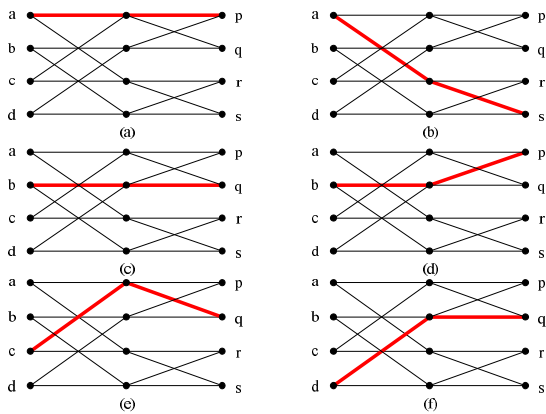
Gambar 10. (a) Graf komposit dari Jaringan dengan permutasi (*Input: a b c d e f g h* / *output: E A H C F B D G*) dan *inverse* dari jaringan tersebut. (b) Pengurangan graf komposit dari Jaringan dengan permutasi (*Input: a b c d e f g h* / *output: E A H C F B D G*) dan *inverse* dari jaringan tersebut. (c) Bentuk jaringan yang didapatkan

**3.3 Penurunan Rumus Probabilitas Blocking**

Penurunan rumus untuk mencari probabilitas *blocking* dalam jaringan yang dimodelkan dalam teori graf dapat dilakukan dengan memisalkan alur *link* dari *input* manapun ke *output* manapun.

**a. Sebelum jaringan ditingkatkan**

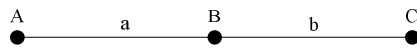
Misalkan alur *link* dari sebuah *input* manapun ke sebuah *output* manapun seperti yang diperlihatkan pada Gambar 11.



Gambar 11. Model graf dari jaringan sebelum ditingkatkan dari *input* ke *output*

(a)  $a \rightarrow p$  (b)  $a \rightarrow s$  (c)  $b \rightarrow q$  (d)  $b \rightarrow p$  (e)  $c \rightarrow q$  (f)  $d \rightarrow q$

Setelah memodelkan alur *link* dari jaringan, maka akan didapatkan satu pola dari sebuah *input* manapun ke sebuah *output* manapun yaitu seperti diperlihatkan pada Gambar 12.



Gambar 12. Diagram model graf dari jaringan sebelum ditingkatkan

Jika P adalah probabilitas sebuah panggilan dari sebuah *input* ke sebuah *output* yang *idle* akan diblok, maka rumus probabilitas *blocking* yang didapat pada jaringan yang diperlihatkan pada Gambar 13 adalah seperti yang diperlihatkan pada Persamaan 4.

$$P = 1 - (1 - a)(1 - b) \quad (4)$$

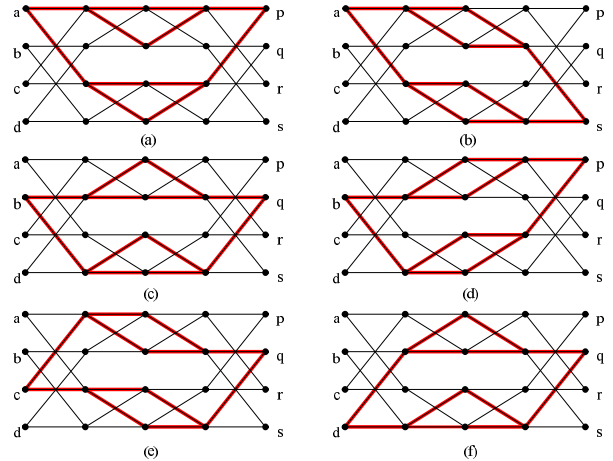
Dimana:

$a =$  Kepadatan trafik *link* A-B =  $\frac{A \times N}{M}$  Erlang

$b =$  Kepadatan trafik *link* B-C =  $\frac{A \times N}{M}$  Erlang

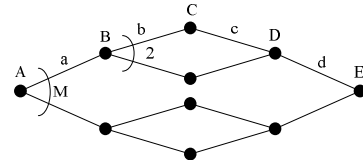
**b. Setelah jaringan ditingkatkan**

Misalkan alur *link* dari sebuah *input* manapun ke sebuah *output* manapun seperti yang diperlihatkan pada Gambar 13.



Gambar 13. Model graf dari jaringan dari *input* ke *output*. (a)  $a \rightarrow p$  (b)  $a \rightarrow s$  (c)  $b \rightarrow q$  (d)  $b \rightarrow p$  (e)  $c \rightarrow q$  (f)  $d \rightarrow q$

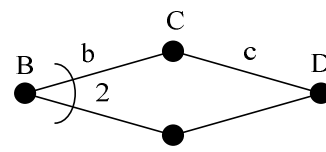
Setelah memodelkan alur *link* dari jaringan, maka akan didapatkan satu pola dari *input* manapun ke *output* manapun yaitu seperti diperlihatkan pada Gambar 14.



Gambar 14. Diagram model graf dari jaringan

Untuk mendapatkan rumus probabilitas *blocking* dari graf diatas, pertama-tama turunkan rumus probabilitas *blocking* untuk node B - C - D, yang diperlihatkan pada Gambar 15.

