

Model Simultan Penentuan Toleransi Komponen Produk Rakitan dan Pabrik dalam Kolaborasi Manufaktur *Make-to-Order*

M. Imron Mustajib¹

Abstract: This paper discusses the development of simultaneous optimization model to determine component tolerance of assembly product and plant for manufacturing processes by considering quality tolerance limits, and delivery time constraint to minimize total cost in collaboration environment of make-to-order manufacturing systems. Total cost of the system consists of manufacturing costs and quality loss costs as the tolerance function, operational costs for multi-plant manufacturing collaboration which includes: setup costs, material handling costs, operating costs of assembly, manual operations costs, and transportation costs. Formulation of the model developed uses mixed integer non linear programming as a method of solution search. In the numerical examples presented, the optimization process results an optimal solution. Optimal solution is not sensitive if the changes in quality tolerance constraint and delivery time constraint is not large. While the addition of an alternative plant for producing a component can changes the alternative plant selected.

Keywords: Optimization model, quality loss, process capability, delivery time, MTO.

Pendahuluan

Ada beberapa dimensi strategi kompetitif bagi perusahaan manufaktur untuk memenangkan persaingan bisnis dalam lingkungan yang dinamis yaitu: kualitas, ongkos yang rendah, dan penyerahan order yang tepat waktu (*delivery time*) (Dangayach dan Deshmukh [3]; Hallgren dan Olhager [5]). Namun, permasalahan bagi perusahaan manufaktur adalah kriteria performansi ongkos, kualitas, dan *delivery time* tidak selalu konvergen, karena upaya untuk memenuhi kualitas sering kali berpengaruh pada kenaikan ongkos produksi dan penambahan *lead time* yang berdampak jadwal pengiriman (*delivery time*). Permasalahan tersebut memerlukan rekayasa kualitas (*quality engineering*) sebagai pengendalian kualitas *off-line* untuk mengoptimalkan rancangan (*design*) dengan kriteria performansi biaya dan kualitas, sehingga dapat dipilih alternatif proses manufaktur yang menghasilkan produk dalam batas-batas toleransi kualitas yang ditentukan dengan ongkos terendah.

Rekayasa kualitas menggunakan *robust design* untuk memperbaiki kualitas produk dengan mereduksi efek variabilitas. Umum diketahui bahwa variansi sulit dan terlalu mahal untuk dihilangkan dalam proses manufaktur, maka pengendalian vari-

ansi melalui desain toleransi berfungsi membatasi variabilitas di sekitar target karakteristik kualitas produk yang menjadi *functional requirements* bagi konsumen. Penentuan toleransi merupakan isu kritis dalam tahap desain dan tahap manufaktur, dimana penentuan toleransi mempengaruhi desain produk dan desain proses karena toleransi adalah "jembatan" antara *product requirement* dan ongkos manufaktur (Zhang [22]). Penentuan toleransi pada tahap desain lebih difokuskan pada upaya memenuhi persyaratan fungsional dengan nilai toleransi yang seketat mungkin, sehingga kurang memperhatikan kapabilitas proses manufaktur. Sedangkan pada tahap perencanaan proses lebih difokuskan pada kemudahan dalam melakukan proses manufaktur, sehingga pada tahap ini dikehendaki alokasi toleransi yang selonggar mungkin.

Terdapat beberapa kekurangan yang ditimbulkan jika penentuan toleransi dilakukan secara sekuensial pada tahap desain produk dan tahap perencanaan proses, antara lain (Zhang [22]): (1) Tidak ada hubungan yang jelas antara toleransi produk dengan toleransi pemesinan; dimana perencana proses terbatas pada tinjauan komponen, sehingga tidak memiliki tinjauan produk setelah dirakit. (2) Menyita banyak waktu karena akan ada pekerjaan yang berulang karena proses *recheck* toleransi antara bagian perancang produk dan perencanaan proses. (3) Memperpanjang *lead time*.

Selain itu, penentuan toleransi secara sekuensial (konvensional) dapat menyebabkan beberapa masalah pada kerjasama, kesinambungan, dan konsistensi pada dua tahap yang terpisah (Huang *et al.*

¹ Fakultas Teknik, Program Studi Teknik Industri, Laboratorium Sistem Manufaktur, Universitas Trunojoyo. Jl. Raya Telang, Po Box 2, Kamal, Bangkalan Madura 69162. Email: imron_mustajib@yahoo.co.id

Naskah masuk 12 Maret 2010; revisi1 29 April 2010; revisi2 15 Oktober 2010, diterima untuk dipublikasikan 15 November 2010.

[7]). Akibatnya *rework* dan redesain tidak dapat dihindari. Dengan demikian, rentang toleransi yang ditetapkan akan menentukan besarnya ongkos *rework* (Irianto dan Rachmat [9]), sehingga total ongkos merupakan fungsi toleransi. Pernyataan-pernyataan tersebut memperlihatkan kesamaan konsep bahwa penentuan toleransi tidak hanya berdampak pada performansi produk dan kemudahan proses, tetapi juga berdampak pada ongkos kualitas.

Banyak pengembangan model matematik yang telah dilakukan dalam penelitian perencanaan proses sebagai upaya menentukan toleransi dan proses (pemesinan) untuk meminimumkan total ongkos manufaktur, di antaranya penelitian yang dilakukan oleh Singh *et al.* [18]. Penelitian yang bertujuan untuk menentukan toleransi desain dan toleransi proses secara simultan antara lain dilakukan oleh Peng *et al.* [14], Singh *et al.* [16, 17].

