

## RELASI ANTARA DEBIT DENGAN KENAIKAN HEAD DI DALAM RESERVOIR GANDA

Daud Patabang\* dan Kritian Seleng\*

### Abstract

A double used reservoir is commonly found at the installation of demin water as feeding water for steam boiler. The reservoir is also used for clean water availability at hotels. The function of the reservoir here is to control pressure changes in the reservoir itself. The aim of this research is to see the relation between head changes in the double reservoir  $h_2(t)$  and the time to fill reservoir  $t$ . The method used to get the relation is analytical method by using Laplace Transformation. The results show that speed of head changes within double reservoir is exponential trend from  $t$  (time) equals 0 to 2 seconds, respectively. After the 2 second, the head becomes constant. The head change is formulated to  $h_2(t) = -0,025(e^{-10,083t} - 1)$ .

**Key word:** double reservoirs

### Abstrak

Penggunaan reservoir ganda biasanya dijumpai pada instalasi air demin untuk feed water kebutuhan ketel uap juga untuk sediaan air bersih pada hotel. Manfaatnya dapat mengontrol peningkatan tekanan dalam reservoir.

Pokok permasalahan yang ditinjau adalah bagaimanakah hubungan antara laju kenaikan head di dalam reservoir ganda  $h_2(t)$  terhadap waktu pengisian reservoir  $t$ .

Metode penyelesaian permasalahan ini diselesaikan dengan transformasi Laplace.

Hasil kajian ini diperoleh laju kenaikan head dalam reservoir ganda memiliki trend kenaikan eksponensial dari detik ke nol sampai disekitar detik ke dua dan sesudah detik ke dua kenaikan head menjadi konstan, laju kenaikan ini mengikuti persamaan  $h_2(t) = -0,025(e^{-10,083t} - 1)$ .

**Kata kunci:** Reservoir ganda

## 1. Pendahuluan

Reservoir ganda sering dijumpai pada instalasi sediaan air demin untuk ketel uap ataupun untuk sediaan air di hotel. Fungsi dari pengaturan reservoir ini adalah untuk mengontrol head di dalam reservoir, disamping itu untuk keperluan sediaan air dalam jumlah yang banyak.

Untuk menganalisis tren kenaikan head di dalam reservoir ganda maka dilakukan tinjauan terhadap persoalan fisik yang ada seperti di bawah ini:

Tinjau dua buah reservoir yang dihubungkan dengan pipa pada

bagian dasarnya seperti pada gambar 1.

Setelah beberapa saat diisi oleh air maka akan terjadi keseimbangan antara debit aliran masuk dan debit aliran keluar yaitu  $\bar{Q}$  dan laju antara aliran volume kedua reservoir = 0. Tinggi head dari kedua reservoir adalah sama yaitu  $\bar{H}$ . Pada saat  $t=0$ , laju aliran volume masuk berubah dari  $\bar{Q} + q_1$ , dan laju aliran volume yang keluar berubah dari  $\bar{Q} + q_2$ . Volume reservoir 1 dan reservoir 2 masing-masing  $V_1$  dan  $V_2$ ,

---

\* Staf Pengajar Jurusan Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Tadulako, Palu

laju aliran volume dari reservoir 2 ke reservoir 1 adalah  $q_1$ . Dengan adanya katub pada pipa yang menghubungkan reservoir 1 dan reservoir 2 maka akan terjadi hambatan  $R_1$ , dan adanya katub pada pipa keluar dari reservoir 2 mengakibatkan hambatan  $R_2$ .

Rumusan masalah dalam tulisan ini adalah bagaimanakah hubungan antara debit  $q$  sebagai input ke dalam reservoir terhadap naiknya head  $h_2$  sebagai output yang merupakan fungsi terhadap waktu  $t$ .

