

# ANALISIS KINERJA SISTEM ANTRIAN M/M/1

**Desy C. Silaban, M. Zulfin**

**Konsentrasi Teknik Telekomunikasi, Departemen Teknik Elektro  
Fakultas Teknik Universitas Sumatera Utara (USU)**

**Jl. Almamater, Kampus USU Medan 20155 INDONESIA**

**e-mail: [desy\\_c\\_silaban@students.usu.ac.id](mailto:desy_c_silaban@students.usu.ac.id) or [desysilaban16@gmail.com](mailto:desysilaban16@gmail.com)**

## Abstrak

Sistem antrian sangat banyak terdapat dalam kehidupan nyata diantaranya pada loket ATM, aliran data dan yang lainnya. Sistem antrian M/M/1 adalah sistem antrian dengan satu pelayan dengan tempat tunggu yang tidak terbatas. Pada tulisan ini dianalisis sistem antrian M/M/1 yang dianggap terdapat pada sebuah jaringan paket data. Perolehan kinerja dilakukan secara simulasi dan secara teoritis. Selanjutnya kedua hasil analisis tersebut dibandingkan. Adapun hasil yang diperoleh dari analisis untuk utilitas = 0,5 diperoleh rata-rata jumlah paket dalam sistem secara simulasi 0,75975 detik dan hasil perhitungan teori 1,00 detik, rata-rata waktu tunggu pada sistem antri secara simulasi 0,00151 detik dan perhitungan teori 0,002 detik. Untuk utilitas = 0,7 rata-rata jumlah paket dalam sistem secara simulasi 1,16768 detik dan hasil perhitungan teori 2,316 detik, rata-rata waktu tunggu pada sistem antri secara simulasi 0,00233 detik dan perhitungan teori 0,005 detik. Untuk utilitas = 0,9 diperoleh rata-rata jumlah paket dalam sistem secara simulasi 2,5555 detik dan hasil perhitungan teori 8,475 detik, rata-rata waktu transaksi secara simulasi 0,00179 detik dan perhitungan teori 0,002 detik.

**Kata kunci : Sistem Antrian, Sistem Antrian M/M/1**

## 1. Pendahuluan

Aplikasi teori antrian sering terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Adanya jumlah pelayan (*server*) yang terbatas dalam memenuhi permintaan pelayanan pelanggan (*customer*) mengakibatkan terjadinya antrian yang panjang. Pada dasarnya teori antrian berkenaan dengan seluruh aspek dari situasi dimana pelanggan harus antri untuk mendapatkan suatu layanan[1].

Di samping itu, antrian tersebut dipengaruhi pula dengan kualitas pelayanan. Apabila sistem pelayanan berada pada fase lambat dengan kondisi laju pelayanan yang lebih lambat dari kondisi normal (dari fase cepat) atau sistem *down* karena *server* ditempati oleh *server* yang lain, maka pelanggan tidak mendapatkan pelayanan secara maksimal. tidak akan pernah kembali lagi[1]. Karena pentingnya sistem antrian dalam kehidupan sehari-hari maka pada tulisan ini penulis membahas sebuah sistem antrian dengan model M/M/1.

## 2. Teori Antrian

Teori Antrian adalah salah satu teori untuk menganalisis sistem antrian. Antrian timbul disebabkan oleh adanya kebutuhan layanan yang

melebihi kapasitas fasilitas layanan, sehingga pengguna fasilitas yang tiba tidak dapat segera dilayani yang disebabkan adanya kesibukan layanan. Untuk mempertahankan pelanggan, sebuah perusahaan selalu berusaha untuk memberikan pelayanan yang terbaik. Pelayanan yang terbaik tersebut diantaranya adalah memberikan pelayanan yang cepat sehingga pelanggan tidak dibiarkan terlalu lama mengantri[1]. Sistem antrian terdiri satu atau lebih pelayanan yang mana penyediaan pelayanan tersebut digunakan untuk melayani bermacam-macam jenis antar kedatangan pelanggan. Pelanggan yang datang jika mendapati keadaan pelayanan sedang sibuk makapelanggan tersebut akan bergabung dalam antrian dalam satu baris dan yang terdekat siap untuk masuk pada pelayanan berikutnya. Perlakuan seperti inilah yang disebut Sistem Antrian. Sedangkan jika ketika masuk antrian pelanggan mendapatkan kondisi pelayanan sedang kosong maka pelanggan tersebut dapat langsung masuk untuk dilayani dan tidak perlu menunggu untuk mengantri[2].

