

PEWARNAAN GRAPH BERBASIS ALGORITMA WELCH POWELL DALAM PENGATURAN JADWAL PRAKTIKUM

Apriyanto

Universitas Andi Djemma Palopo

apriyanto.mtk@unanda.ac.id

Abstrak. Penelitian ini adalah penelitian kualitatif dengan studi kepustakaan (literature review) yaitu menganalisis konsep-konsep yang sesuai dengan persoalan yang dihadapi. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui: (1) model pewarnaan graf yang menggunakan algoritma Welch Powell dalam menyusun jadwal praktikum; (2) aspek terpenting dalam mengatur jadwal praktikum; dan (3) efektivitas algoritma Welch Powell dalam pewarnaan graf. Subjek pada penelitian ini adalah asisten laboratorium software di Program Studi Teknik Informatika Universitas Andi Djemma sebanyak 7 orang. Hasil yang diperoleh dari penelitian ini yaitu: (1) bilangan kromatik pewarnaan graf dalam pengaturan jadwal praktikum adalah $k = 3$; (2) algoritma Welch Powell sesuai diterapkan dalam pewarnaan graf khususnya dalam mengatur jadwal praktikum; dan (3) aspek terpenting dalam menyusun jadwal praktikum di Laboratorium Software Teknik Informatika adalah matriks ketetanggan sebagai representasi kesediaan asisten.

Kata Kunci : Pewarnaan Graf, Welch Powell, Bilangan Kromatik

A. Pendahuluan

Program Studi Teknik Informatika, Fakultas Teknik, Universitas Andi Djemma beroperasi sejak 2014, namun baru memiliki laboratorium software dan hardware pada tahun 2017. Selama 2 (dua) semester berjalan, permasalahan yang sering dihadapi adalah pengaturan jadwal praktikum. Hal ini disebabkan karena kebijakan Kepala Laboratorium untuk memberdayakan mahasiswa aktif dan memiliki kompetensi yang mumpuni terlibat secara langsung dalam praktikum sebagai asisten laboratorium (aslab). Penjadwalan adalah suatu proses perencanaan alokasi sumber daya untuk mengatur urutan kerja berdasarkan ketersediaan waktu dan tempat. Penjadwalan menurut Baker (1974) adalah kegiatan untuk mengalokasikan sejumlah sumber daya yang tersedia untuk memastikan bahwa perencanaan dapat berjalan dengan baik dan waktu serta tenaga yang digunakan secara efisien (Suryani, Purwanto, & Yasin, 2012).

Beberapa hal yang harus diperhatikan dan menjadi pertimbangan dalam menyusun jadwal praktikum agar dalam penjadwalan tidak terdapat jadwal yang bentrok sehingga proses praktikum dapat berjalan dengan optimal yaitu: (1) jadwal kuliah mahasiswa aktif yang menjadi aslab; (2) jadwal aslab yang bertugas mendampingi praktikan dalam waktu yang bersamaan dijadwalkan di kelas yang berbeda; (3) aslab yang bertanggungjawab lebih dari satu jenis praktikum dijadwalkan di

kelas dan jenis praktikum yang berbeda namun berada di hari yang sama; dan (4) ketersediaan ruang laboratorium yang akan digunakan (Handayani S, Rosely, & Paramita, 2016). Untuk mengatasi permasalahan-permasalahan penjadwalan maka bagian administrasi program studi harus membuat suatu mekanisme yang mengatur setiap aslab yang tidak kompatibel agar tidak dijadwalkan secara bersamaan. Hal ini dilakukan untuk menghasilkan jadwal praktikum yang efektif, cepat, dan tepat.