Dalam perkembangan penelitian penetapan toleransi selanjutnya, model minimisasi ongkos manufaktur saja dianggap belum merepresentasikan ongkos kerugian yang harus ditanggung oleh konsumen akibat variabilitas performansi produk yang diterima, sekaligus ongkos yang dikeluarkan produsen untuk mencapai performansi produk yang diminta konsumen. Upaya untuk menyeimbangkan ongkos kerugian karena variabilitas performansi produk yang diterima konsumen dan ongkos yang dikeluarkan oleh produsen untuk mencapai performansi produk adalah dengan mengakomodasi fungsi kerugian kualitas (*quality loss function*). Fungsi kerugian kualitas yang dikembangkan oleh Taguchi dalam Taguchi *et al.* [19] dapat digunakan oleh perencana proses untuk melakukan *trade off* ongkos manufaktur dan ongkos kerugian kualitas dalam perencanaan proses. Selanjutnya permasalahan pemilihan proses (mesin) maupun penentuan toleransi dapat dilakukan dengan meminimasi performansi total ongkos manufaktur dan ongkos kerugian kualitas. Model minimisasi total ongkos manufaktur dan ongkos kerugian kualitas untuk perencanaan proses ini kemudian sering disebut sebagai model perancangan proses (*process design*), dengan total ongkos produksi sebagai ukuran performansinya. Pengembangan model perancangan proses telah banyak dilakukan, diantaranya oleh Irianto dan Putri [8], Mustajib [12] serta Ye dan Salustry [21]. Sedangkan Mustajib dan Irianto [13] mengembangkan model yang terintegrasi untuk pemilihan proses dan perbaikan kualitas untuk memaksimalkan profit pada sistem produksi multi tahap.

Banyak pakar kualitas yang menyatakan bahwa sebagian besar permasalahan dan ongkos-ongkos yang dikeluarkan oleh perusahaan adalah terkait

dengan kualitas produk disebabkan oleh kualitas dan variabilitas material yang dipasok oleh *supplier* untuk proses manufaktur (Feng *et al.* [4]). Berdasarkan permasalahan ini, Feng *et al.* [4] membangun model *stochastic integer programming* untuk penentuan toleransi dan *supplier* secara simultan menggunakan fungsi kerugian kualitas dan indeks kapabilitas proses untuk meminimasi total ongkos produksi. Selanjutnya Irianto dan Rahmat [9] mengembangkan model pemilihan proses manufaktur dan *supplier* dalam lingkup jaringan manufaktur *make-to-order* (MTO) dan *engineering-to-order* (ETO) berdasarkan batasan toleransi dan jadwal pengiriman (*delivery time*). Sementara itu, Tseng dan Huang [20] menegaskan pentingnya penentuan toleransi dimensi komponen dan pabrik yang sesuai untuk melakukan proses manufaktur untuk setiap komponen produk rakitan dalam lingkup kolaborasi manufaktur. Meskipun demikian, penentuan toleransi optimal untuk setiap komponen dan pemilihan pabrik untuk melakukan proses manufaktur dalam model yang dibangun oleh Tseng dan Huang [20] masih dilakukan secara sekuensial dalam dua tahapan optimisasi dan tidak memperhatikan dua aspek, yaitu: kapabilitas proses dalam pabrik maupun batasan *delivery time*. Dua aspek tersebut perlu diperhatikan dalam kolaborasi manufaktur karena beberapa alasan penting. Pertama: Indeks kapabilitas proses menunjukkan kemampuan proses manufaktur untuk memenuhi toleransi yang diberikan. Kedua: Aspek *delivery time*, ongkos, dan kualitas merupakan dimensi strategi kompetitif bagi perusahaan manufaktur (Dangayach dan Deshmukh [3]; Halgren dan Olhager [5]). Secara spesifik kemampuan perusahaan manufaktur berbasis *make-to-order* (MTO) dalam memproduksi dengan ongkos rendah, kualitas yang sesuai dan penyerahan produk yang tepat waktu kepada pelanggan sering kali dapat memenangkan order dalam persaingan bisnis, karena menurut Cakravastia *et al.* [1] *trade off* ketiga dimensi tersebut dapat meminimasi tingkat total ketidakpuasan konsumen. Selanjutnya dengan mengembangkan kolaborasi, perusahaan manufaktur dapat meningkatkan tingkat keahlian (*level of expertise*) dan meminimasi risiko investasi (Samadhi dan Hoang [15]). Kemudahan melakukan kolaborasi dapat dicapai dengan adanya teknologi informasi dan teknologi proses manufaktur, dimana berbagai komponen dalam jaringan rantai pasok dapat dikendalikan secara elektronik melalui internet maupun intranet dan basis data yang saling terhubung (Choudhary *et al.* [2]). Dengan demikian, makalah ini bertujuan membahas pengembangan model optimisasi simultan penentuan toleransi dan pabrik untuk melakukan proses manufaktur komponen rakitan dengan memperhatikan batasan toleransi kualitas dan batasan *delivery time* untuk

meminimasi total ongkos pada kolaborasi sistem manufaktur berbasis pesanan (MTO).

Pengembangan model simultan penentuan toleransi dan pabrik untuk melakukan proses manufaktur komponen rakitan dalam makalah ini dengan mengasumsikan: (1) Kolaborasi sistem manufaktur MTO menerapkan konsep JIT dan *lean manufacturing*. (2) *Total delivery lead time* adalah *manufacturing lead time*, waktu transportasi dan waktu perakitan produk yang diperlukan untuk pemenuhan order. (3) Proses bervariasi mengikuti distribusi normal dengan rata-rata μ dengan batas penyimpangan proses adalah 6σ . (4) Karakteristik kualitas menyimpang dari target desain secara simetris mengikuti fungsi kerugian kuadratik.