Dalam sistem antrian komponen dasar antrian adalah kedatangan dan pelayanan. Proses suatu antrian merupakan proses yang meliputi

dimana pelanggan akan masuk dalam sistem kemudian akan mengalami antrian hingga pelanggan akan dilayani dan akhirnya selesai dilayani oleh sistem. Komponen dasar proses antrian ada 3 yaitu[3] :

1. Sumber Kedatangan
2. Pelayanan
3. Antrian

### 2.1. Struktur Dasar Proses Antrian

Proses antrian pada umumnya dikelompokkan kedalam empat model struktur dasar menurut sifat-sifat dan pelayanan, yaitu[4]:

1. Satu Saluran Satu Tahap (*Single Channel – Single Phase*)

*Single Channel* berarti hanya ada satu jalur yang memasuki sistem pelayanan atau ada satu fasilitas pelayanan. *Single Phase* berarti hanya ada satu fasilitas pelayanan.

2. . Satu Saluran Banyak Tahap (*Single Channel – Multi Phase*)

Satu saluran banyak tahap (*single channel multi phase*) adalah model antrian yang mempunyai satu barisan pelayanan dan beberapa pelayanan.

3. Banyak Saluran Satu Tahap (*Multi Channel – Single Phase*)

Banyak saluran dan satu tahap adalah model antrian yang mempunyai banyak barisan serta hanya satu pelayanan.

4. Banyak Saluran Banyak Tahap (*Multi Channel – Multi Phase*).

Sistem *Multi Channel – Multi Phase* ini menunjukkan bahwa setiap sistem mempunyai beberapa fasilitas pelayanan pada setiap tahap sehingga terdapat lebih dari satu pelanggan yang dapat dilayani pada waktu bersamaan[4].

### 2.2 Notasi Sistem Antrian

Dalam suatu sistem antrian digunakan sebuah notasi untuk mengetahui ciri dari suatu antrian. Notasi merupakan kombinasi proses kedatangan dengan pelayanan. Pada umumnya notasi antrian ini dikenal sebagai notasi *Kendall*, yaitu[5]:

$$(a/b/c):(d/e/f)$$

dimana simbol  $a, b, c, d, e$ , dan  $f$  ini merupakan unsur – unsur dasar dari model sistem antrian. Penjelasan dari simbol – simbol ini adalah sebagai berikut[4]:

- $a$  Distribusi kedatangan (*Arrival Distribution*)
- $b$  Distribusi waktu pelayanan atau keberangkatan (*Service Time Departure*)
- $c$  Jumlah pelayan dalam paralel (dimana  $c = 1, 2, 3, \dots, \infty$ )
- $d$  Disiplin Pelayanan
- $e$  Jumlah maksimum yang diizinkan dalam sistem (*Queue and System*)
- $f$  Jumlah paket yang ingin memasuki sistem sebagai sumber

Notasi standar ini dapat diganti dengan kode – kode yang sebenarnya dari distribusi – distribusi yang terjadi dan bentuk – bentuk lainnya, seperti:

- $M$  Distribusi kedatangan atau keberangkatan dari proses *Poisson*. Dapat juga menggunakan distribusi *eksponensial*.

- $D$  Konstanta atau *deterministic interarrival* atau *service time* (waktu pelayanan).

- $K$  Jumlah pelayanan dalam bentuk paralel atau seri.

- $N$  Jumlah maksimum paket dalam sistem.

- $E_d$  Distribusi *Erlang* atau *Gamma* untuk waktu antar kedatangan atau waktu pelayanan dengan parameter  $d$ .

- $G$  Distribusi umum dari *service time* atau keberangkatan (*departure*).

- $GI$  Distribusi umum yang independen dari proses kedatangan.

- $GD$  *General Discipline* (disiplin umum) dalam antrian.