**2. Perumusan Matematis**

Data yang diketahui :

- a. Tahanan katub 1,  $R_1 = 0,09$  m/m<sup>3</sup>/s
- b. Tahanan katub 2,  $R_2 = 0,09$  m/m<sup>3</sup>/s
- c. Volume reservoir 1,  $V_1 = 20$  m<sup>3</sup>
- d. Volume reservoir 2,  $V_2 = 15$  m<sup>3</sup>
- e. Debit aliran masuk,  $q = 0,001$  m<sup>3</sup>/s
- f. Kondisi awal  $t = 0$  detik

**- Reservoir 1;**

$$V_1 dh_1 = q_1 dt$$

atau

$$V_1 \frac{dh_1}{dt} = q_1 \dots\dots\dots (1)$$

Dimana :  $q_1 = \frac{h_2 - h_1}{R_1}$

Selanjutnya nilai  $q_1$  di substitusi ke persamaan (1) maka diperoleh :

$$V_1 \frac{dh_1}{dt} = \frac{h_2 - h_1}{R_1}$$

Atau

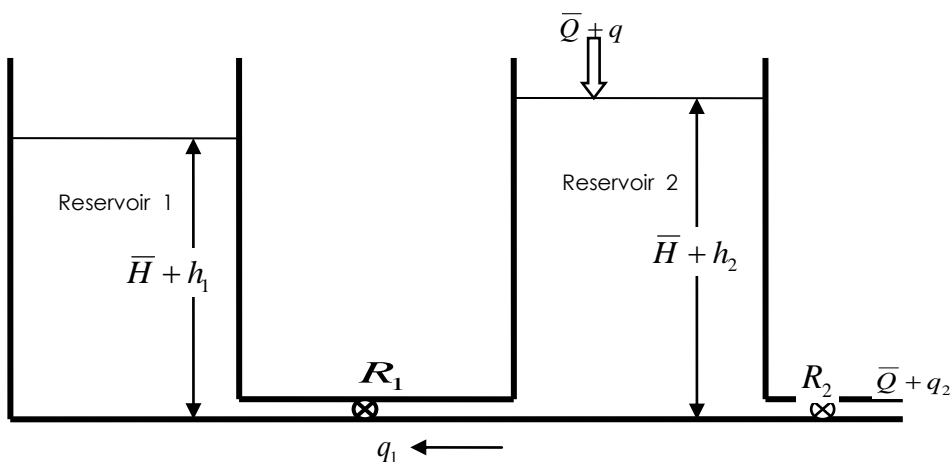
$$R_1 V_1 \frac{dh_1}{dt} + h_1 = h_2 \dots\dots\dots (2)$$

**- Reservoir 2.**

$$V_2 dh_2 = (q - q_1 - q_2) dt$$

atau

$$V_2 \frac{dh_2}{dt} = (q - q_1 - q_2) \dots\dots\dots (3)$$



Gambar 1. Skema Reservoir ganda

dimana:  $q_1 = \frac{h_2 - h_1}{R_1}$  dan  $q_2 = \frac{h_2}{R_2}$

$$(2,43D^2 + 4,95D + 1)h_2(t) = 0,162\dot{q} + 0,09q$$

dengan mensubstitusi nilai  $q_1$  dan  $q_2$  ke dalam persamaan (3), maka diperoleh :

$$V_2 \frac{dh_2}{dt} = q - \frac{R_2(h_2 - h_1) - R_1 h_2}{R_1 R_2}$$

$$R_1 R_2 V_2 \frac{dh_2}{dt} = R_1 R_2 q - R_2 h_2 + R_2 h_1 - R_1 h_2$$

ruas kiri dan kanan dibagi  $R_1$ , maka diperoleh persamaan :

$$R_2 V_2 \frac{dh_2}{dt} = R_2 q - \frac{R_2}{R_1} h_2 + \frac{R_2}{R_1} h_1 - h_2$$

atau

$$R_2 V_2 \frac{dh_2}{dt} + \frac{R_2}{R_1} h_2 + h_2 = R_2 q + \frac{R_2}{R_1} h_1$$

.....(4)

