PROXIMAL JURNAL PENELITIAN MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
ISSN. XXXXXXXX

PRA-ALJABAR: LANGKAH BARU MENGAJAR ALJABAR AWAL (Penerapan *Didactical Design Research*)

Lia Ardiansari[1]

Universitas Bakti Indonesia[1]

lauragazebo@yahoo.co.id[1]

Abstrak. Penelitian ini adalah penelitian kualitatif deskriptif. Ketika belajar matematika SD, matematika masih berorientasi pada perhitungan (aritmatika). Simbol-simbol yang digunakan dalam aritmatika adalah angka-angka yang dengan langsung dapat dibayangkan seberapa besarnya, atau paling tidak siswa dapat mengenalinya sebagai suatu bilangan tertentu. Ketika belajar aljabar, siswa mulai mengalami perubahan yang signifikan dalam proses berpikir yaitu dari berpikir aritmatik menjadi berpikir aljabar (abstrak). Bagi kebanyakan guru, mengajar aljabar dengan cara biasa adalah mudah. Diberikan contoh suatu bentuk aljabar, definisi, kemudian memperkenalkan unsur-unsurnya. Baik contoh maupun langkah-langkah mengajar yang dilakukan sama dengan yang terdapat dalam buku paket matematika yang digunakan dalam proses belajar-mengajar matematika di kelas.

Kata Kunci: ***Didactical Design Research***

Bagi siswa, aljabar adalah awal dari ketidakmengertian kepada matematika. Sehingga seringkali setelah bertemu dengan aljabar, siswa yang awalnya menyukai matematika berubah menjadi tidak menyukai matematika. Mengapa? Ketika belajar matematika SD, matematika masih berorientasi pada perhitungan (aritmatika). Simbol-simbol yang digunakan dalam aritmatika adalah angka-angka yang dengan langsung dapat dibayangkan seberapa besarnya, atau paling tidak siswa dapat mengenalinya sebagai suatu bilangan tertentu. Ketika belajar aljabar, siswa mulai mengalami perubahan yang signifikan dalam proses berpikir yaitu dari berpikir aritmatik menjadi berpikir aljabar (abstrak). Bentuk aljabar mengharuskan siswa bekerja dengan simbol-simbol (angka, huruf dan tanda operasi hitung). Dimana huruf-huruf dalam aljabar, merepresentasikan suatu bilangan yang belum diketahui atau dapat dibayangkan seberapa besarnya. Adanya perubahan yang signifikan dalam proses berpikir tersebut membuat materi aljabar dirasa sulit oleh kebanyakan siswa SMP. Dalam transisi dari aritmatika ke aljabar, siswa harus membuat banyak penyesuaian, bahkan para pelajar yang cukup mahir dalam aritmatika.

Siswa mulai belajar aljabar, untuk penjumlahan seperti 13 + 5 adalah tanda untuk menghitung, biasanya siswa akan menghitung dan kemudian, misalnya, menulis 18 untuk kotak dalam persamaan $13 + 5 = \square + 15$ bukan yang benar nilai 3. Ketika tanda sama hadir, mereka memperlakukannya sebagai pemisah antara masalah dan solusi, mengambil sebagai tanda untuk menulis hasil melakukan operasi yang ditunjukkan di sebelah kiri tanda. Atau, ketika melakukan urutan perhitungan, siswa sering memperlakukan tanda sama sebagai tanda hubung kiri-ke-kanan.

Siswa yang berorientasi pada perhitungan juga bingung dengan ekspresi seperti, x; $x + 3$; $2x = 6$; mereka berpikir bahwa mereka harus dapat melakukan sesuatu dengan itu, tapi tidak yakin apa yang mungkin. Demikian pula, dalam memecahkan masalah seperti "Ketika suatu bilangan dikalikan 3 lalu ditambahkan 5, jumlahnya adalah 23", siswa yang muncul dari aritmatika akan mengurangi 5 dari 38 dan kemudian bagi dengan 3 - kegagalannya dalam urutan terbalik, karena mereka telah diajarkan, operasi dinyatakan dalam teks masalah. Sebaliknya, mereka akan diajarkan di kelas aljabar awal yang mewakili hubungan dalam situasi dengan menggunakan operasi menyatakan: $3x + 5 = 23$.