- $NPD$  *Non-Preemptive Discipline*

- $PRD$  *Preemptive Discipline*

Contoh penerapan dari kode – kode ini adalah sebagai berikut[5]:

$$(M/M/k):(GD/\infty/\infty)$$

Kode di atas berarti:

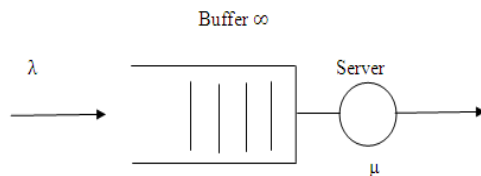
- $M$  Distribusi *Poisson* atau *Eksponensial*

$M$	Distribusi yang sama untuk waktu pelayanan
$K$	Jumlah <i>server</i>
$GD$	<i>General Discipline</i>
$\infty$	Paket yang masuk dan sumber yang tak terhingga

### 3. Sistem Antrian M/M/1

Salah satu model paling sederhana dalam sistem antrian adalah model saluran tunggal (*single-channel model*) yang ditulis dengan notasi "sistem M/M/1". Sesuai dengan notasi Kendalnya, sistem M/M/1 menunjukkan sistem antrian tersebut memiliki distribusi *interarrival time* dan distribusi *service time* berbentuk distribusi eksponensial dan juga memiliki jumlah *server* = 1. Jika dianggap bahwa sebuah 'state' adalah suatu ukuran suatu populasi, maka ia bisa bertambah pada suatu waktu (*birth*) dengan satu anggota dari populasi tersebut bisa berkurang satu (*death*). Dalam suatu sistem yang sesungguhnya sebuah 'state' bisa berupa : jumlah paket didalam sebuah prosesor, jumlah panggilan baru didalam sentral telepon, dan lain-lain[3].

Sistem antrian ini diasumsikan digunakan pada simpul jaringan paket data. Adapun kinerja yang akan dibahas adalah rata-rata jumlah paket dalam sistem, rata-rata jumlah paket dalam tempat antrian, rata-rata waktu transaksi, rata-rata waktu tunggu dalam sistem dan rata-rata waktu tunggu pada tempat antri. Gambar 1 memperlihatkan sistem antrian M/M/1.



Gambar 1. Model Sistem Antrian M/M/1

Paket – paket tiba secara acak, kemudian paket antri di dalam *buffer* sebelum dilayani oleh *server*. Setelah selesai dilayani, maka paket-paket meninggalkan sistem antrian melintasi *outgoing link* menuju tujuan.

### 4. Pembangkit Bilangan Acak (*Random Number Generator*)

Bilangan acak merupakan bilangan sembarang yang dihasilkan dari suatu algoritma tertentu yang disebut pembangkit bilangan acak. Dasar pengembangan studi simulasi adalah kemampuan untuk menghasilkan bilangan acak, dimana suatu bilangan acak mewakili nilai suatu variabel acak yang didistribusikan secara seragam pada (0,1). Bilangan acak semula dihasilkan secara manual atau mekanis dengan menggunakan teknik seperti mesin pemintal, melempar dadu atau mengocok kartu. Sementara pendekatan modern menggunakan komputer agar menghasilkan bilangan acak. Jadi bilangan acak adalah barisan angka  $U_i$  ( $0 \leq U_i \leq 1$ ), yang dihasilkan dari suatu algoritma tertentu (algoritma ini disebut dengan pembangkit bilangan acak atau *random number generator*)[6].

Pembangkit bilangan acak (*Random Number Generator*) adalah suatu algoritma untuk dapat menghasilkan urutan-urutan atau *sequence* dari angka-angka sebagai hasil dari perhitungan dengan komputer yang diketahui distribusinya sehingga angka-angka tersebut muncul secara random dan digunakan terus menerus[6].