Pemasalahan penjadwalan ini dapat diselesaikan dengan menggunakan pewarnaan simpul pada graph. Teori ini merupakan salah satu cabang matematika yang sudah banyak diterapkan dalam kehidupan sehari-hari seperti dalam penyusunan lokasi duduk pada kegiatan yang kompetitif (Turosdiah, Armiami, & Dewi, 2014), pemetaan kecamatan di sebuah kabupaten/kota (Ramadhani, 2016), optimasi jaringan, genetika, riset operasi, maupun dalam pengaturan penyimpanan bahan kimia (Nur & Santosa, 2018).

a. Definisi Graph

Teori *graph* pertama kali ditulis pada tahun 1736 oleh seorang matematikawan berkebangsaan Swiss yang bernama Leonhard Euler. Ia menggunakan teori *graph* (graf) untuk menyelesaikan masalah jembatan *Koningsberg*. Graf merupakan struktur diskrit yang terdiri dari himpunan sejumlah berhingga objek yang disebut simpul (*vertices* atau *vertex*) dan himpunan sisi (*edges*) yang menghubungkan simpul-simpul tersebut (Adiwijaya, 2016). Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) dinyatakan dengan notasi $G = (V, E)$. Dalam hal ini, V adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertices* dan *node*) dan E adalah himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul (Munir, 2010)

b. Jenis Graph

Berdasarkan ada atau tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf maka secara umum graf dapat digolongkan menjadi graf sederhana dan graf tidak sederhana (Munir, 2010).

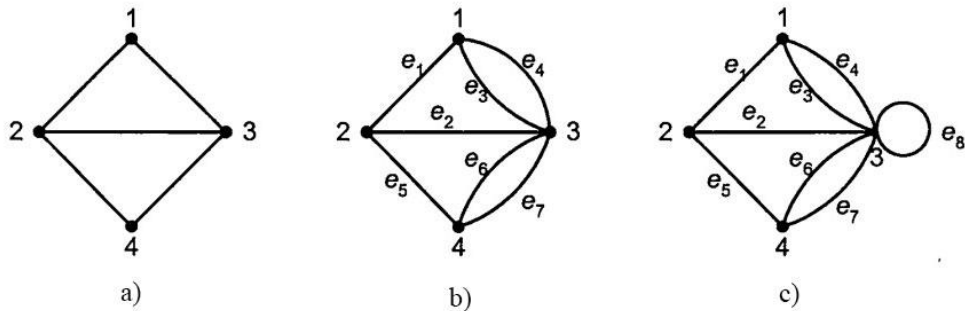
a) Graf Sederhana (Simple Graf)

Graf sederhana adalah graf yang tidak mengandung gelang (loop) dan/atau sisi ganda. Gelang adalah sisi yang awal dan akhirnya adalah simpul yang sama, sedangkan sisi ganda adalah dua buah sisi yang menghubungkan dua simpul yang sama. Pada graf ini, sisi (u, v) sama saja dengan sisi (v, u) .

b) Graf Tidak Sederhana (Unsimple Graf)

Graf tidak sederhana adalah graf yang mengandung gelang (loop) dan/atau mengandung sisi ganda. Graf ini terbagi menjadi dua jenis yaitu graf ganda (multigraph) dan graf semu

(pseudograph). Graf ganda adalah graf yang memiliki sisi ganda, sedangkan graf semu adalah graf yang memiliki gelang.



Gambar 1. Contoh a) graf sederhana, b) graf ganda, dan c) graf semu

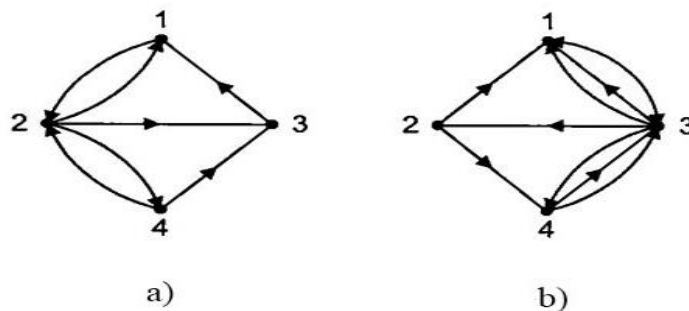
Sedangkan, berdasarkan orientasi arah pada sisi maka secara umum graf dapat dibedakan menjadi graf berarah dan graf tidak berarah.

a) Graf Berarah (Directed Graph)

Graf berarah adalah graf yang setiap sisinya memiliki orientasi arah. Sisi yang berarah disebut busur (arc). Pada graf ini, sisi (u, v) berbeda dengan sisi (v, u) karena suatu busur terdiri dari dua komponen yaitu simpul asal dan simpul terminal. Graf berarah dibagi menjadi dua jenis yaitu graf berarah biasa yang tidak memiliki sisi ganda, dan graf ganda berarah yang memiliki gelang atau sisi ganda.

b) Graf Tidak Berarah (Undirected Graph)

Graf tidak berarah adalah graf yang sisinya tidak memiliki orientasi arah. Pada graf ini, urutan pasangan simpul yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan sehingga sisi (u, v) sama saja dengan sisi (v, u) .



