MODEL MATEMATIK UNTUK MENENTUKAN NILAI TUKAR MATA UANG RUPIAH TERHADAP DOLLAR AMERIKA

Siana Halim
Dosen Fakultas Teknik, Jurusan Teknik Industri – Universitas Kristen Petra

Jani Rahardjo
Dosen Fakultas Teknik, Jurusan Teknik Industri – Universitas Kristen Petra

Shirley Adelia
Alumnus Fakultas Teknik, Jurusan Teknik Industri – Universitas Kristen Petra

ABSTRAK

Tujuan utama dari penelitian ini adalah untuk menentukan nilai estimasi pada parameter-parameter yang terdapat pada model-model heteroskedastik, khususnya dalam *Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity* - ARCH(1) dan *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*-GARCH(1,1). Model-model ini akan digunakan untuk menentukan, meramalkan dan memperbaharui nilai parameter dari nilai tukar mata uang Rupiah terhadap Dollar Amerika.

Nilai estimasi pada model ARCH(1) dan GARCH(1,1) diperoleh dengan metode iteratif yang diturunkan dari estimasi maksimum *likelihood* baku dan nilai awalnya didapat dari pendekatan *Yule Walker*. Penentuan nilai parameter yang diperbaharui akan diestimasi dengan menggunakan pendekatan model ARIMA(p,d,q).

Model-model heteroskedastik memberikan nilai pendekatan nilai tukar yang baik bahkan memberikan nilai peramalan yang baik pula, namun demikian model ini belum dapat mendeteksi terjadinya loncatan yang terjadi yang diakibatkan oleh perubahan situasi politik di Indonesia.

Kata kunci: ARCH, GARCH, YWE, MLE, *Heteroskedasticity*

ABSTRACT

The main objective of this paper is to estimate parameters in the heteroskedasticity models, particularly in Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity - ARCH(1) and Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity- GARCH(1,1). These models will be used to fit, to forecast and to update the volatility of Rupiah Vs US.Dollar rate.

In order to get the estimation of fitting and updating parameters of ARCH(1) and GARCH(1,1), here will be used iterative method which is derived from the standard maximum likelihood estimation and the initial values are taken from the result of Yule Walker Estimation. The updating parameters will be estimated by using the approach of ARIMA(p,d,q) updating parameters models.

The heteroskedasticity models will give a good fitting even a good forecast in near stasioner condition, however this models can not detect the jump that can be happend due to the changes of political situation that happend in Indonesia.

Keywords: ARCH, GARCH, YWE, MLE, Heteroskedasticity

1. PENDAHULUAN

Pemodelan dari *financial time series* telah mengalami suatu perubahan sejak diperkenalkannya model-model *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH) oleh Robert F. Engle pada tahun 1982. Sebelumnya, untuk memodelkan pasar uang selalu digunakan model-model klasik seperti *Autoregressive Integrated Moving Average*

(ARIMA) untuk memodelkan harga stok, nilai indeks saham, nilai tukar mata uang, dan lain sebagainya.

Sejak diperkenalkan model baru ini yaitu ARCH, banyak sekali penelitian yang berbasis pada ide ini, salah satu diantaranya., yang akan digunakan pada tulisan ini adalah model *Generalised Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH*)*, yang diperkenalkan oleh Bollerslev (1986*)*.

2. *AUTOREGRESSIVE MOVING AVERAGE MODELS* (ARMA (p,q))

Misalkan $\{X_t\}$ adalah sebuah proses yang stasioner dan $\tilde{X}_t = X_t - \mu$, maka model ARMA (p,q) adalah :

$$\tilde{X}_t = \phi_1 \tilde{X}_{t-1} + ... + .\phi_p \tilde{X}_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - ... - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

atau dapat ditulisakn dalam bentuk operator lag sebagai berikut :

$$\phi(B)\tilde{X}_t = \theta(B)\varepsilon_t \qquad (1)$$

<u>Asumsi-asumsi dari model ARMA</u>

(1) Error dari model (1) diasumsikan sebagai *white noise* dengan rerata nol dan varians konstan terhadap waktu.