Beberapa pendekatan untuk menghasilkan bilangan acak antara lain adalah[7]:

#### 1. Pembangkit Bilangan Acak Additive/ Arithmetic RNG

Bentuk Rumus dari pembangkit bilangan acak Additive/Arithmetic RNG adalah sebagai berikut[7]:

$$Z_i = (a * Z_{i-1} + c) \text{mod. } m \quad (1)$$

Dimana:

$Z_i$  = Angka *random number* yang baru

$Z_{i-1}$  = Angka *random number* yang lama / yang semula

$c$  = Angka konstan yang bersyarat

$m$  = Angka modulo

#### 2. Pembangkit Bilangan Acak Multiplicate

Bentuk Rumus dari pembangkit bilangan acak Multiplicate adalah sebagai berikut[7]:

$$Z_{i+1} = (a * Z_i) \text{mod. } m \quad (2)$$

Dimana :

$Z_i$  = Angka *random number* semula

$Z_{i+1}$  = Angka *random number* yang baru

$a > 1$  ;  $c = 0$  ;  $m > 1$

#### 3. Pembangkit Bilangan Acak *Mixed Pseudo*

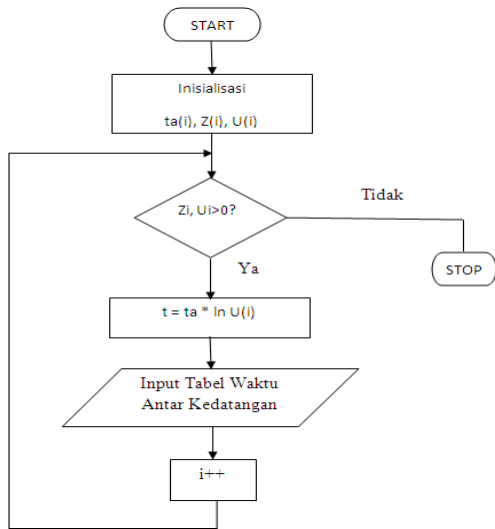
*Pseudo Random Number* dapat dirumuskan dengan[7]:

$$Z_n = a^n Z_0 + \frac{a^n - 1}{a - 1} C \pmod{m} \quad (3)$$

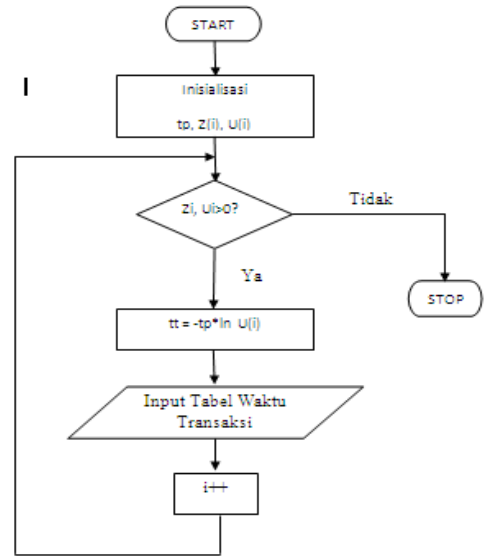
Rumus Pseudo Random Number Generator diatas adalah dengan syarat utama n harus sejumlah bilangan integer (bulat) dan lebih besar dari nol, rumus ini dikenal juga dengan nama “*linier Congruential R.N.G*”. Namun apabila nilai c = 0 maka akan diperoleh rumus yang dikenal *Multiplicative Congruen RNG*. Rumus *Multiplicative* ini cukup baik untuk masa-masa yang akan datang karena sedikit sekali *storage* memori yang dibutuhkan[7].

**5. Hasil dan Pembahasan**

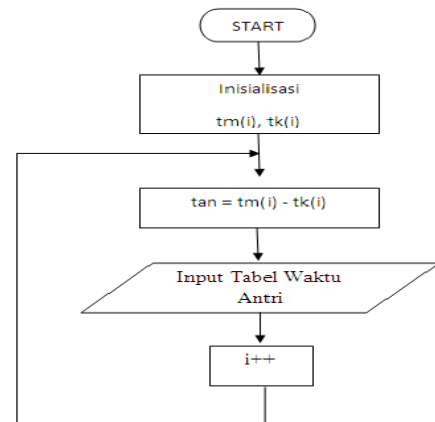
Pada tulisan ini dilakukan perbandingan kinerja sistem antirian hasil simulasi dengan hasil perhitungan secara teori. Kinerja sistem antrian tersebut dihitung secara simulasi dengan menggunakan pemograman bahasa C. Waktu kedatangan paket yang diacak dihasilkan dengan bilangan acak. Metode pembangkitan bilangan acak yang diperoleh adalah dengan metode *Linear Congruential Generators (LCG)*, dimana diasumsikan dengan nilai a = 21, c= 3, m = 500 dan Z0 = 13. Adapun Kombinasi nilai-nilai asumsi yang diberikan tersebut adalah untuk memperoleh nilai acak yang lebih bagus. Diagram alir simulasi pada tulisan ini yaitu : diagram alir waktu antar kedatangan, diagram alir waktu transaksi, diagram alir waktu antri dan diagram alir waktu selesai dilayani yang ditunjukkan pada Gambar 2 sampai Gambar 5.