Gambar 2. Contoh a) graf berarah dan b) graf ganda berarah

c. Terminologi Graph

Terdapat beberapa istilah yang sering digunakan dalam teori graf, antara lain ketetanggaan dua simpul, bersisian, derajat, maupun lintasan (Munir, 2010).

a) Bertetangga (Adacent)

Dua simpul dikatakan bertetangga apabila kedua simpul tersebut terhubung secara langsung oleh suatu sisi. Dengan kata lain, simpul u bertetangga dengan v jika (u, v) adalah sebuah sisi pada graf G .

b) Bersisian (Incidency)

Suatu sisi dikatakan bersisian dengan dua simpul apabila menghubungkan kedua simpul tersebut secara langsung.

c) Simpul Terpencil (Isolated Vertex)

Suatu simpul disebut simpul terpencil apabila tidak ditemukan sisi yang bersisian dengannya.

d) Graf Kosong (Null Graph)

Graf kosong adalah graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong. Dinotasikan dengan N_n dengan n adalah banyaknya simpul

e) Derajat (Degree)

Pada graf tidak berarah, derajat suatu simpul adalah banyaknya sisi yang bersisian dengan simpul tersebut. Sedangkan dalam graf berarah, derajat suatu simpul (v) merupakan jumlah dari banyaknya busur yang masuk ke simpul ($\text{din}(v)$) dengan banyaknya busur yang keluar dari simpul ($\text{dout}(v)$).

f) Lintasan (Path)

Lintasan dari sebuah graf adalah barisan satu atau lebih sisi yang dilalui dari suatu simpul awal ke simpul tujuan. Panjang suatu lintasan adalah banyaknya sisi yang dilewati dari simpul awal ke simpul tujuan

g) Sirkuit (Circuit)

Sirkuit atau siklus (cycle) adalah suatu lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama.

h) Terhubung (Connected)

Graf tidak berarah G disebut graf terhubung jika untuk setiap pasang simpul u dan v di dalam himpunan V terdapat lintasan dari u ke v . Sedangkan pada graf berarah, suatu graf dikatakan terhubung jika graf tidak berarahnya juga terhubung.

i) Graf Bagian (Subgraph) dan Komplemen Subgraph

Jika $G = (V,E)$ adalah sebuah graf maka $G_1 = (V_1,E_1)$ adalah graf bagian atau subgraph dari G jika $V_1 \subseteq V$ dan $E_1 \subseteq E$. Bagian yang bukan merupakan subgraph disebut dengan komplemen. Berikut adalah contoh subgraph dan komplemen subgraph.

j) Graf Bagian Merentang (Spanning Subgraph)

Graf bagian $G_1 = (V_1,E_1)$ dari Graf $G = (V,E)$ dikatakan graf bagian merentang jika $V_1 = V$, yaitu G_1 mengandung semua simpul dari G .

k) Cut-Set

Cut-set dari graf terhubung G adalah himpunan sisi yang apabila dibuang dari G menyebabkan G tidak terhubung. Sehingga, cut-set selalu menghasilkan dua komponen terhubung

l) Graf Berbobot (Weighted Graph)

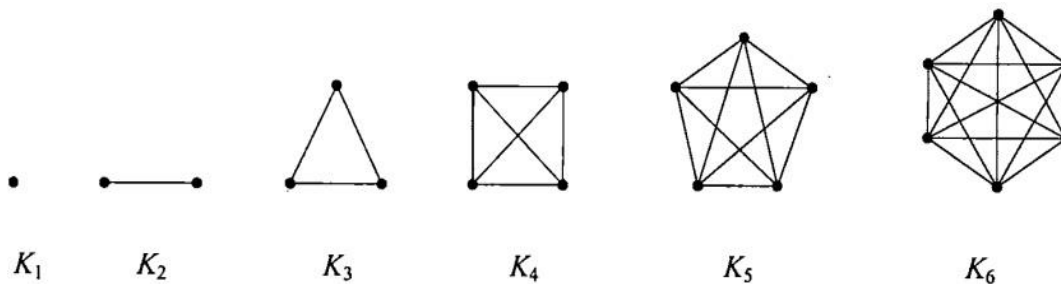
Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah nilai (bobot).