Berbeda dengan model Tseng dan Huang [20] yang menggunakan pendekatan *worst case criteria* untuk penentuan toleransi, analisis toleransi dalam pengembangan model pada makalah ini menggunakan pendekatan statistik (*root sum square criteria*). Pendekatan statistik digunakan untuk melakukan estimasi terhadap akumulasi toleransi pada produk rakitan, yang didasarkan fakta bahwa probabilitas komponen berada pada titik ekstrem selang toleransi sangat rendah. Meskipun pendekatan statistik lebih kompleks dalam perhitungan dibandingkan *worst case criteria*, tetapi dapat menghasilkan toleransi produk rakitan yang lebih ketat, toleransi komponen yang lebih longgar, dan ongkos produksi yang lebih rendah (Lin *et al.* [10]). Pendekatan statistik telah digunakan dalam penelitian Peng *et al.* [14] serta Ye dan Salustry [21].

Pembahasan selanjutnya dalam makalah ini disusun sebagai berikut. Pada bagian kedua akan dijelaskan metode penelitian, yang meliputi uraian deskripsi sistem yang dimodelkan serta notasi matematik yang digunakan. Kemudian pada bagian akhir metode penelitian ditunjukkan formulasi model matematik yang dikembangkan. Pada bagian ketiga dibahas hasil implemetasi model serta analisis yang didasarkan pada sebuah contoh numerik. Pada bagian keempat dalam makalah ini akan disimpulkan hasil pengembangan model serta saran untuk kelanjutan penelitian ini.

Metode Penelitian

Deskripsi Sistem

Suatu produk rakitan tersusun atas I komponen (Gambar 1), dimana setiap komponen ke- i dapat diproduksi dengan proses manufaktur yang tersedia pada beberapa alternatif pabrik, dari pabrik ke- j hingga pabrik ke- J . Setiap pabrik yang terlibat

dalam kolaborasi ini memiliki karakteristik yang spesifik dalam ongkos manufaktur dan ongkos operasional kolaborasi yang meliputi: ongkos *setup*, ongkos *material handling*, ongkos operasi perakitan, ongkos operasi manual, dan ongkos transportasi. Selanjutnya untuk setiap alternatif pabrik ke- j yang memproduksi komponen rakitan ke- i menghasilkan variansi kualitas dimensi komponen sebesar $\sigma_{x_{ij}}^2$. Total variansi proses setiap komponen rakitan ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j harus lebih kecil atau sama dengan spesifikasi toleransi dimensi desain produk rakitan (σ_Y^2) atas sebuah *order* yang dipesan oleh konsumen. Dengan demikian persyaratan fungsional ini dapat dinyatakan dengan persamaan (1):

$$\sigma_{x_{11}}^2 + \dots + \sigma_{x_{ij}}^2 + \dots + \sigma_{x_{IJ}}^2 \leq \sigma_Y^2 \tag{1}$$

Nilai variansi untuk komponen ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j ($\sigma_{x_{ij}}^2$) pada persamaan (1) dapat diestimasi dengan indeks kapabilitas proses Taguchi (C_{pm}):

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - \tau)^2}} \tag{2}$$

dimana USL dan LSL adalah batas spesifikasi atas dan bawah, sedangkan $(\mu - \tau)^2$ menunjukkan pergeseran rata-rata proses, μ terhadap target karakteristik kualitas, τ . Jika batas toleransi hanya diperhatikan pada satu sisi saja, maka persamaan (2) dapat disederhanakan untuk memperoleh hubungan variansi dan toleransi komponen ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j , t_{ij} dalam bentuk:

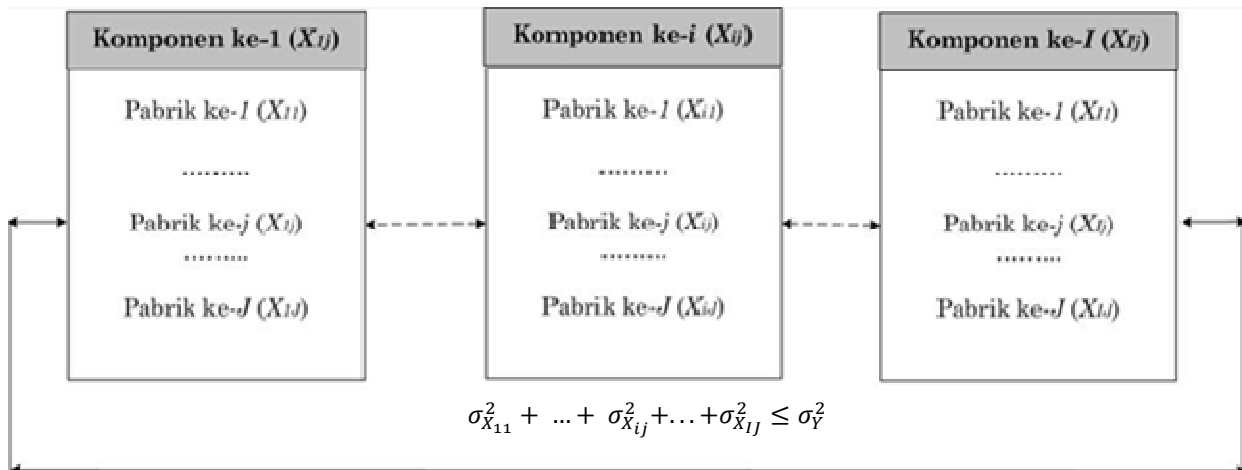
$$\sigma_{ij}^2 = \left(\frac{t_{ij}}{3C_{pm_{ij}}} \right)^2 - (\mu_{ij} - \tau_{ij})^2 \tag{3}$$