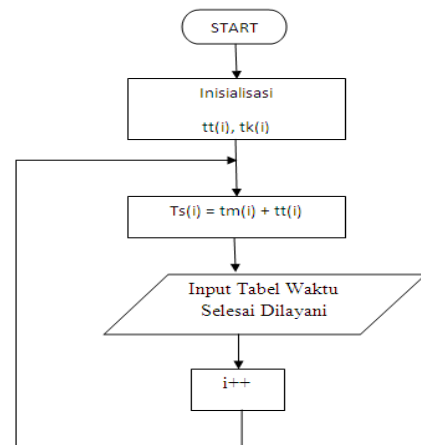
Gambar 2. Diagram Alir Waktu Antar Kedatangan



Gambar 3. Diagram Alir Waktu Tansaksi



Gambar 4. Diagram Alir Waktu Antri



Gambar 5. Diagram Alir Waktu Tansaksi

Untuk mendapatkan kinerja sistem antrian M/M/1 secara teori diperlukan parameter-parameter sebagai berikut[4]:

a. Rata - rata jumlah paket dalam sistem

$$\bar{n} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \quad (4)$$

b. Rata – rata jumlah paket pada tempat antrian

$$\bar{nq} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (5)$$

c. Rata – rata waktu transaksi

$$t_{rata} = \frac{1}{\mu} \quad (6)$$

d. Rata – rata waktu tunggu pada sistem antrian

$$t_{s_{rata}} = \frac{1}{(\mu - \lambda)} \quad (7)$$

e. Rata – rata waktu tunggu pada tempat antri

$$\bar{\tau q} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (8)$$

f. Utilasi ( $\rho$ )

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (9)$$

Dimana :

$\lambda$  = laju kedatangan

$\mu$  = laju pelayanan

$\rho$  = utiliasi

$\bar{n}$  = rata-rata jumlah paket dalam sistem

$\bar{nq}$  = rata-rata jumlah paket pada tempat antri

$t_{s_{rata}}$  = rata- rata waktu tunggu pada sistem antrian

$\bar{\tau q}$  = rata – rata waktu tunggu pada tempat antri

Data perbandingan kinerja hasil simulasi dan perhitungan teori pada  $\lambda = 500$  paket/detik,  $\mu = 1000$  paket/detik ( $\rho = 0.5$ ) dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Perbandingan Kinerja Hasil Simulasi dengan Perhitungan Teori Pada  $\lambda = 500$  paket/detik,  $\mu = 1000$  paket/detik ( $\rho = 0.5$ ).

N0	Kinerja	Simulasi	Teori
1	Rata-rata jumlah paket dalam sistem	0.75975	1.00
2	Rata-rata jumlah paket dalam antrian	0.26157	0.5
3	Rata – rata waktu transaksi	0.00099	0.001
4	Rata – rata waktu tunggu pada sistem antri	0.00151	0.002
5	Rata –rata waktu tunggu pada sistem	0.00052	0.001

Data perbandingan kinerja hasil simulasi dan perhitungan teori pada  $\lambda = 500$  paket/detik,  $\mu = 716$  paket/detik ( $\rho = 0.7$ ) dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Perbandingan Kinerja Hasil Simulasi dengan Perhitungan Teori Pada  $\lambda = 500$  paket/detik,  $\mu = 716$  paket/detik ( $\rho = 0.7$ ).