d. Graf Sederhana Khusus

Ada beberapa graf sederhana khusus yang sering ditemui pada banyak aplikasi. Beberapa di antaranya adalah sebagai berikut (Munir, 2010):

a) Graf Lengkap (*Complete Graph*)

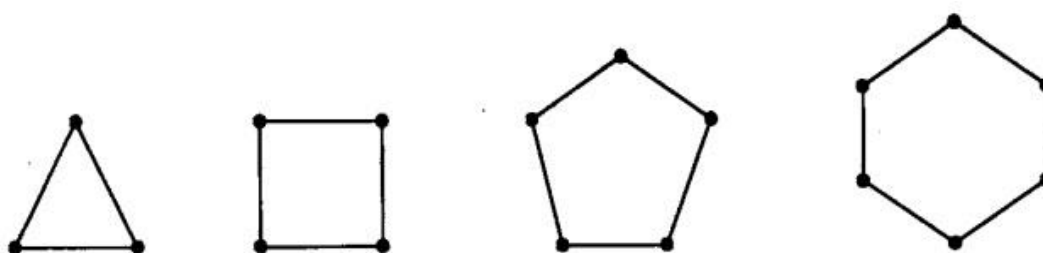
Graf lengkap adalah graf sederhana yang setiap simpulnya mempunyai sisi ke semua simpul lainnya. Graf lengkap dengan n buah simpul dinotasikan dengan K_n . Setiap simpul pada K_n berderajat $n - 1$.



Gambar 3. Graf Lengkap K_n

b) Graf Lingkaran (*Circle Graph*)

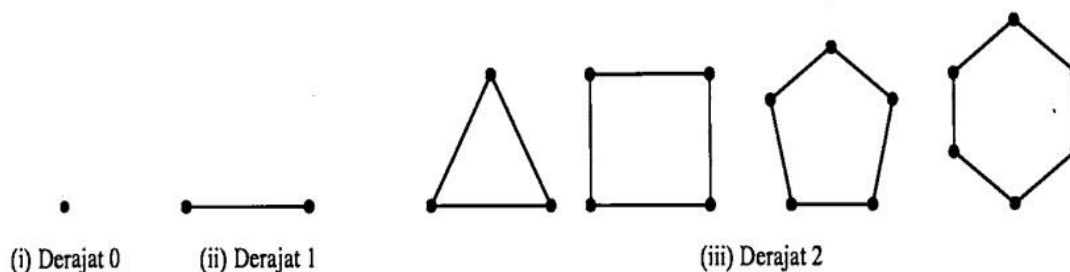
Graf lingkaran adalah graf sederhana yang setiap simpulnya berderajat dua. Graf lingkaran dengan n simpul dinotasikan dengan C_n . Jika simpul-simpul pada C_n adalah v_1, v_2, \dots, v_n maka sisi-sisinya adalah $(v_1, v_2), (v_2, v_3), \dots, (v_{n-1}, v_n)$, dan (v_n, v_1) . Dengan kata lain, terdapat sebuah sisi dari simpul terakhir ke simpul pertama.



Gambar 4. Graf Lingkaran

c) Graf Teratur (Regular Graph)

Graf teratur adalah graf yang setiap simpulnya mempunyai derajat yang sama. Apabila derajat setiap simpul adalah r , maka graf tersebut disebut sebagai graf teratur derajat r .