(2) Varians dan varians bersyarat dari data diasumsikan konstans terhadap waktu.

Andaikan $\{Z_t\}$ bukanlah proses yang stationer , tetapi jika diambil beda sebanyak d ternyata $\{Z_t\}$menjadi stastioner, maka model ARIMA (p,d,q) dapat digunakan:

$$\varphi(B)\tilde{Z}_t = \theta(B)\varepsilon_t$$

dimana $\varphi(B)\tilde{Z}_t = \phi(B)(1-B)^d \tilde{Z}_t$

karena $\nabla^d \tilde{Z}_t = \nabla^d z_t$ untuk d ≥ 1 maka :

$$\varphi(B)Z_t = \theta(B)\varepsilon_t \qquad (2)$$

3. PROSES-PROSES *ARCH* DAN *GARCH*

Konsep bahwa perubahan harga merupakan suatu proses *white noise* ternyata terlalu sempit jika digunakan untuk data finansial, karena itu keterbatasan ini akan diperlonggar dengan menggukan konsep *martingale*. *Martingale* adalah proses stokastik, yaitu suatu model matematik dari *'fair game'* dari perjudian. Secar formal *martingale* dapat didefinisikan sebagai proses stokastik X_t (t = 1,2,…) yang memiliki sifat-sifat sebagai berikut (Mills, 1993) :

- E[$|X_t|$< ∞ untuk setiap t
- E[X_t | F_s] = X_s, bila s ≤ t dan F_s adalah σ - algebra yang ditentukan pada interval [0,t] sehingga $F_s \subseteq F_t$ bila s ≤ t.

Kondisi ini ekuivalen dengan :
$\Leftrightarrow E[X_t - X_s \mid F_s] = 0$
$\Leftrightarrow X_t = X_{t-1} + E_t$

E_t adalah beda antara dua deret obsevasi dan disebut sebagai *martingale difference*, dan memiliki korelasi tetapi bukan merupakan proses yang independen. Hal ini akan menjamin bahwa ketergantungan terhadap waktu dari proses dari momen bersyarat yang lebih tinggi, terutama varians bersyaratnya.

Ketergantungan terhadap waktu dari varians bersyarat akan membuat proses menjadi tak linear, dan ketaklinearan dari proses ini dapat dimodelkan dalam berbagai cara. Salah satunya adalah pada model-model ARCH.

DEFINISI 1
$\{X_t\}$ disebut sebagai proses ARCH(p) jika :

(a) $E[X_t \mid F_{t-1}] = \mu$ (= 0 , tanpa kehilangan sifat umumnya)
(b) $\mathrm{Var}\,[X_t \mid F_{t-1}] = \sigma^2_t$ dengan
$\sigma^2_t = \omega + \alpha_1 X^2_{t-1} + \ldots + \alpha_p X^2_{t-p}$, $\omega > 0$, $\alpha_1, \ldots, \alpha_p \geq 0$

sebagai tambahan , diasumsikan bahwa :

(c) $E_t := \dfrac{X_t}{s_t}$ i.i.d dan E_t independen terhadap F_{t-1}

atau bahkan

(c*) $E_t := \dfrac{X_t}{s_t}$ i.i.d N(0,1)

Agar proses ARCH(p) stationer, persamaan karakteristiknya harus memiliki akar-akar yang lebih dari satu, yaitu, akar-akar dari $\sum_{i=1}^{p} a_i B^{p-i} = 0$ harus berada diluar lingkaran satuan, dimana B adalah operator lag, yaitu, ARCH(p) stasioner jikka $\sum a_i < 1$. Hal ini akan menjamin eksistensi dari momen kedua dari proses yaitu $V(X_t) = \dfrac{\omega}{1 - \sum_{i=1}^{p} \alpha_i}$

Definisi 2 :
$\{X_t\}$ disebut sebagai proses GARCH(p,q) jika :