Dengan mengeliminasi  $h_1$  pada persamaan (2) dan (4) dan dengan mendefrensialkan terhadap waktu  $t$ , maka diperoleh hubungan antara debit  $q$  sebagai input dengan head  $h_2$  sebagai output sebagai berikut:

$$R_1 V_1 R_2 V_2 \frac{d^2 h_2}{dt^2} + (R_1 V_1 + R_2 V_2 - R_2 V_1) \frac{dh_2}{dt} + h_2 = R_1 R_2 V_1 \frac{dq}{dt} + R_2 q$$

.....(5)

Dengan memasukkan nilai-nilai parameter  $R_1, R_2, V_1, V_2, q$  ke dalam persamaan (5), maka diperoleh persamaan model matematika sebagai berikut:

$$2,43 \frac{d^2 h_2}{dt^2} + 4,95 \frac{dh_2}{dt} + h_2 = 0,162 \frac{dq}{dt} + 0,09q$$

atau dalam bentuk operator  $D$ , maka bentuk model matematika menjadi:

### 3. Metode Penyelesaian

Bentuk persamaan matematika di atas adalah persamaan differensial orde 2, koefisien konstanta dan non homogen. Metode penyelesaian yang dipilih adalah menggunakan transformasi Laplace.

Selanjutnya dengan mengambil kondisi awal :

$$h_2(0) = 0 \text{ dan } \dot{h}_2(0) = 0 ;$$

maka dengan persamaan bantu diperoleh :

$$L(h_2) = H_2 \text{ .....(7)}$$

$$L(\dot{h}_2) = sH_2 - h_2(0) = sH_2 \text{ .....(8)}$$

$$L(\ddot{h}_2) = s^2 H_2 - s h_2(0) - \dot{h}_2(0) = s^2 H_2 \text{ ..(9)}$$

$$L(q) = Q = \frac{1}{s} \text{ .....(10)}$$

$$L(\dot{q}) = sQ - q(0) = sQ = s \frac{1}{s} = 1 \text{ .....(11)}$$

Dengan mensubstitusi persamaan-persamaan (7),(8),(9),(10) dan (11) ke dalam persamaan (6), maka diperoleh bentuk persamaan sebagai berikut:

$$2,43s^2 H_2 + 4,95s H_2 + H_2 = 0,162 + 0,09 \frac{1}{s}$$

$$(2,45s^2 + 4,95s + 1)H_2 = 0,162 + 0,09 \frac{1}{s}$$

$$(s + 4,25)(s + 5,833)H_2 = 0,162 + 0,09 \frac{1}{s}$$

$$H_2 = \frac{0,162 + 0,09 \frac{1}{s}}{(s + 4,25)(s + 5,833)}$$

$$H_2 = \frac{0,162s + 0,09}{s(s + 4,25)(s + 5,833)}$$

$$H_2 = \frac{0,162}{(s+4,25)(s+5,833)} + \frac{0,09}{s(s+4,25)(s+5,833)}$$

$$L^{-1}\left\{0,162 \frac{1}{(s+4,25)(s+5,833)}\right\} + \left\{0,09 \frac{1}{s(s+4,25)(s+5,833)}\right\}$$

$$L^{-1}\left\{0,162 \frac{1}{(s+4,25)(s+5,833)}\right\} +$$

$$L^{-1}\left\{0,09 \frac{1}{s(s+4,25)(s+5,833)}\right\}$$

Hasil solusi invers Laplace suku ke 1 adalah :

$$L^{-1}\left\{0,162 \frac{1}{(s+4,25)(s+5,833)}\right\}$$

$$= 0,162 \int_0^t L^{-1}\left\{\frac{1}{(s+4,25)(s+5,833)}\right\} d\tau$$

$$= 0,162 \int_0^t (e^{-4,25\tau} e^{-5,833\tau}) d\tau$$

$$= 0,162 \int_0^t (e^{-10,083\tau}) d\tau$$

$$= -\frac{0,162}{10,083} (e^{-10,083t} - 1)$$

Hasil solusi invers Laplace suku ke 2 adalah :

$$L^{-1}\left\{0,09 \frac{1}{s(s+4,25)(s+5,833)}\right\}$$

$$= 0,09 \int_0^t L^{-1}\left\{\frac{1}{s(s+4,25)(s+5,833)}\right\} d\tau$$

$$= 0,09 \int_0^t (e^{-4,25\tau} e^{-5,833\tau}) d\tau$$

$$= -\frac{0,09}{10,083} (e^{-10,083t} - 1)$$

Selanjutnya harga  $h_2(t)$  dapat diperoleh sebagai berikut;

$$h_2(t) = -\frac{0,162}{10,083} (e^{-10,083t} - 1) - \frac{0,09}{10,083} (e^{-10,083t} - 1)$$

atau :