Pada saat belajar aljabar, kegiatan aljabar melibatkan pembentukan ekspresi dan persamaan yang merupakan objek aljabar sehingga fokus bukan lagi pada perhitungan yang menghasilkan jawaban numerik, melainkan fokus pada representasi hubungan. Kegagalan-kegagalan tersebut membuat siswa merasa bahwa matematika sulit dan membingungkan. Pada akhirnya, siswa yang awalnya menyukai matematika berubah menjadi tidak menyukai matematika.

Apakah aljabar itu mudah?

Apakah aljabar itu sulit?

Ataukah kadang-kadang mudah kadang-kadang sulit?

Ketika pertama kali ditanya tentang aljabar, banyak siswa yang telah belajar aljabar menjawab "aljabar sulit", "saya gak paham aljabar" dan ekspresi yang menunjukkan rasa tidak suka lainnya. Menurut berbagai hasil penelitian, baik nasional ataupun internasional, menyatakan bahwa aljabar merupakan salah satu cabang yang paling menakutkan dari matematika sekolah.

Bagi kebanyakan guru, mengajar aljabar dengan cara biasa adalah mudah. Diberikan contoh suatu bentuk aljabar, definisi, kemudian memperkenalkan unsur-unsurnya. Baik contoh maupun langkah-langkah mengajar yang dilakukan sama dengan yang terdapat dalam buku paket matematika yang digunakan dalam proses belajar-mengajar matematika di kelas. Bagi siswa, belajar aljabar dengan cara biasa adalah sulit. Dengan demikian, belajar aljabar dengan cara biasa adalah mudah bagi guru tetapi sulit bagi siswa. Banyak siswa mengalami kesulitan belajar aljabar, lalu banyak guru yang mengulang cara yang sama dalam mengajarkan aljabar kepada siswa-siswanya. Siswa-siswa mengalami kesulitan lagi. Dan begitu seterusnya. Hal ini dapat menyebabkan situasi yang disebut dengan *didactical obstacle* yaitu kesulitan belajar yang terjadi karena adanya ketidaksesuaian metode pembelajaran yang digunakan.

Bagaimana jika situasinya dibalik?

Maksudnya, belajar aljabar yang mudah bagi siswa tetapi sulit bagi guru. Tentu saja, tidak ada guru yang mau begitu.

Bagaimana jika situasinya adalah mudah bagi guru, mudah pula bagi siswa?

Pada kenyataannya tidak ada cara mudah yang terbentang begitu saja. Seperti dalam ungkapan "sesungguhnya beserta kesulitan itu kemudahan". Oleh karena itu, untuk memperoleh jalan yang mudah, harus melewati berbagai kesulitan terlebih dahulu.

Penelitian internasional dalam pendidikan matematika, dan khususnya mengenai pengajaran atau belajar aljabar dan kesulitannya, pada beragam usia dari tingkat junior hingga universitas, telah menunjukkan suatu kebingungan metode pengajaran tradisional. Selama dua puluh tahun terakhir, penelitian telah terfokuskan pada sejumlah besar kemungkinan pendekatan 'makna' dari proses aljabar dan unsur-unsurnya. Berdasarkan hal tersebut, penulis mencoba memperkenalkan langkah baru dalam mengajar aljabar awal. Langkah tersebut didasarkan pada analisis secara mendalam tentang kesulitan-kesulitan (*learning obstacles*) siswa dalam mempelajari materi aljabar awal. Dari hasil analisis tersebut kemudian disusun suatu desain hipotesis berupa bahan ajar yang diharapkan dapat meminimalkan kesulitan-kesulitan siswa dalam mempelajari aljabar.