(a) $E[X_t \mid F_{t-1}] = \mu$ (= 0 , tanpa kehilangan sifat keumumannya)
(b) $\mathrm{Var}\,[X_t \mid F_{t-1}] = \sigma^2_t$ dengan

$$\sigma^2_t = \omega + \sum_{i=1}^{p} a_i X^2_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} b_i s^2_{t-i} \quad , \quad \omega > 0$$

sebagai tambahan, diasumsikan:

(c) $E_t := \dfrac{X_t}{s_t}$ i.i.d dan E_t independen terhadap F_{t-1}

atau bahkan

(c*) $E_t := \dfrac{X_t}{s_t}$ i.i.d N(0,1)

Proses stasioner jika $\sum_{i=1}^{p} a_i X_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{q} b_i s_{t-i}^2$, < 1, $\omega > 0$

4. ESTIMASI PARAMETER DARI ARCH(1) DENGAN MENGGUNAKAN MLE BAKU

Proposisi 3

Misalkan $\{X_t\}$ adalah *stasioner* ARCH(1) dengan $\{\varepsilon_t\}$ IIDN (0,1), $\underline{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_N)$. Fungsi *log-likelihood*-nya adalah :

$$l(\omega,\alpha,|\underline{X}) = -\frac{N-1}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=2}^{N}\ln(\sigma_t^2) - \frac{1}{2}\sum_{t=2}^{N}\frac{x_t^2}{\sigma_t^2} + \ln(f_x(x_t,\omega,\alpha))$$

$$= \text{konstan} - \frac{1}{2}\sum_{t=2}^{N}\left[\ln(\omega+\alpha X_{t-1}^2) + \frac{X_t^2}{(\omega+\alpha X_{t-1}^2)}\right] + \ln(f_X(X_t,\omega,\alpha))$$

dimana $f_x(X_t, \omega, \alpha)$ adalah kerapatan dari proses stasioner X_t.

Bukti :

$L(X_t \mid F_{t-1}) = L(X_t \mid X_{t-1}, \ldots, X_{t-p})$

Adalah distribusi probabilitas gabungan dari $(X_1, \ldots, X_N)$

$P(X_N, \ldots, X_1) = P(X_N \mid X_{N-1}, \ldots, X_1) \,.\, P(X_{N-1}, X_{N-2}, \ldots, X_1)$

$= P(X_N \mid X_{N-1}, \ldots, X_1) \,.\, P(X_{N-1} \mid X_{N-2}, \ldots, X_1) \ldots P(X_2 \mid X_1).\, f_x(X_1)$

$L(\varepsilon_t) \sim N(0,1) \Rightarrow L(X_t \mid F_{t-1}) \sim N(0, \sigma_t^2)$

$$P(X_t \mid X_{t-1}, \ldots, X_{t-p}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}}\exp\left(-\frac{X_t^2}{2\sigma_t^2}\right)$$

Gunakan asumsi IIDN, fungsi log-likelihood menjadi :

$$l(w,a \mid \underline{X}) = \ln \prod_{t=2}^{N}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}}\exp\left(-\frac{X_t^2}{2\sigma_t^2}\right) f_X(X_t)$$

$$= -\frac{N-1}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=2}^{N}\ln(\sigma_t^2) - \frac{1}{2}\sum_{t=2}^{N}\frac{X_t^2}{\sigma_t^2} + \ln(f_X(X_t,\omega,\alpha))$$

$$= \text{konstan} - \frac{1}{2}\sum_{t=2}^{N}\left[\ln(\omega+\alpha X_{t-1}^2) + \frac{X_t^2}{(\omega+\alpha X_{t-1}^2)}\right] + \ln(f_X(X_t,\omega,\alpha))$$