Penurunan rumus:



Gambar 15. Diagram model graf node BCD

Jika P adalah probabilitas sebuah panggilan dari sebuah *input* ke sebuah *output* yang *idle* akan diblok, dan Q adalah komplementnya (probabilitas panggilan tidak akan diblok) maka,

$$P = [1 - (1 - b)(1 - c)]^2$$

$$Q = 1 - [1 - (1 - b)(1 - c)]^2$$

Sehingga, rumus untuk menghitung probabilitas *blocking* untuk jaringan yang diperlihatkan pada Gambar 14 adalah:

$$P = \frac{\{1 - [1 - a][1 - [1 - (1 - b)(1 - c)]^2] \}}{[1 - d]^M} \quad (5)$$

Dimana:

a = Kepadatan trafik link A-B =  $\frac{A \times N}{M}$  Erlang

b = Kepadatan trafik link B-C =  $\frac{A \times N}{M \times 2}$  Erlang

c = Kepadatan trafik link C-D =  $\frac{A \times N}{M \times 2}$  Erlang

d = Kepadatan trafik link D-E =  $\frac{A \times N}{M}$  Erlang

A = Rata-rata trafik yang ditawarkan per-input

N = Jumlah input per-grup

M = Jumlah interstage link

### 3.4 Perhitungan Probabilitas *Blocking*

Perhitungan nilai probabilitas *blocking* jaringan interkoneksi banyak tingkat 8x8 5-tingkat menggunakan nilai A = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; dan 0,9 diperoleh dengan menggunakan Persamaan 4 dan 5.

## 4. Hasil dan Pembahasan

### 4.1 Hasil Perhitungan

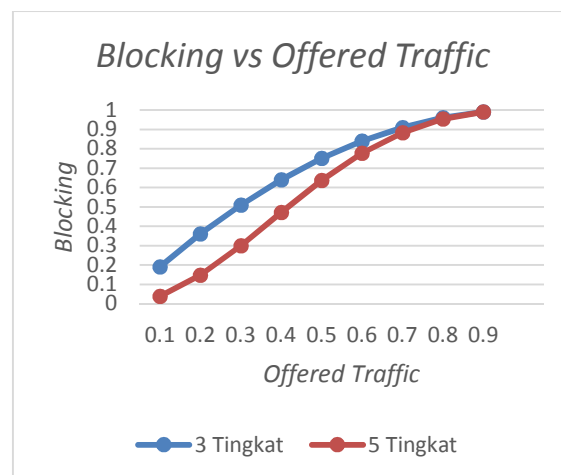
Dengan menggunakan Persamaan 4 dan 5, nilai probabilitas *blocking* jaringan interkoneksi banyak tingkat 8x8 3-tingkat dan 5-tingkat dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1 Probabilitas *blocking* dari jaringan 8x8 5-tingkat yang didapat

Jaringan 8x8 3-tingkat		Jaringan 8x8 5-tingkat	
<i>Offered Traffic</i>	Probabilitas <i>Blocking</i>	<i>Offered Traffic</i>	Probabilitas <i>Blocking</i>
0,1	0,1900	0,1	0.0391
0,2	0,3600	0,2	0.1468
0,3	0,5100	0,3	0.3000
0,4	0,6400	0,4	0.4715
0,5	0,7500	0,5	0.6366
0,6	0,8400	0,6	0.7772
0,7	0,9100	0,7	0.8836
0,8	0,9600	0,8	0.9533
0,9	0,9900	0,9	0.9898

### 4.2 Grafik Perhitungan

Grafik yang menunjukkan hubungan pengaruh perubahan nilai trafik yang ditawarkan terhadap *blocking* jaringan 8x8 5-tingkat yang didapat diperlihatkan pada Gambar 16.



Gambar 16. Grafik *blocking* vs trafik yang ditawarkan

Grafik pada Gambar 16 menunjukkan perbedaan antara jaringan 3 tingkat dan 5 tingkat yaitu jaringan 5 tingkat memiliki probabilitas *blocking* yang lebih kecil dari jaringan 3 tingkat. Hal ini disebabkan karena jaringan 5 tingkat memiliki jalur yang lebih banyak sehingga kemungkinan terjadinya *blocking* lebih kecil. Oleh karena itu jaringan 5 tingkat ini layak diimplementasikan karena memiliki probabilitas *blocking* yang lebih kecil.

## 5. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis perhitungan probabilitas *blocking* yang dilakukan maka didapatkan kesimpulan:

3. Suatu jaringan interkoneksi banyak tingkat dapat dirancang berdasarkan permutasi yang diinginkan.
4. Apabila jumlah elemen pemrosesan besar dan jaringan digunakan untuk beberapa aplikasi yang berbeda, maka dapat diatasi dengan me- nambah tingkat dari jaringan menjadi  $2n - 1$ .
5. Probabilitas *blocking* suatu jaringan interkoneksi banyak tingkat dapat dicari dengan memodelkan jaringan tersebut menggunakan teori graf.
6. Perubahan nilai trafik yang ditawarkan pada jaringan yang didapat sebanding dengan *blocking* yang dihasilkan. Dimana jika nilai trafik yang ditawarkan bertambah, maka *blocking* yang dihasilkan akan semakin bertambah.

## 6. Daftar Pustaka

- [1] Deswal, Suman dan Singhrova, Anita. Oktober 2012, "*Application of Graph Theory in Communication Networks*". Deenbandhu Chottu Ram University of Sc. & Tech., India.
- [2] Boucher, James R. 1988, "*Voice Teletraffic Systems Engineering*". Artech House, Inc. Nordwood. Hal 56 – 65.
- [3] Agrawal, Dharma P. Juli 1983, "*Graph Theoretical Analysis and Design of Multistage Interconnection Networks*". IEEE Transaction On Computers, vol. C-32.
- [4] Quadri, Imran Rafiq, dkk. Mei 2007, "*Modelling of Topologies of Interconnection Networks Based on Multidimensional Multiplicity*". Institut National De Recherche En Informatique Et En Automatique. Hal. 5-16.