N0	Kinerja	Simulasi	Teori
1	Rata-rata jumlah paket dalam sistem	1.16768	2.315
2	Rata-rata jumlah paket dalam antrian	0.52077	1.616
3	Rata – rata waktu transaksi	0.00129	0.001
4	Rata – rata waktu dalam sistem	0.00233	0.005
5	Rata –rata waktu tunggu pada tempat antri	0.00104	0.003

Data perbandingan kinerja hasil simulasi dan perhitungan teori pada  $\lambda = 500$  paket/detik,  $\mu = 559$  paket/detik ( $\rho = 0.9$ ) dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Perbandingan Kinerja Hasil Simulasi dengan Perhitungan Teori Pada  $\lambda = 500$  paket/detik,  $\mu = 559$  paket/detik ( $\rho = 0.9$ ).

N0	Kinerja	Simulasi	Teori
1	Rata-rata jumlah paket dalam sistem	2.5555	8.475
2	Rata-rata jumlah paket dalam antrian	1.66142	7.580
3	Rata - rata waktu transaksi	0.00179	0.002
4	Rata - rata waktu tunggu dalam sistem	0.00512	0.017
5	Rata-rata waktu tunggu pada tempat antri	0.00332	0.015

## 7. Kesimpulan

Adapun kesimpulan yang dapat diambil dari tulisan ini adalah sebagai berikut :

1. Untuk utilasi 0,5, rata-rata waktu transaksi dalam sistem hasil simulasi adalah 0,00099 detik sedangkan dengan teori yaitu 0,001detik. Rata-rata waktu tunggu dalam sistem hasil simulasi adalah 0,00151 detik sedangkan dengan teori yaitu 0.002detik. Rata-rata waktu tunggu dalam sistem hasil simulasi adalah 0,00052 detik sedangkan dengan teori yaitu 0.001 detik.
2. Untuk utilasi 0,7, rata-rata waktu transaksi dalam sistem hasil simulasi adalah 0,00129 detik sedangkan dengan teori yaitu 0,001 detik. Rata-rata waktu tunggu dalam sistem hasil simulasi adalah 0,00233 detik sedangkan dengan teori yaitu 0.005 detik. Rata-rata waktu tunggu dalam sistem hasil simulasi adalah 0,00104 detiksedangkan dengan teori yaitu 0.003 detik.
3. Untuk utilasi 0,9, rata-rata waktu transaksi dalam sistem hasil simulasi adalah 0,00179 detik sedangkan dengan teori yaitu 0,002 detik. Rata-rata waktu tunggu dalam sistem hasil simulasi adalah 0,00152 detik sedangkan dengan teori yaitu 0.017detik. Rata-rata waktu tunggu dalam sistem hasil simulasi adalah 0,00332 detik sedangkan dengan teori yaitu 0.0151 detik.

## 8. Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada J.Silaban dan R. br Siadari selaku orang tua penulis, Ir. M. Zulfin MT selaku dosen

pembimbing, Rahmad Fauzi ST.MT, Dr. Ali Hanafiah ST.MT serta Dr. Maksum Pinem ST.MT yang sudah membimbing penulis dalam menyelesaikan jurnal ini dan semua pihak yang tidak sempat penulis sebutkan satu persatu.

## 9. Daftar Pustaka

- [1] Maulana, Arman. 2012. "Teori Antrian". <http://armandjexo.blogspot.com/2012/04/teori-antrian.html>. diakses 27Agustus 2013.
- [2] Satya, Bonett. 2007. "Simulasi Teori dan Aplikasinya". Yogyakarta. Penerbit ANDI.
- [3] Yoen. 2008, "Simulasi Antrian". <http://armandjexo.blogspot.com/2012/04/teori-antrian.html>. diakses 27Agustus 2013.
- [4] Purwaningsih, Heti. 2002. "Konsep Dasar Sistem Antrian". [http://eprints.undip.ac.id/32228/6/M02/Heti Purwaningsih chapter II.pdf](http://eprints.undip.ac.id/32228/6/M02/Heti%20Purwaningsih%20chapter%20II.pdf). diakses 30 Agustus 2013.
- [5] Kakiay, T. J. 2004. "Pengantar Sistem Simulasi". Yogyakarta. Penerbit ANDI.
- [6] Zulfin, M. 2013. Diktat Kuliah : "Teori Antrian". Fakultas Teknik Usu. Medan.
- [7] Viona, Nauvalisya. 2005. Tugas Akhir : "Analisis Kinerja Jaringan *Packet Switching Virtual Circuit* dengan Menggunakan Algoritma *Routing Bellman-Ford*".