Catatan 4

Karena nilai dari $\ln(f_x)$ lebih kecil bila dibandingkan dengan nilai di atas maka

$$l(w,a \mid \underline{X}) \sim \text{konstan} - \frac{1}{2}\sum_{t=2}^{N}\left[\ln(\sigma_t^2) + \frac{X_t^2}{\sigma_t^2}\right]$$

gunakan proposisi 1 dan ambil estimasi dari *max likelihood* bersyarat dari parameter ARCH(1)

$$\max l(\boldsymbol{w}, \boldsymbol{a} \mid \underline{X}) \sim \text{konstan } -\frac{1}{2}\sum_{t=2}^{N}\left[\ln(\sigma_t^2) + \frac{X_t^2}{\sigma_t^2}\right]$$

$$\sim \text{konstan } -\frac{1}{2}\sum_{t=2}^{N}\left[\ln(\omega + \alpha X_{t-1}^2) + \frac{X_t^2}{\omega + \alpha X_{t-1}^2}\right]$$

hal ini berarti bahwa:

$$\text{grad } l\,(\boldsymbol{J}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial l}{\partial \omega} \\ \frac{\partial l}{\partial \alpha} \end{pmatrix} = 0 \text{ , dimana } \vartheta = \begin{pmatrix} \omega \\ \alpha \end{pmatrix}$$

$$0 = \text{grad } l\,(\boldsymbol{J}) \approx \text{grad } l\,(\boldsymbol{J}_0) + \text{Hess } l\,(\boldsymbol{J}_0)\,(\boldsymbol{J} - \boldsymbol{J}_0)$$

$$(\boldsymbol{J} - \boldsymbol{J}_0) \approx -\text{Hess}^{-1}\ l\,(\boldsymbol{J}_0)\ \text{grad } l\,(\boldsymbol{J}_0)$$

Iterasi Newton :

$$\boldsymbol{J}_{j+1} - \boldsymbol{J}_j = -\text{Hess}^{-1}\ l\,(\boldsymbol{J}_j)\ \text{grad } l\,(\boldsymbol{J}_j)$$

Nilai awal dari iterasi ini diperoleh dari pendekatan estimasi *Yule Walkter.*

5. ESTIMASI PARAMETER DARI GARCH (1,1) MENGGUNAKAN PENDEKATAN ESTIMASI YULE WALKER[1]

Proposisi 5

$\{X_t\}$ proses GARCH(p,q), $E(X_t^2 - \sigma_t^2) = c < \infty$ maka :

(a) $W_t = X_t - \sigma_t^2$ adalah *white noise* dengan $EW_t = 0$

(b) $$\sigma^2 = \frac{\omega}{1 - \sum_{k=1}^{p}\alpha_k - \sum_{k=1}^{q}\beta_k}$$

Bukti :

(a) $EW_t = E\,E\{(X_t^2 - \sigma_t^2) \mid F_{t-1}\}$

$= E[E(X_t^2 \mid F_{t-1}) - E\sigma_t^2]$

$= 0$ untuk $s > 0$

$\text{Cov}(W_t, W_{t+s}) = E\sigma_t^2(\varepsilon_t^2 - 1)\sigma_{t+s}^2(\varepsilon_{t+s}^2 - 1)$

$= 0$ karena ε_{t+s} independen terhadap F_{t+s-1}\

(b) $\sigma^2 = \mathcal{E}\, X_t^2 = \mathcal{E}\ \mathcal{E}\,(X_t^2 \mid F_{t-1})$, gunakan $E(X_t^2 \mid F_{t-1}) = \sigma_t^2$

[1] G. Maercer, ITWM – Kaiserslautern - Germany

$$= E(\omega + \sum_{k=1}^{p} \alpha_k X_{t-k}^2 + \sum_{k1}^{q} \beta_k \sigma_{t-k}^2)$$

$$= \omega + \sum_{k=1}^{p} \alpha_k \, E \, X_{t-k}^2 + \sum_{k=1}^{q} \beta_k \, E \, \sigma_{t-k}^2$$

$$= \omega + \sigma^2 (\sum_{k=1}^{p} \alpha_k + \sum_{k=1}^{q} \beta_k)$$

Estimasi *Yule Walker* ini tidak memberikan suatu estimasi yang asimptotik efisien, tetapi mudah dihitung untuk digunakan sebagai nilai awal dari prosedur lain yang lebih baik.