Sedangkan nilai karakteristik kualitas produk rakitan, Y dapat diestimasi dari karakteristik dimensi komponen ke- i sampai ke- I , $X_1, \dots, X_i, \dots, X_I$. Hubungan ini secara matematis dapat dinyatakan dengan persamaan (4):

$$Y = f(X_1, \dots, X_i, \dots, X_I) \tag{4}$$

Jika $\mu_1, \dots, \mu_i, \dots, \mu_I$ adalah rata-rata dimensi nominal yang berkaitan dengan dimensi komponen ke- i sampai ke- I , $X_1, \dots, X_i, \dots, X_I$, maka pengembangan ruas kanan persamaan (4) dalam deret Taylor di sekitar, $\mu_1, \dots, \mu_i, \dots, \mu_I$, dengan mengabaikan suku tingkat yang lebih tinggi, diperoleh (Montgomery [11]):

$$\sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^I \left(\frac{\partial Y}{\partial X_i} \Big|_{\mu_i} \right)^2 \sigma_i^2 \tag{5}$$



Gambar 1. Deskripsi sistem penentuan toleransi dan pabrik untuk produk rakitan

Apabila sifat karakteristik kualitas produk adalah *nominal is the best*, maka persamaan (5) dapat dituliskan kembali menjadi persamaan (6):

$$\sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^I \left(\frac{\partial Y}{\partial X_i} \Big|_{\tau_i} \right)^2 \sigma_i^2 \tag{6}$$

Turunan parsial $\frac{\partial Y}{\partial X_i} \Big|_{\tau_i}$ pada persamaan (6) menunjukkan sensitifitas karakteristik kualitas produk rakitan akhir, Y terhadap karakteristik kualitas komponen ke- i , X_i .

Selanjutnya perhitungan ongkos kerugian kualitas dapat dilakukan dengan pendekatan fungsi kerugian kuadratik Taguchi dan ditulis dengan persamaan (7):

$$L(Y) = k_Y(Y - \tau)^2 \tag{7}$$

dengan $k_Y = \frac{C_r}{t_Y^2}$ (8)

k_Y adalah konstanta pengkonversi karakteristik teknik menjadi karakteristik ongkos, k_Y juga merupakan koefisien kerugian kualitas produk akhir yang diestimasi berdasarkan ongkos *rework*, C_r , yang diperlukan ketika karakteristik kualitas produk akhir Y menyimpang dari target namun masih dalam batas toleransi yang diterima konsumen, t_Y . Pada kondisi karakteristik kualitas *nominal is the best* dengan $\mu \neq \tau$ nilai ekspektasi kerugian kualitas dapat dituliskan sebagai berikut:

$$QL_Y = E[L(Y)] = k_Y(\sigma_Y^2 + (\mu_Y - \tau_Y)^2) \tag{9}$$

Variansi, σ_Y^2 pada persamaan (9) mencerminkan tingkat presisi proses manufaktur, sedangkan bias, $(\mu_Y - \tau_Y)^2$, mencerminkan akurasi pengukuran hasil proses manufaktur. Bias dapat reduksi untuk

mengurangi kerugian kualitas dengan melakukan *adjustment* pada μ dalam tahap desain parameter. Selanjutnya ekspektasi kerugian kualitas produk rakitan akhir, Y pada persamaan (9) adalah sama dengan jumlah kerugian kualitas komponen ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j :

$$QL_Y = E[L(Y)] = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J k_{ij} (\sigma_{ij}^2 + (\mu_{ij} - \tau_{ij})^2) \tag{10}$$

Sehingga total ongkos kerugian kualitas produk akhir, QL_Y , yang disebabkan adanya variabilitas karakteristik kualitas individu setiap ke- i dengan menggunakan alternatif proses manufaktur pada pabrik ke- j dapat dihitung dengan melakukan substitusi persamaan (3) dan (6) ke dalam persamaan (10) menjadi:

$$QL_Y = E[L(Y)] = k_Y \left(\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left(\frac{\partial Y}{\partial X_i} \Big|_{\tau_i} \right)^2 \left(\frac{t_{ij}}{3 C_{pmij}} \right)^2 \right) \tag{11}$$

Sementara itu, ongkos manufaktur dapat diestimasi dari fungsi *cost-tolerance* proses pemesinan dengan pendekatan *reciprocal squared*. Sehingga total ongkos manufaktur (MC_Y) produk akhir merupakan fungsi dari toleransi dimensi komponen ke- i pada pabrik ke- j , t_{ij} , yang dapat diformulasikan dengan persamaan (12).

$$MC_Y = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J f(t_{ij}) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left(A_{ij} + \frac{B_{ij}}{t_{ij}^2} \right) \tag{12}$$

Pada persamaan (12) konstanta A_{ij} merepresentasikan ongkos-ongkos tetap, misalnya: material, *tooling*, dll. Sedangkan konstanta B_{ij} merupakan ongkos produksi untuk dimensi komponen tunggal dengan toleransi tertentu, t_{ij} . Kedua parameter ongkos tetap proses pemesinan tersebut dapat diperoleh dari eksperimen atau data empirik.

Total ongkos dalam sistem yang akan diminimisasi adalah ongkos kerugian kualitas dan ongkos manufaktur yang merupakan fungsi toleransi kualitas komponen, serta ongkos operasional untuk melakukan kolaborasi manufaktur banyak pabrik yang meliputi: ongkos *setup*, ongkos *material handling*, ongkos operasi perakitan, ongkos operasi manual, dan ongkos transportasi.