Berikut ini diberikan salah satu contoh kesulitan yang dialami oleh siswa dalam menyelesaikan soal matematika pada pokok bahasan Operasi Hitung Bentuk Aljabar. "Berapakah hasil dari $ab + ab$?". Jawaban siswa adalah $ab + ab = 2a2b$. Kemudian diberikan pertanyaan yang lebih sederhana lagi yaitu "berapakah $2 + a$?" jawabannya adalah $2a$. Lebih mendalam lagi, "berapakah $x + x$?" jawaban siswa adalah $1 + x$. Kemudian untuk $1 + x = 2x$. Jawaban-jawaban siswa tersebut semakin menguatkan dugaan peneliti tentang adanya *ontogenic obstacle* yaitu kesulitan belajar yang disebabkan karena proses pembelajaran yang tidak sesuai dengan kesiapan proses kognitif anak. Siswa berorientasi pada perhitungan juga bingung dengan ekspresi seperti $2 + a$; mereka berpikir bahwa mereka harus dapat melakukan sesuatu dengan itu, tapi tidak yakin apa yang mungkin. Mereka tidak berpikir tentang ekspresi dirinya sebagai subjek perhatian.

Contoh kesulitan lainnya yang dialami siswa adalah sebagai berikut.

$$yz + 6zy + 2yz - zy + 2 = (yz + 2yz) + (6zy - zy) + 2 \qquad \text{langkah 1}$$

$$= 3yz + 5zy + 2 \qquad \text{langkah 2}$$

Pada langkah 1, nampak bahwa siswa mengetahui prosedur menjumlahkan dan mengurangkan suku-suku sejenis karena pada masing-masing variabel nampak perbedaan yang 'tersurat' sehingga langsung dapat diidentifikasi sebagai suku yang sejenis. Pada langkah 2, kebanyakan siswa tidak memahami bahwa $yz = zy$ dikarenakan posisi huruf y dan z tidak sama.

Ketika digali lebih mendalam, siswa-siswa tersebut tidak memahami makna dari yz merupakan suatu bentuk perkalian yaitu $yz = y \times z$ sehingga tidak terpikirkan sifat komutatif perkalian. Sebagai pancingan, diajukan pertanyaan "berapakah 3×6?" jawabannya adalah $3 \times 6 = 18$ lalu pertanyaan berikutnya yaitu "berapakah 6×3?" jawabannya adalah $6 \times 3 = 18$. "Jadi apakah $3 \times 6 = 6 \times 3$?" jawabannya adalah "sama". Kemudian "berapakah $a \times b$?" jawabannya adalah ab. Lalu "jika $b \times a$?" jawabannya adalah ba. "Jadi apakah $ab = ba$?" Secara kompak siswa menjawab "sama". Pada saat kembali pada soal, yaitu "apakah $yz = zy$?" jawabannya pun "sama". Maka diajukan lagi pertanyaan "Jadi apakah $3yz + 5zy$ dapat dijumlahkan?" siswa menjawab "tidak karena bukan suku sejenis". Merasa tertarik, diajukan pertanyaan kembali "mengapa bukan suku sejenis?" siswa menjawab "karena $3 \neq 5$, jadi $3yz$ dan $5zy$ bukan suku sejenis". Saya kembali bertanya untuk mengetahui sejauh mana pemahaman siswa tentang bentuk aljabar dan unsur-unsurnya, "suku yang sejenis itu yang bagaimana?" siswa menjawabnya dengan "yang variabelnya sama dan pangkatnya sama". Dari jawaban tersebut, terlihat bahwa siswa mengetahui dan hafal di luar kepala tentang definisi, namun tidak memahami maknanya. Sehingga lebih lanjut saya bertanya lagi "jadi dari bentuk aljabar itu, manakah variabelnya?" jawabannya adalah "yz dan zy". Artinya siswa sebenarnya sudah mengetahui bahwa variabel adalah faktor yang berupa huruf. Kemudian pertanyaan pancingan selanjutnya "jadi 3 dan 5 itu apa?". Jawaban siswa pada pertanyaan ini sedikit ragu antara konstanta dan koefisien, kemudian ketika ditanya "2 itu apa?" barulah siswa merasa yakin bahwa 3 dan 5 adalah koefisien sedangkan 2 adalah konstanta. " yz dan zy masing-masing pangkatnya berapa?" siswa menjawab "1". "Jadi, apakah *yz* dan *zy* suku-suku sejenis?" siswa menjawab "iya". Pada akhirnya, siswa mampu memahami bahwa karena variabelnya sama dan pangkatnya sama, maka $3yz$ dan $5zy$ adalah suku-suku sejenis sehingga $3yz$ dan $5zy$ dapat dijumlahkan.