<u>Gunakan proposisi 5</u>

$$W_t = X^2{}_t - \sigma_t^2$$

$$X^2{}_t = W_t + \sigma_t^2$$

$$X_t^2 = ù + (á + â) X_{t-1}^2 - â W_{t-1} + W_t \qquad (3)$$

$$ì = ó^2 = \mathbf{E}[x_t^2] = \frac{ù}{1 - á - ù} \qquad (4)$$

$$\Leftrightarrow \quad ù = ì(1 - á - â)$$

$$Y_t = X_t^2 - ì \quad \Rightarrow Y_{t-1} = X_{t-1}^2 - ì \qquad (5)$$

$$\Leftrightarrow X_t^2 = Y_t + ì$$

Substitusikan persamaan (5) dan (4) ke persamaan (3) :

$$X_t^2 = ù + (á + â) X_{t-1}^2 - â W_{t-1} + W_t$$

$$Y_t + ì = ì(1 - á - â) + (á + â)(Y_{t-1} + ì) - â W_{t-1} + W_t$$

$$Y_t = (á + â) Y_{t-1} - â \, W_{t-1} + W_t$$

dapat ditulis menjadi

$$Y_t = ö Y_{t-1} + è W_{t-1} + W_t \qquad (6)$$

dimana :

$$ö = á + â \text{ dan } è = -â$$

Estimasi *Yule Walker*

- $Y_t . Y_t = ö Y_t . Y_{t-1} + è Y_t . W_{t-1} + Y_t . W_t$

  Ambil nilai ekspektasinya :

  $$E[Y_t . Y_t] = f \, E[Y_t . Y_{t-1}] + q \, E[Y_t . W_{t-1}] + E[Y_t . W_t]$$

  $$g_0 = f g_1 + q(f + q) s_w^2 + s_w^2 \qquad (7)$$

- $Y_{t-1} . Y_t = f \, Y_{t-1} . Y_{t-1} + è \, Y_{t-1} . W_{t-1} + Y_{t-1} . W_t$

  Ambil nilai ekspektasinya

  $$\mathbf{E}[Y_{t-1} . Y_t] = \phi \, E[Y_{t-1} . Y_{t-1}] + è \, E[Y_{t-1} . W_{t-1}] + E[Y_{t-1} . W_t]$$

  $$g_1 = f \, g_0 + q \, s_w^2 \qquad (8)$$

- $Y_{t-2}.Y_t = f\ Y_{t-2}.Y_{t-1} + q\ Y_{t-2}.W_{t-1} + Y_{t-2}\ W_t$

  Ambil nilai ekspektasinya:

  $\mathcal{E}\,[\mathrm{Y_{t-2}.Y_t}] = \phi\ \mathcal{E}\,[\mathrm{Y_{t-2}.Y_{t-1}}] + \theta\ \mathcal{E}\,[\mathrm{Y_{t-2}.W_{t-1}}] + \mathcal{E}\,[\mathrm{Y_{t-2}\ W_t}]$

  $$g_2 = f\ g_1 \tag{9}$$

dimana g_k adalah autokovarian, gunakan hubungan antara autokovarians dan autokorelasi, r_k, $r_k = g_k / g_0$ yang dapat diestimasi sebagai berikut :

Estimasi dari f, q *dan* s_w^2

dari (9), diperoleh :

$$f = \frac{g_2}{g_1} = \frac{r_2}{r_1} \tag{10}$$

dari (8), diperoleh :

$$s_w^2 = \frac{g_1^2 - g_2 g_1}{f\ g_1}$$

$$s_w^2\ f\ g_1 = g_1^2 - g_0 g_2 \tag{11}$$

bagilah (10) dengan g_0^2 , diperoleh :

$$s_w^2\ f\ \frac{r_1}{g_0} = r_1^2 - r_2$$

$$s_w^2 = \frac{g_0(r_1^2 - r_2)}{f\ r_1} = \frac{s_x^2(r_1^2 - r_2)}{f\ r_1} \tag{12}$$

substitusikan (9) dan (11) ke (7), kemudian transformasikan persamaan dalam suku-suku autokovarians ke dalam suku-suku autokorelasi, diperoleh :

$$r_1(r_2 - r_1^2)f^2 + (r_1^2 + r_2^2 - 2r_1^2 r_2)f + r_1(r_2 - r_1^2) = 0 \tag{13}$$

gunakan estimasi dari autokorelasi untuk mendapatkan estimasi dari parameter-parameter *GARCH*(1,1) diatas.