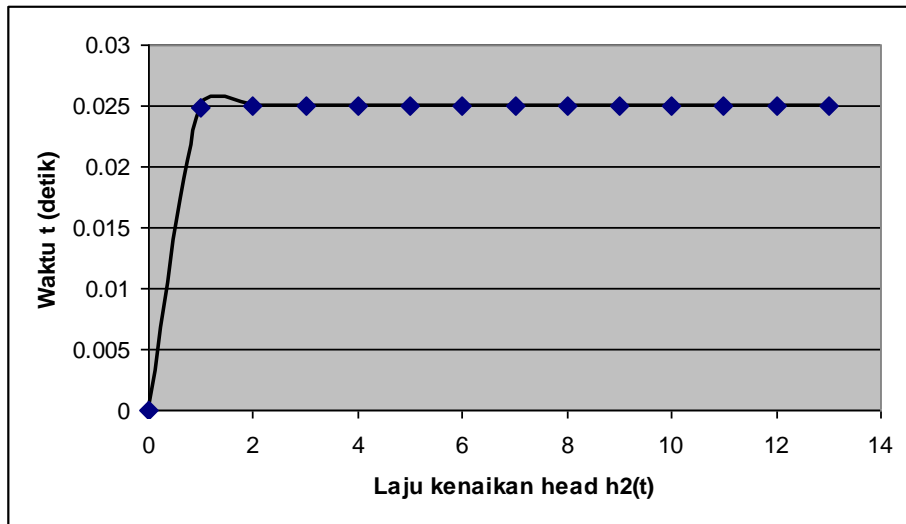
$$h_2(t) = -0,025 (e^{-10,083t} - 1)$$

#### 4. Hasil dan Pembahasan

Data contoh analisis ditabulasikan pada Tabel 1 dan Gambar 2.

Tabel 1. Data contoh analisis

No	Waktu, t (s)	head $h_2(t)$
1	0	0
2	1	0.02489
3	2	0.02499
4	3	0.02500
5	4	0.02500
6	5	0.02500
7	6	0.02500
8	7	0.02500
9	8	0.02500
10	9	0.02500
11	10	0.02500
12	11	0.02500
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
∞	∞	0.02500



Gambar 2. Grafik Hubungan Laju Kenaikan Head Terhadap Waktu

Laju pertumbuhan nilai  $h_2(t)$  mulai dari  $t = 0$  detik, nilainya nol dan dari  $t = 2$  detik sampai tak berhingga, nilainya 0,02500. Hal ini menunjukkan bahwa saat waktu  $t \geq 2$  detik maka terjadi keseimbangan antara laju volume atau debit sebagai input ke dalam reservoir dengan kenaikan head  $h_2(t)$  sebagai output.

### 5. Penutup

Penggunaan reservoir ganda menunjukkan adanya kontrol head di dalam reservoir dan ini diindikasikan dengan terjadinya keseimbangan antara laju volume atau debit  $q$  sebagai input dan pertumbuhan  $h_2(t)$  sebagai head yang merupakan fungsi dari waktu  $t$ .

### 6. Daftar Pustaka

Keyrszig Erwin, 1988, *Advanced Engineering Mathematics*, 6<sup>th</sup>

edition published by Wiley & Sons, Inc.

Ogata Katsuhito, 1997, *Teknik Kontrol Automatik*, edisi ke 2 Jilid 1, penerbit Erlangga Jakarta

Tahara Haruo, Sularso, 1996., *Pompa dan Kompresor*, cetakan ke 6, penerbit Pradnya Paramita, Jakarta.