Kesalahan lain misalnya sebagai berikut.

$$\begin{aligned} yz + 6zy + 2yz - zy + 2 &= 7yz + 2yz \\ &= 10yz - yz \\ &= 10 - 2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

Pada contoh tersebut, siswa hanya berorientasi pada perhitungan dan terfokus hanya pada perhitungan jawaban numerik. Sehingga pola pikir mereka hanyalah menghitung angka-angkanya, melibatkan huruf (variabel) hanya sekedarnya saja. Mereka menganggap bahwa huruf-huruf tersebut hampa makna atau tidak berarti. Artinya, siswa masih berada di tahap berpikir aritmatika, belum mengalami transisi (perpindahan) ke tahap berpikir aljabar.

Konsep yang juga sulit bagi siswa adalah melakukan operasi hitung yang melibatkan bentuk pangkat dalam aljabar. Ketika penulis bertanya "berapakah hasil dari $a^2 + a^2$?" siswa menjawabnya " $a^2 + a^2 = a^4$" kemudian "kalau begitu berapakah $a^2 \times a^2$?" jawaban siswa adalah " $a^2 \times a^2 = 2a^2$". Hasil wawancara dengan siswa lain pun tidak jauh berbeda. Ketika ditanya "berapakah $a^2 + a^2$?" jawabannya adalah " $a^2 + a^2 = a^2$" dan "berapakah $a^2 \times a^2$?" siswa menjawab "$a^2 \times a^2 = a^2$".

Contoh kesulitan lainnya, misalkan untuk soal (i) dan (ii) berikut.

i. $(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$ langkah 1

$= a^2 + ab + ab + b^2$ langkah 2

$= a^2 + 2ab + b^2$ langkah 3

ii. $yz + 6zy + 2yz - zy + 2 = (yz + 2yz) + (6zy - zy) + 2$ langkah 1

$= 3yz + 5zy + 2$ langkah 2

Ketika siswa dapat menjawab soal (i) dengan benar hingga langkah 3, kemudian menjawab soal (ii) berhenti pada langkah 2, maka dapat diartikan bahwa siswa mengalami keterbatasan konteks (*epistemological obstacle*) dalam menentukan suku-suku sejenis yaitu pada saat menyelesaikan soal (i), siswa dapat menentukan bahwa *ab* dan *ab* adalah suku sejenis, namun pada saat dihadapkan pada konteks berbeda pada soal (ii), *yz* dan *zy* bagi siswa adalah bukan suku sejenis. Padahal kedua soal tersebut serupa, yaitu memuat suku-suku dengan variabel terdiri dari dua huruf.

Berdasarkan uraian tersebut, maka desain didaktis hipotesis yang ditawarkan adalah diawali dari aritmatika. Untuk menjembatani kesulitan dalam bergerak dari aritmatika ke aljabar bentuk penalaran yang memberikan dasar untuk beberapa perubahan dari belajar aritmatika, perubahan yang mendorong munculnya pemikiran aljabar, maka diberikan suatu *learning trajectory* tahap transisi yang penulis sebut sebagai 'pra-aljabar (*pre-algebra*)' yang menghubungkan antara aritmatika dengan aljabar yaitu: aritmatika → pra-aljabar → aljabar. Pada tahap transisi tersebut, *learning trajectory* yang diberikan adalah secara fungsional dan struktural.