$$\hat{r}_k = r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^{N}(Y_t - \bar{Y}_N)(Y_{t-k} - \bar{Y}_N)}{\sum_{t=k+1}^{N}(Y_t - \bar{Y}_N)^2}$$

<u>*Updating*</u> <u>dan Batas Probabilitas</u>

Andaikan dibutuhkan peramalan pada *lead time* 1, 2, …, L . Untuk medapatkan batas probabilitas dari peramalan ini dan untuk menghitung nilai-nilai yang barunya –*updating*- maka diperlukan perhitungan dari bobot $\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_{L-1}$. Proses *updating* dari ARCH dan GARCH akan diestimasi dengan menggunakan pendekatan parameter dari model ARIMA(p,d,q)

Bobot - ψ dari persamaan ARIMA adalah:

$$\psi_j = \phi_1\psi_{j-1} + \ldots + \phi_{p+d}\psi_{j-p-d} - \theta_j \tag{14}$$

Perhitungan bobot - ψ dari ARCH(1):

ARCH(1) model: $X_t^2 = \omega + \alpha X_{t-1}^2 + W_t$ (15)

$$\Rightarrow \mu = \sigma^2 = \mathrm{E}\left[X_t^2\right] = \frac{\omega}{1-\alpha} \tag{16}$$

Substitusikan (5) dan (16) ke (15) , diperoleh :

$$Y_t = \alpha Y_{t-1} + W_t$$

Nilai dari ϕ_1 diperoleh dari persamaan (14) dan dapat dituliskan:

$$\psi_j = \phi_1 \psi_{j-1}$$

untuk: $j = 0$, $\psi_0 = 1$
$j = 1$, $\psi_1 = \phi_1 = \alpha$
$j > 1$, $\psi_j = \phi_1 \psi_{j-1} = \alpha\, \psi_{j-1}$

Perhitungan bobot - ψ dari GARCH(1,1):

Nilai ϕ_1 dan θ_1 di dapat dari (6), persamaan (14) dapat dituliskan:

$$\psi_j = \phi_1 \psi_{j-1} - \theta_j$$

untuk: $j = 0$, $\psi_0 = 1$
$j = 1$, $\psi_1 = \phi_1 - \theta_1 = (\alpha+\beta) + (-\beta) = \alpha$
$j > 1$, $\psi_j = \phi_1\, \psi_{j-1} = (\alpha+\beta)\, \psi_{j-1}$

Persamaan *updating* dari ARIMA adalah:

$$\tilde{X}_{t+1}(l) = \tilde{X}_t(l+1) + \psi_l a_{t+1} \text{ dimana } a_{t+1} = X_{t+1} - \tilde{X}_t(1)$$

Perhitungan persamaan *updating* dari ARCH(1) dan GARCH(1,1):

$$\tilde{Y}_{t+1}(l) = \tilde{Y}_t(l+1) + \psi_l W_{t+1} \text{ dimana } W_{t+1} = Y_{t+1} - \tilde{Y}_t(1)$$

Substitusikan (5)

$$\tilde{X}_{t+1}^2(l) - \mu = \tilde{X}_t^2(l+1) - \mu + \psi_l \{(X_{t+1}^2 - \mu) - (\tilde{X}_t^2(1) - \mu)\}$$

$$\tilde{X}_{t+1}^2(l) = \tilde{X}_t^2(l+1) + \psi_l (X_{t+1}^2 - \tilde{X}_t^2(1))$$

Persamaan Batas Probabilitas dari ARIMA adalah :

$$\tilde{X}_{t+l}(\pm) = \tilde{X}_t(l) \pm z_{\alpha/2}\left(1 + \sum_{j=1}^{l-1} \psi_j^2\right)^{1/2} . S_a$$

Persamaan batas probabilitas dari ARCH(1) dan GARCH(1,1) sama seperti pada ARIMA. Pada model ini, S_a adalah diviasi baku dari residual.