Notasi Model

Notasi yang digunakan dalam memodelkan sistem pada makalah ini adalah sebagai berikut:

Indeks:

- i : komponen ke- i
- j : pabrik ke- j
- I : kumpulan komponen
- J : kumpulan alternatif pabrik

Variabel keputusan:

- X_{ij} : komponen ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j , bernilai 1 jika dipilih dan bernilai 0 jika tidak dipilih
- t_{ij} : toleransi komponen ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j

Ukuran performansi:

- TC : total ongkos kolaborasi manufaktur

Parameter:

- A_{ij} : Parameter ongkos tetap proses permesinan komponen ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j yang melibatkan ongkos material dan *tooling*
- B_{ij} : parameter ongkos tetap proses permesinan untuk dimensi komponen ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j dengan toleransi tertentu
- Y : karakteristik kualitas produk rakitan akhir yang menyatakan fungsi dari karakteristik kualitas setiap dimensi nominal komponen, $Y = f(X_1, \dots, X_j, \dots, X_J)$
- k_Y : Koefisien kerugian kualitas produk rakitan akhir
- S_{ij} : ongkos *set up* proses manufaktur komponen ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j
- H_{ij} : ongkos *material handling* komponen ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j
- R_{ij} : ongkos operasi perakitan komponen ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j
- M_{ij} : ongkos operasi manual komponen ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j
- T_{ij} : ongkos transportasi komponen ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j
- t_Y : toleransi produk rakitan
- W_{ij}^m : waktu manufaktur untuk memproduksi komponen ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j
- W_{ij}^T : waktu transportasi untuk memproduksi komponen ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j

- W_{ij}^R : waktu perakitan untuk memproduksi komponen ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j
- W_Y : batas waktu produk kepada yang dijanjikan kepada konsumen
- t_{ij}^{min} : batas bawah toleransi untuk komponen ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j
- t_{ij}^{max} : batas atas toleransi untuk komponen ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j
- Cpm_{ij} : indeks kapabilitas proses Taguchi untuk komponen ke- i yang diproduksi pada pabrik ke- j
- Cpm_Y : indeks kapabilitas proses Taguchi untuk produk rakitan

Formulasi Model

Fungsi tujuan dalam formulasi model optimisasi simultan penentuan toleransi dan pabrik pada kolaborasi manufaktur *make-to-order* adalah minimisasi total ongkos (TC), yang merupakan penjumlahan ongkos manufaktur, ongkos kerugian kualitas dan ongkos operasional untuk kolaborasi manufaktur pada banyak pabrik. Dengan demikian, fungsi tujuan model dapat dinyatakan dengan persamaan (13).

$$\begin{aligned}
 \text{Min } TC(X_{ij}, t_{ij}) = & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left(A_{ij} + \frac{B_{ij}}{t_{ij}^2} \right) X_{ij} \\
 & + k_Y \left(\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left(\frac{\partial Y}{\partial X_i} \right) \right)^2 \left(\frac{t_{ij}}{3 Cpm_{ij}} \right)^2 X_{ij} \\
 & + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J S_{ij} X_{ij} + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J H_{ij} X_{ij} \\
 & + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J R_{ij} X_{ij} + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J M_{ij} X_{ij} \\
 & + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J T_{ij} X_{ij}
 \end{aligned} \tag{13}$$

dengan memperhatikan Batasan toleransi rakitan:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left(\frac{\partial Y}{\partial X_i} \right)^2 \frac{t_{ij}^2}{Cpm_{ij}} X_{ij} \leq \frac{t_Y^2}{Cpm_Y} \tag{14}$$

Batasan *delivery time*:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (W_{ij}^m + W_{ij}^T + W_{ij}^R) X_{ij} \leq W_Y \tag{15}$$

Batasan presisi proses di setiap pabrik:

$$t_{ij}^{min} \leq t_{ij} \leq t_{ij}^{max}, \forall i \in I, j \in J \tag{16}$$

Batasan hanya satu alternatif pabrik yang dipilih:

$$\sum_{j=1}^J X_{ij} = 1, \forall i \in I \tag{17}$$

Batasan bilangan biner

$$X_{ij} \in [0,1], \forall i \in I, j \in J \tag{18}$$

Batasan-batasan yang menjadi kendala pada model dinyatakan dalam persamaan (14) sampai dengan persamaan (18). Batasan pertama menunjukkan bahwa penetapan toleransi komponen tidak boleh melebihi toleransi desain produk rakitan. Batasan kedua menjamin total *delivery lead time* untuk seluruh komponen tidak melebihi batas waktu penyerahan (*delivery due date*) order kepada konsumen. *Delivery lead time* adalah waktu (*point of time*) dimana order diterima dari konsumen hingga waktu (*point of time*) order tersebut dipenuhi. Dengan demikian, *delivery lead time* dapat diformulasikan dengan waktu manufaktur (*manufacturing lead time*) komponen ke-*i* pada pabrik ke-*j* dan waktu transportasi ditambah waktu perakitan produk akhir yang dipesan oleh konsumen. Sedangkan waktu untuk melakukan inspeksi dalam makalah ini tidak dinyatakan secara eksplisit karena mengikuti filosofi JIT, dimana inspeksi dilakukan dalam proses (*in process inspection*). Pada dasarnya menurut filosofi JIT inspeksi yang dilakukan di akhir proses hanya menambah *lead time* saja tetapi tidak memberikan nilai tambah. Batasan ketiga merupakan batas kepresisian proses (*process precision limits*) pada masing-masing pabrik. Dua batasan model yang terakhir menyatakan batasan fungsional untuk pemilihan pabrik.

Hasil dan Pembahasan

Pada bagian ini disajikan contoh numerik sebagai deskripsi implementasi model. Contoh numerik dalam makalah ini mengacu pada penelitian Tseng dan Huang [20], dengan beberapa data hipotetik yang disesuaikan berdasar kebutuhan. Contoh produk untuk implementasi model adalah sebuah *transmission gear box* (Gambar 2), yang tersusun atas enam komponen, yaitu: 1. *left housing*, 2. *right housing*, 3. *shaft*, 4. *left bearing*, 5. *right bearing*, dan 6. *spur gear*.