Gambar 5. Graf Teratur

d) *Representasi Graph*

Terdapat beberapa representasi yang mungkin dalam graf diantaranya adalah matriks ketetanggaan (adjacency matrix), matriks bersisian (incidency matrix), dan senarai ketetanggaan (adjacency list).

e) Graph Planar

Graf planar adalah graf yang dapat digambarkan pada bidang datar dengan sisi-sisinya tidak saling berpotongan atau bersilangan.

f) Pewarnaan Graph

Pewarnaan graf dapat dibedakan menjadi tiga jenis yaitu: (1) pewarnaan simpul, dilakukan dengan memberikan warna berbeda pada setiap yang bertetangga sehingga tidak ada dua titik bertetangga dengan warna yang sama; (2) pewarnaan sisi, dilakukan dengan memberikan warna yang berbeda pada sisi yang bertetangga sehingga tidak ada dua sisi yang bertetangga dengan warna yang sama; dan (3) pewarnaan wilayah, dilakukan dengan memberikan warna yang berbeda pada bidang yang bersebelahan sehingga tidak ada dua wilayah yang bersebelahan dengan warna yang sama (Nur & Santosa, 2018). Pada penelitian ini, digunakan pewarnaan simpul dalam mengatur jadwal asisten laboratorium yang menjadi acuan dalam menyusun jadwal praktikum.

Dalam pewarnaan graf dikenal bilangan kromatik yaitu banyaknya warna minimum yang dapat digunakan untuk mewarnai simpul pada sebuah graf G dan dinotasikan dengan $\chi(G)$. Suatu graf G yang memiliki bilangan kromatik k dinyatakan dengan $\chi(G)=k$. Pada beberapa graf, bilangan kromatiknya dapat langsung ditentukan seperti: (1) graf planar sederhana memiliki bilangan kromatik yang tidak lebih dari empat; (2) graf kosong memiliki bilangan kromatik satu karena semua simpul tidak terhubung; (3) graf lengkap dengan n buah simpul memiliki bilangan kromatik sebanyak juga sebanyak n karena semua simpul berhubungan satu sama lain; (4) graf lingkaran dengan n ganjil memiliki $\chi(G)=3$ sedangkan jika n genap memiliki $\chi(G)=2$ (Munir, 2010).

B. Metodologi Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif yang menggunakan studi kepustakaan (literature review) dengan menganalisis konsep-konsep yang relevan dengan permasalahan yang dibahas. Subjek pada penelitian ini adalah asisten laboratorium software Program Studi Teknik Informatika Universitas Andi Djemma yang berjumlah 7 orang. Secara umum, ada 3 (tiga) tahapan dalam penelitian ini, yaitu: (a) pengumpulan data, yang meliputi data nama asisten, jadwal kuliah asisten, hari dan jam kesediaan asisten yang dinotasikan dengan angka 1 (satu) yang menunjukkan bahwa asisten bersedia mendampingi praktikan di hari dan jam yang sudah ditentukan, dan angka 0 (nol) yang menunjukkan bahwa asisten tersebut tidak bersedia mendampingi praktikan di hari dan jam yang sudah ditentukan; (b) pemodelan graf, yang mencakup pemodelan data kesediaan asisten mendampingi praktikan menjadi sebuah graf; (c) pewarnaan graf, yang menggunakan algoritma Welch Powell dalam mencari pewarnaan simpul yang tepat untuk graf yang telah dimodelkan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- 1) Simpul diurutkan berdasarkan derajatnya yaitu dari derajat terbesar ke derajat terkecil
- 2) Ambil sebuah simpul dengan derajat terbesar, kemudian diberikan sebuah warna
- 3) Semua simpul yang tidak bertetangga dengan simpul yang telah diambil diberikan warna yang sama
- 4) Mengulangi langkah 2 dan 3 yang dimulai dari simpul yang berderajat terbesar berikutnya yang belum diwarnai sampai seluruh simpul sudah diwarnai.

C. Hasil Penelitian Dan Pembahasan

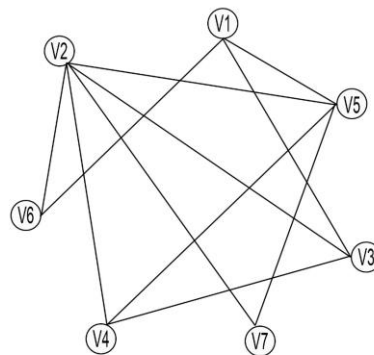
Berdasarkan hasil observasi di Laboratorium Software Program Studi Teknik Informatika Universitas Andi Djemma, dapat diketahui bahwa terdapat 5 (lima) jenis praktikum yaitu praktikum pemrograman Pascal, pemrograman Visual Basic, Pemrograman C++, Pemrograman Java, dan