6. SIMULASI DATA UNTUK NILAI TUKAR RUPIAH TERHADAP DOLLAR AMERIKA

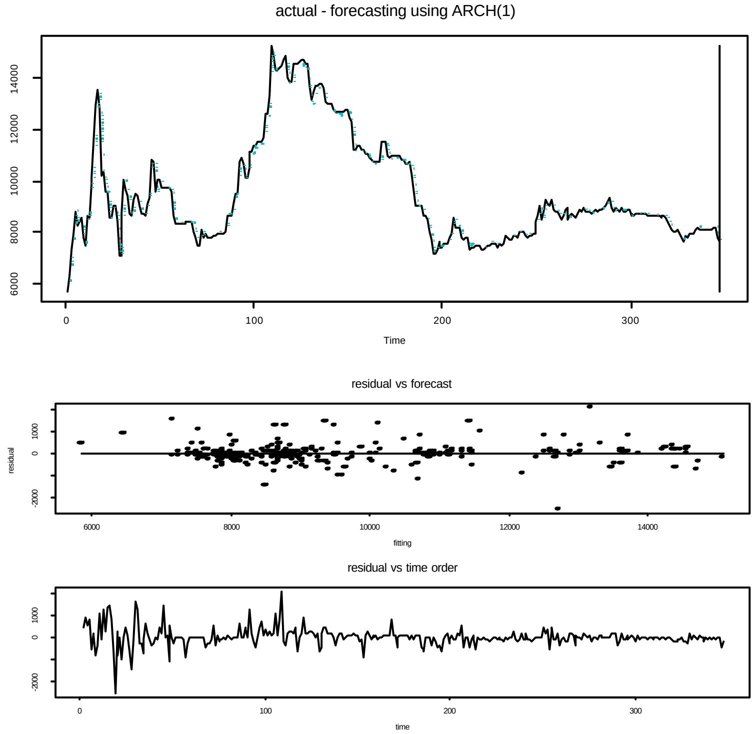
6.1 Menggunakan ARCH(1)

Data disimulasikan dengan menggunakan S-Plus v.4.0 , diperoleh model berikut ini: Misalkan $\{X_t\}$adalah nilai tukar rupiah terhadap US Dollar.

$$\sigma_t^2 = 3.575.224 + 0{,}9612693\ X^2_{t-1}$$

$$W_t = \text{Normal}(0,\ s_t^2)$$

$$\hat{X}_t = 3.575.224 + 0{,}9612693$$



Gambae 1. ***Actual-Forecasting Using*** **ARCH(1)**

Didapat MSE = 157.884,8 dan MAD = 230,2194

6.2 Menggunakan GARCH(1,1)

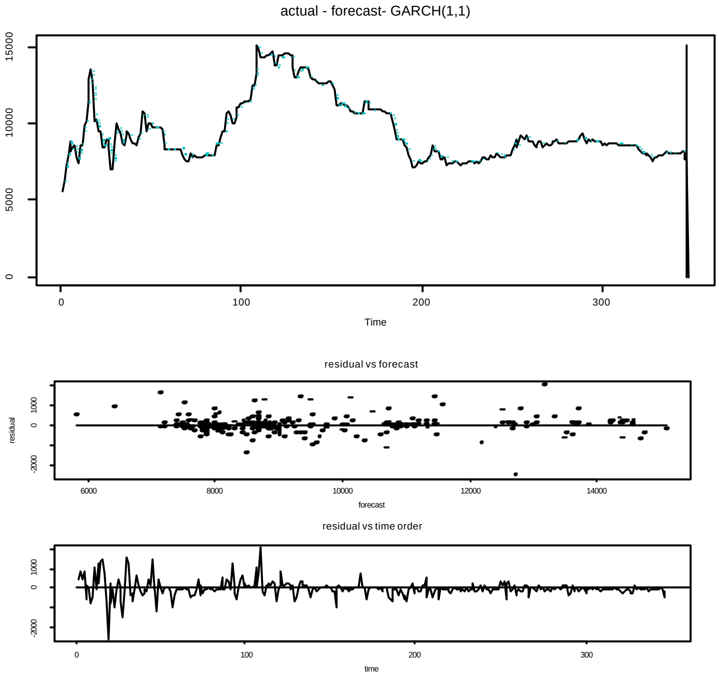
Data disimulasikan dengan menggunakan S-Plus v.4.0 , diperoleh model berikut ini: Misalkan $\{X_t\}$adalah nilai tukar Rupiah terhadap US Dollar