Karakteristik kualitas produk rakitan *transmission gear box* ditentukan oleh rantai dimensi produk rakitan akhir (lihat Gambar 2) dalam bentuk persamaan:

$$Y = X_1 + X_2 - X_3 - X_4 - X_5 \tag{19}$$

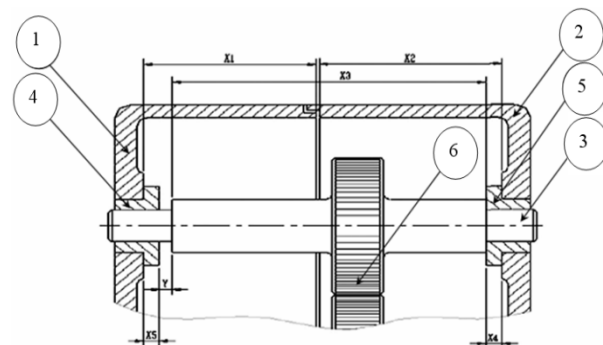
dimana nilai dimensi nominalnya adalah: $Y = 0,40 \pm 0,20$ mm, $X_1 = 30,00$ mm, $X_2 = 40,00$ mm, $X_3 = 60,60$ mm, $X_4 = 4,00$ mm, $X_5 = 5,00$ mm.

Koefisien kerugian kualitas produk akhir (K_Y) diketahui sebesar 50.000 dengan indeks kapabilitas proses Taguchi (C_{pm}) bernilai 1 dan batas waktu penyerahan order kepada konsumen adalah 145 jam. Toleransi dimensi nominal untuk setiap kom-

ponen *transmission gear box* dan *lead time* untuk proses manufaktur, perakitan dan transportasi pada masing-masing alternatif pabrik yang memproduksi komponen ditunjukkan dalam Tabel 1. Sedangkan ongkos operasional kolaborasi manufaktur ditunjukkan dalam Tabel 2.

Analisis kuantitatif terhadap model *mixed integer non linear programming* untuk mendapatkan solusi eksplisit dilakukan dengan bantuan perangkat lunak LINGO 8.0. Proses optimisasi membutuhkan waktu komputasi selama 5 detik untuk menghasilkan solusi optimal yang diperoleh pada iterasi ke 140, dengan total ongkos optimal sebesar 848.332. Nilai variabel keputusan untuk pabrik yang dipilih dan nilai toleransi dimensi masing-masing komponen hasil proses optimisasi disajikan pada Tabel 3.

Secara umum solusi optimal yang diperoleh dalam implementasi model pada contoh numerik menunjukkan bahwa beberapa komponen dengan nilai toleransi yang sama akan diproduksi dalam satu pabrik dengan total ongkos operasional kolaborasi yang paling rendah. Meskipun pabrik tersebut tidak selalu menyelesaikan produksi dengan *lead time* yang paling singkat. Sementara itu, nilai toleransi yang dikehendaki adalah sedang. Hal ini dapat dipahami karena pada toleransi yang ketat akan meningkatkan ongkos manufaktur, dan jika toleransi diberikan terlalu longgar dapat menurunkan kualitas produk rakitan akhir. Hasil uji numerik pada makalah ini dapat memberikan deskripsi bahwa dalam persoalan kolaborasi manufaktur, memilih pabrik dengan ongkos manufaktur yang terendah saja dapat menurunkan kualitas produk akhir. Hal ini terlihat pada contoh numerik bahwa solusi optimal yang dihasilkan untuk pabrik yang terpilih parameter ongkos tetap proses pemesinan tidak selalu merupakan nilai yang terkecil dari alternatif yang ada. Namun, total ongkos operasional pada suatu pabrik yang paling rendah perlu dipilih untuk meminimasi total ongkos pada fungsi tujuan akhir.



Gambar 2. *Transmission gear box* (dimodifikasi dari Tseng dan Huang [20])

Tabel 1. Parameter ongkos pemesinan, batasan toleransi dan *lead time*.

Komponen ke- <i>i</i>	Alternatif Pabrik ke- <i>j</i>	Toleransi [mm]		<i>A_{ij}</i>	<i>B_{ij}</i>	Waktu [jam]		
		Minimum	Maksimum			Manufaktur	Transportasi	Perakitan
1. <i>Left Housing</i>	Pabrik 1	0,025	0,050	0,85	0,75	46,00	1,50	0,50
	Pabrik 2	0,010	0,150	0,75	0,60	69,75	2,00	0,25
	Pabrik 3	0,025	0,050	0,70	0,50	22,45	1,25	0,30
2. <i>Right Housing</i>	Pabrik 1	0,025	0,050	0,80	0,70	70,00	1,50	0,50
	Pabrik 2	0,010	0,150	0,65	0,75	21,75	2,00	0,25
	Pabrik 3	0,025	0,050	0,60	0,60	46,45	1,25	0,30
3. <i>Shaft</i>	Pabrik 1	0,025	0,050	0,80	0,60	22,00	1,50	0,50
	Pabrik 2	0,005	0,020	0,85	0,50	45,75	2,00	0,25
	Pabrik 3	0,050	0,500	0,75	0,50	22,45	1,25	0,30
4. <i>Left Bearing</i>	Pabrik 1	0,025	0,050	0,65	0,55	46,00	1,50	0,50
	Pabrik 2	0,003	0,012	0,70	0,50	69,75	2,00	0,25
	Pabrik 3	0,050	0,500	0,75	0,40	22,45	1,25	0,30
5. <i>Right Bearing</i>	Pabrik 1	0,025	0,050	0,66	0,55	70,00	1,50	0,50
	Pabrik 2	0,003	0,012	0,65	0,55	21,75	2,00	0,25
	Pabrik 3	0,050	0,500	0,55	0,45	46,45	1,25	0,30

Tabel 2. Ongkos operasional untuk kolaborasi manufaktur (diadaptasi dari Tseng dan Huang [20])