Pemrograman Web. Kecuali Pemrograman Web yang hanya memiliki 2 kelas, masing-masing praktikum terdiri atas 3 kelas yang menggunakan 2 ruangan laboratorium secara bergantian, dan didampingi oleh seorang asisten laboratorium dalam pelaksanaannya. Berikut adalah tabel senarai ketetangaan (adjacency list) yang menunjukkan representasi kesediaan aslab:

Tabel 1. Senarai Ketetangaan Representasi Kesediaan Asisten Laboratorium

No.	Simpul	Tetangga
1.	V1	V3, V5, V6
2.	V2	V3, V4, V5, V6, V7
3.	V3	V1, V2, V4
4.	V4	V2, V3, V5
5.	V5	V1, V2, V4, V7
6.	V6	V1, V2
7.	V7	V2, V5

Berdasarkan Tabel 1 di atas diketahui bahwa simpul V2 yang merupakan kesesuaian jadwal untuk aslab 2 (dua) memiliki derajat terbesar yaitu 5. Selanjutnya, dari senarai ketetangaan tersebut maka dapat dibuat sebuah graf yang menghubungkan masing-masing simpul sebagai berikut.



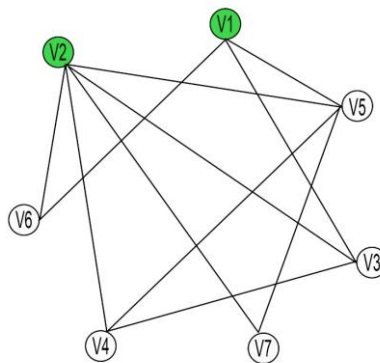
Gambar 6. Graf Representasi Jadwal Aslab

Terlihat bahwa graf yang dapat dibuat adalah graf sederhana yang tidak memiliki orientasi arah. Hal ini juga berarti bahwa sisi (V1,V2) sama saja dengan sisi (V2,V1). Selanjutnya adalah pewarnaan graf menggunakan algoritma Welch Powell. Langkah pertama yang dilakukan adalah mengurutkan simpul berdasarkan derajat terbesar ke derajat yang terkecil.

Tabel 2. Urutan Simpul Berdasarkan Derajatnya

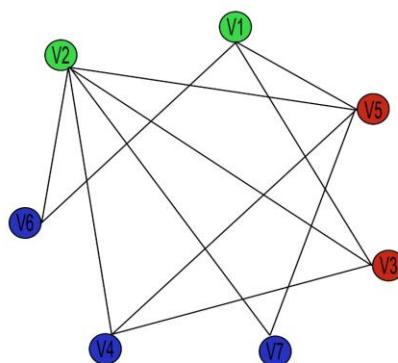
No.	Simpul	Tetangga	Derajat
1.	V2	V3, V4, V5, V6, V7	5
2.	V5	V1, V2, V4, V7	4
3.	V1	V3, V5, V6	3
4.	V3	V1, V2, V4	3
5.	V4	V2, V3, V5	3
6.	V6	V1, V2	2
7.	V7	V2, V5	2

Kemudian, simpul yang berderajat terbesar diambil dan diberikan warna. Selain itu, simpul yang tidak bertetangga akan diberikan warna yang sama. Dalam hal pemilihan warna, tidak ada warna yang wajib dipilih (pemilihan warna bebas), sehingga diperoleh gambar 7 sebagai berikut.



Gambar 7. Pewarnaan Simpul Berderajat Terbesar

Tahap selanjutnya, simpul yang berderajat terbesar setelah simpul V2 dan belum memiliki warna diambil kemudian diberikan warna. Dalam hal ini, V5 adalah simpul kedua yang berderajat terbesar. Sehingga, simpul V5 dan simpul yang tidak bertetangga dengan simpul V5 diberikan warna yang sama. Tahap ini diulang sampai seluruh simpul memiliki warna.