$$s_t^2 = 3.135.423 + 1{,}114517\ X^2_{t-1} - 0{,}1475486\ s_{t-1}^2$$

$$W_t = \text{Normal}(0,\ s_t^2)$$

$$\hat{X}_t = 3.135.423 + 1{,}114517\ X^2_{t-1} - 0{,}1475481\ s_{t-1}^2 + W_t$$

$$= 3.135.423 + 0{,}9669689\ X^2_{t-1} - 0{,}1475481 W_{t-1} + W_t$$



Gambar 2. ***Actual-Forecasting Using*** **GARCH (1,1)**

Di dapat nilai MSE = 157.578,6 dan MAD = 227,503

Tabel 1. Perbandingan Hasil Ramalan

Data	ARCH(1)	Error-ARCH(1)	GARCH(1,1)	Error – GARCH(1,1)
8065	8239,255	-174,255	8237,099	- 172,099
8105	8130,392	- 25,392	8125,650	- 20,650
8090	8168,685	- 78,685	8164,601	- 74,601
8110	8154,300	- 44,300	8150,018	- 40,018
8100	8173,019	- 73,019	8170,146	- 70,146
8120	8164,225	- 44,225	8160,091	- 40,091
8110	8182,954	- 72,954	8178,906	- 68,906
8170	8173,430	- 3,429	8168,567	1,433
7750 (*)	8230,345	-480,345	8226,410	- 476,410
7635	7830,277	-195,277	7823,371	- 188,371

(*) Setelah PEMILU (7 Juni 1999)

Updating untuk tiga data terakhir, andaikan data tersebut belum diketahui

Tabel 2. Perbandingan Hasil *Updating*

3 data terakhir dari *ARCH*(1)	*Updating*	*Error Updating* Terhadap data	3 data terakhir dari model *GARCH*(1,1)	*Updating*	*Error updating* terhadap data
8173,430	8103,23	66,77	8168,567	8091,984	78,016
8230,345	8163,347	-413,347	8226,410	8160,512	-410,512
7830,277	7756,973	-121,973	7823,371	7759,280	-124,28

7. KESIMPULAN

Pada data yang digunakan di sini, GARCH(1,1) memberikan hasil yang lebih baik dalam hal memberikan nilai MSE dan MAD yang minimum. Namun demikian, kedua pendekatan ini tidak mampu mendeteksi terjadinya loncatan karena perubahan situasi politik. Investigasi lebih lanjut akan terus diupayakan, yaitu dengan menggunakan pendekatan *quasi maximum likelihood estimation*-QMLE (yaitu pendekatan dengan tidak menggunakan asumsi normalitas) dan penggunaan neural network untuk mendapatkan estimasi yang diharapkan lebih baik.

DAFTAR PUSTAKA

Box, GEP, Jenkins.GM., 1976. *Time Series Analysis forecasting and control*, Holden-Day.

Mills, TC., 1994. *The Econometric Modelling of Financial Time Series*, Cambridge University Press.

Bollerslev T., Chou RY., Kroner KF., 1995. "ARCH modelling in finance", *Journal of Econometrics 52*, North Holland.

Pagan A., 1996. "The Econometrics of Financial Markets", *Journal of Empirical Finance 3 Elsevier*.

Kumarasinghe, KDSR., 1997. *Bootstrap Algorithm for EGARCH(1,1) Parameters*, Master Thesis Universtaet Kaiserslautern.