Komponen ke- <i>i</i>	Alternatif Pabrik ke- <i>j</i>	Ongkos Setup	Ongkos Material Handling	Ongkos Perakitan	Ongkos Operasi Manual	Ongkos Transportasi	Total Ongkos Operasional
1. <i>Left Housing</i>	Pabrik 1	40.000	20.000	20.000	25.000	20.000	125.000
	Pabrik 2	30.000	40.000	30.000	30.000	15.000	145.000
	Pabrik 3	35.000	40.000	35.000	30.000	25.000	165.000
2. <i>Right Housing</i>	Pabrik 1	55.000	25.000	30.000	30.000	20.000	160.000
	Pabrik 2	50.000	30.000	35.000	35.000	15.000	165.000
	Pabrik 3	50.000	40.000	35.000	35.000	25.000	185.000
3. <i>Shaft</i>	Pabrik 1	60.000	50.000	30.000	30.000	24.000	194.000
	Pabrik 2	60.000	30.000	35.000	40.000	18.000	183.000
	Pabrik 3	70.000	55.000	40.000	35.000	30.000	230.000
4. <i>Left Bearing</i>	Pabrik 1	70.000	30.000	30.000	40.000	12.000	182.000
	Pabrik 2	75.000	35.000	35.000	45.000	9.000	199.000
	Pabrik 3	70.000	45.000	55.000	50.000	15.000	235.000
5. <i>Right Bearing</i>	Pabrik 1	75.000	30.000	30.000	45.000	16.000	196.000
	Pabrik 2	85.000	35.000	35.000	50.000	12.000	217.000
	Pabrik 3	105.000	45.000	60.000	55.000	20.000	285.000

Tabel 3. Solusi optimal

Komponen ke- <i>i</i>	Alternatif Pabrik ke- <i>j</i>	Pilihan Pabrik (<i>x_{ij}</i>)	Toleransi (<i>t_{ij}</i>)
1. <i>Left Housing</i>	Pabrik 1	1	0,050
	Pabrik 2	0	0,120
	Pabrik 3	0	0,050
2. <i>Right Housing</i>	Pabrik 1	1	0,050
	Pabrik 2	0	0,010
	Pabrik 3	0	0,050
3. <i>Shaft</i>	Pabrik 1	0	0,050
	Pabrik 2	1	0,020
	Pabrik 3	0	0,250
4. <i>Left Bearing</i>	Pabrik 1	1	0,050
	Pabrik 2	0	0,012
	Pabrik 3	0	0,210
5. <i>Right Bearing</i>	Pabrik 1	1	0,050
	Pabrik 2	0	0,012
	Pabrik 3	0	0,270

Secara umum solusi optimal yang diperoleh dalam implementasi model pada contoh numerik menunjukkan bahwa beberapa komponen dengan nilai

toleransi yang sama akan diproduksi dalam satu pabrik dengan total ongkos operasional kolaborasi yang paling rendah. Meskipun pabrik tersebut tidak selalu menyelesaikan produksi dengan *lead time* yang paling singkat. Sementara itu, nilai toleransi yang dikehendaki adalah sedang. Hal ini dapat dipahami karena pada toleransi yang ketat akan meningkatkan ongkos manufaktur, dan jika toleransi diberikan terlalu longgar dapat menurunkan kualitas produk rakitan akhir. Hasil uji numerik pada makalah ini dapat memberikan deskripsi bahwa dalam persoalan kolaborasi manufaktur, memilih pabrik dengan ongkos manufaktur yang terendah saja dapat menurunkan kualitas produk akhir. Hal ini terlihat pada contoh numerik bahwa solusi optimal yang dihasilkan untuk pabrik yang terpilih parameter ongkos tetap proses pemesinan tidak selalu merupakan nilai yang terkecil dari alternatif yang ada. Namun total ongkos operasional pada suatu pabrik yang paling rendah perlu dipilih untuk meminimasi total ongkos pada fungsi tujuan akhir.

Solution report yang dihasilkan dalam proses optimisasi menunjukkan bahwa pembatas kualitas, pembatas *delivery time* dan pembatas kapabilitas proses memiliki harga bayangan nol dan *surplus* positif. Dengan demikian jika dilakukan penambahan nilai pada pembatas tersebut tidak akan menghasilkan solusi optimal baru yang memiliki nilai fungsi tujuan yang lebih baik. Hillier dan Liberman [6] menegaskan bahwa harga bayangan nol menunjukkan bahwa solusi optimal tidak sensitif jika perubahan yang terjadi pada pembatas tidak besar atau melebihi nilai yang ditunjukkan.

Namun, penambahan alternatif pabrik untuk memproduksi suatu komponen dapat merubah alternatif pabrik yang dipilih. Sedangkan nilai-nilai parameter yang diberikan pada contoh numerik ini masih memberikan kelonggaran pada pembatas kualitas dan *delivery time*.

Simpulan

Pada makalah ini telah dibahas pengembangan model optimisasi simultan penentuan toleransi dan pabrik untuk melakukan proses manufaktur komponen rakitan. Model yang diusulkan merupakan pengembangan model Tseng dan Huang [20]. Pengembangan dilakukan dengan membuat keputusan simultan penentuan toleransi komponen dan pabrik dengan memperhatikan batasan toleransi kualitas dan batasan *delivery time* untuk meminimumkan total ongkos pada kolaborasi sistem manufaktur berbasis pesanan (*make-to-order*). Analisis toleransi dalam pengembangan model pada makalah ini menggunakan pendekatan statistik (*root sum square criteria*) yang berbeda dengan pendekatan *worst case criteria* pada model Tseng dan Huang [20]. Formulasi model yang dikembangkan menggunakan *mixed integer nonlinear programming* sebagai metode pencarian solusi. Pada contoh numerik yang disajikan, proses optimisasi dapat menghasilkan solusi optimal. Solusi optimal yang didapatkan tidak sensitif jika perubahan yang terjadi pada batasan toleransi kualitas dan batasan *delivery time* tidak besar. Sedangkan penambahan alternatif pabrik untuk memproduksi suatu komponen dapat mengubah alternatif pabrik yang dipilih. Hasil uji numerik pada makalah ini memberikan deskripsi bahwa dalam persoalan kolaborasi manufaktur, memilih pabrik dengan ongkos manufaktur yang terendah saja dapat menurunkan kualitas produk akhir. Namun total ongkos operasional pada suatu pabrik yang paling rendah perlu dipilih untuk meminimasi total ongkos pada fungsi tujuan akhir.