Gambar 8. Hasil Akhir Pewarnaan Simpul

Berdasarkan hasil akhir pewarnaan simpul di atas, diketahui beberapa simpul memiliki warna yang sama. Artinya, asisten laboratorium yang diwakili oleh simpul tersebut dapat dijadwalkan

pada hari dan waktu yang sama. Selain itu, diketahui pula bahwa bilangan kromatik untuk graf representasi jadwal aslab adalah $k = 3$. Hal ini berarti jadwal praktikum yang disusun harus menggunakan minimal 3 hari. Secara singkat, penjadwalan praktikum adalah sebagai berikut

Tabel 3. Jadwal Praktikum

No.	Asisten	Kelas	Ruangan	Waktu	
				Hari	Pukul (WITA)
1.	Aslab_5	Web1	Lab1	Senin	07.30 – 09.00
2.	Aslab_3	Web2	Lab2	Senin	07.30 – 09.00
3.	Aslab_3	VB1	Lab1	Senin	09.30 – 11.00
4.	Aslab_5	VB2	Lab2	Senin	09.30 – 11.00
5.	Aslab_5	VB3	Lab1	Senin	13.30 – 15.00
6.	Aslab_4	Psc11	Lab1	Rabu	07.30 – 09.00
7.	Aslab_7	Psc11	Lab2	Rabu	07.30 – 09.00
8.	Aslab_6	Psc11	Lab1	Rabu	09.30 – 11.00
9.	Aslab_4	Jav1	Lab2	Rabu	09.30 – 11.00
10.	Aslab_7	Jav2	Lab1	Rabu	13.30 – 15.00
11.	Aslab_6	Jav3	Lab2	Rabu	13.30 – 15.00
12.	Aslab_1	PC1	Lab1	Kamis	09.30 – 11.00
13.	Aslab_2	PC2	Lab2	Kamis	09.30 – 11.00
14.	Aslab_1	PC3	Lab2	Kamis	13.30 – 15.00

D. Simpulan dan saran

a. Simpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan di atas, ada beberapa hal yang dapat disimpulkan dari pewarnaan graf berbasis algoritma *Welch Powell*, yaitu:

1. Bilangan kromatik graf representasi jadwal aslab di Program Studi Teknik Informatika adalah $k = 3$. Artinya, minimal terdapat 3 hari yang dapat digunakan dalam menjadwalkan praktikum.
2. Algoritma *Welch Powell* sesuai digunakan dalam menyusun model jadwal praktikum yang optimal, cepat, dan efisien.
3. Aspek yang penting dalam mengatur jadwal praktikum adalah kesediaan asisten laboratorium mendampingi praktikan yang dimodelkan dalam bentuk matriks ketetanggan.

b. Saran

1. Selain mengatur jadwal, pewarnaan graf dapat diimplementasikan dalam mencari solusi berbagai permasalahan kehidupan sehari-hari
2. Pada teori graf terdapat banyak algoritma yang dapat digunakan dalam melakukan pewarnaan graf. Pengaturan jadwal praktikum dapat dilakukan menggunakan algoritma lain selain algoritma *Welch Powell*.

DAFTAR PUSTAKA

- Adiwijaya. (2016). Matematika Diskrit dan Aplikasinya. Bandung: Alfabeta.
- Handayani S, D., Rosely, E., & Paramita, R. A. (2016). Penerapan Algoritma Welch Powell dengan Pewarnaan Graph pada Penjadwalan Mata Pelajaran SMA. Seminar Nasional Informasi Indonesia (SESINDO), 4(1 November), 3–8.
- Munir, R. (2010). Matematika Diskrit (6th ed.). Bandung: Penerbit Informatika.
- Nur, R., & Santosa, I. (2018). Penerapan Pewarnaan Graf dalam Pengaturan Penyimpanan Bahan Kimia. Bandung: Informatika STEI ITB.
- Ramadhani, R. A. (2016). Implementasi graph coloring dalam pemetaan kecamatan di kabupaten kediri. SIMETRIS, 7(2), 737–742.
- Suryani, I., Purwanto, & Yasin, M. (2012). Implementasi Masalah Pewarnaan Graph dengan Algoritma Tabu Search pada Penjadwalan Kuliah. Jurnal MATEMATIKA, 1(2), 1–9.
- Turosdiah, H., Armia, & Dewi, M. P. (2014). Penerapan Pewarnaan Titik pada Graf dalam Penyusunan Lokasi Duduk Menggunakan Algoritma Greedy Berbantuan Microsoft Visual Basic 6.0. UNP Journal of Mathematics, 2(1).