Model yang dikembangkan dalam makalah ini memperhitungkan karakteristik kualitas produk

nominal is the best, dalam penelitian selanjutnya perlu dikembangkan model dengan memperhitungkan karakteristik kualitas produk *larger is the better* dan *smaller is the better*.

Daftar Pustaka

1. Cakravastia, A., Toha, I. S., and Nakamura, N., A Two Stage Model for the Design of Supply Chain Network, *International Journal of Production Economics*, 80, 2002, pp. 231-248.
2. Choudhary, A. K., Singh, K. A., and Tiwari, M. K., A Statistical Tolerancing Approach for Design of Synchronized Supply Chains, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 22, 2006, pp. 315–321.
3. Dangayach, G. S., and Deshmukh, S. G., An Explanatory Study Manufacturing Strategy Practices of Machinery Manufacturing Companies in India, *Omega: The International Journal of Management Science*, 34, 2006. pp. 254-273.
4. Feng, C. X., Wang, J., and Wang, J. S., An Optimization Model for Concurrent Selection of Tolerances and Supplier, *Computer & Industrial Engineering*, 40, 2001, pp.15-33.
5. Hallgren, M., and Olhager, J., Differentiating Manufacturing Focus, *International Journal of Production Research*, 44(18-19), 2006, pp.3863-3878.
6. Hillier, F. S., and Liberman, G. J., *Introduction to Operations Research*, 8th ed., McGraw-Hill, New York, NY, 2005.
7. Huang, M. F., Zhong, Y. R., and Xu, Z. G., Concurrent Process Tolerance Based on Minimum Product Manufacturing Cost and Quality Loss, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 25, 2005, pp. 714-722.
8. Irianto, D., dan Putri, N. T., Pengembangan Model Optimisasi Penetapan Toleransi Produk Rakitan, *Jurnal Teknik dan Manajemen Industri*, 26(2), 2006, pp. 48-58.
9. Irianto, D., and Rahmat, D., A Model for Optimizing Process Selection for MTO Manufacturer with Appraisal Cost, *Proceedings of the 9th Asia Pacific Industrial Engineering & Management Systems Conference*, 2008, pp. 220-225.
10. Lin, S. S., Wang, H. P., and Zhang, C., Optimal Tolerance Design for Integrated Design, Manufacturing, and Inspection with Genetic Algorithms in Zhang, H.C., *Advanced Tolerancing Techniques*, Wiley Series in Engineering Design and Automation, 1997, pp.261-281.
11. Montgomery, D. C., *Introduction to Statistical Quality Control*, 4th ed., John Wiley & Sons, inc., Hoboken, NJ, 2001.

12. Mustajib, M. I., Pengembangan Model Pemilihan Proses untuk Produk Rakitan dengan Memperhitungkan Ongkos Kualitas, *Prosiding Seminar Nasional Teknik Industri dan Manajemen Produksi IV (Quality and Manufacturing Management)*, 2009, pp. 162-167.
13. Mustajib, M. I., and Irianto, D., An Integrated Model for Process Selection and Quality Improvement in Multi-Stage Processes, *Journal of Advanced Manufacturing Systems*, 9(1), 2010, pp. 31-48. DOI: 10.1142/S021968670001788.
14. Peng, H. P., Jiang, X. Q., and Liu, X. J., Concurrent Optimal Allocation of Design and Process Tolerances for Mechanical Assemblies with Interrelated Dimension Chains, *International Journal of Production Research*, 46(24), 2008, pp. 6963–6979.
15. Samadhi, T. M. A. A., and Hoang, K., Partner Selection in A Shared CIM System, *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 11(2), 1998. pp. 173–182.
16. Singh, P. K., Jain, P. K., and Jain, S. C., A Genetic Algorithm-Based Solution to Optimal Tolerance Synthesis of Mechanical Assemblies with Alternative Manufacturing Processes: Focus on Complex Tolerancing Problems, *International Journal of Production Research*, 42 (24), 2004, pp. 5185–5215.
17. Singh, P. K., Jain, S. C., and Jain, P. K., Advanced Optimal Tolerance Design of Mechanical Assemblies with Interrelated Dimension Chains and Process Precision Limits, *Computer in Industry*, 56, 2005, pp. 179-194.
18. Singh, P. K., Jain, S. C., and Jain, P. K., Concurrent Optimal Adjustment of Nominal Dimension and Selection of Tolerance Considering Alternatives Machines, *Computer-Aided Design*, 38, 2006, pp. 1074-1087.
19. Taguchi, G., Chowdhury, S., and Wu, Y., *Taguchi's Quality Engineering Handbook*, John Willey & Sons, Hoboken, NJ, 2005.
20. Tseng, Y. J., and Huang, F. E., A Multi-Plant Tolerance Allocation Model for Products Manufactured in a Multi-Plant Collaborative Manufacturing Environment, *International Journal of Production Research*, 47(3), 2009, pp. 733-749.
21. Ye, B., and Salustri, F. A., Simultaneous Tolerance Synthesis for Manufacturing and Quality, *Research in Engineering Design*, 14, 2003, pp. 98-106.
22. Zhang, G., Simultaneous Tolerancing for Design and Manufacturing, *International Journal of Production Research*, 34(12), 1996, pp.3361-3382.