Situasi didaktis yang disajikan menekankan beberapa aspek yaitu aspek aksi, formulasi, validasi dan intuisi matematis dalam pembelajaran di kelas. Dalam proses pembelajaran, diawali melalui aktivitas dengan melakukan suatu aksi (aksi mental) yaitu menyajikan suatu permasalahan kontekstual. Berdasarkan aksi tersebut selanjutnya diharapkan dapat tercipta suatu situasi yang menjadi sumber informasi bagi siswa sehingga terjadi proses belajar. Dalam proses belajar ini siswa melakukan aksi atas situasi yang ada sehingga tercipta situasi baru yang selanjutnya akan menjadi sumber informasi bagi guru. Aksi lanjutan guru sebagai respon atas aksi siswa terhadap situasi didaktis sebelumnya,

ISSN. XXXXXXXX

akan menciptakan suatu situasi didaktis baru yang dapat digunakan guru sebagai kerangka acuan untuk memudahkan dalam membantu proses berpikir siswa.

Dari situasi-situasi tersebut diharapkan siswa mampu membuat suatu formulasi dari aksi yang telah dilakukan, misalnya dengan membuat pola dan menggeneralisasikannya. Dari formulasi yang telah disusun, diberikan suatu situasi validasi dengan tujuan untuk mengkonfirmasikan hasil pemikiran siswa. Keterkaitan antar situasi didaktis yang tercipta pada setiap sajian masalah yang berbeda untuk menjaga konsistensi proses berpikir siswa. Dalam desain didaktis hipotesis yang ditawarkan ini, lingkungan belajar dikonstruksi dengan menggunakan ilustrasi (gambar) diharapkan dapat secara efektif menumbuhkan intuisi matematis siswa. Representasi informal yang diajukan siswa berdasarkan intuisi matematis yang dimiliki diharapkan dapat menjadi landasan yang tepat untuk mengarahkan proses berpikir siswa pada representasi matematis lebih formal.

Pada kesempatan ini, akan diuraikan langkah pra-aljabar dalam mengajarkan materi aljabar yang terdiri dari tujuh situasi didaktis tentang memperkenalkan konsep variabel dan melakukan operasi hitung (penjumlahan dan pengurangan) pada bentuk aljabar.

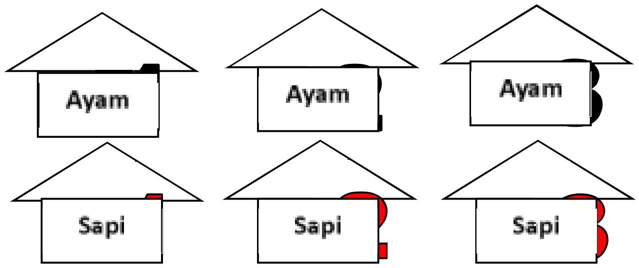
Situasi didaktis pertama diawali dengan sajian masalah kontekstual untuk mendorong terjadinya suatu aksi mental terhadap pengenalan konsep variabel sekaligus melakukan operasi hitung pada bentuk aljabar. Pada situasi didaktis pertama permasalahan yang disajikan masih dalam ruang lingkup aritmatika. Permasalahan tersebut yaitu sebagai berikut. Pak Ali memiliki peternakan yang berisi enam kandang berbeda dimana tiga kandang masing-masing berisi dua ayam dan tiga kandang lainnya masing-masing berisi tiga sapi. (a) Dapatkah kamu membantu Pak Ali untuk menghitung jumlah seluruh hewan di dalam keenam kandang dengan minimal tiga cara berbeda? (b) Pak Ali membeli lagi beberapa ekor sapi sehingga jumlah sapinya sekarang adalah 13 ekor. Berapa ekor sapi yang dibeli oleh Pak Ali? (c) Jika Pak Ali menjual beberapa ekor ayam dan yang tersisa di kandang adalah 3 ekor, berapakah banyaknya ayam yang dijual oleh Pak Ali? Untuk membantu proses berpikir siswa, disediakan ilustrasi berupa gambar (Gambar 1) yang diharapkan mampu mendorong proses berpikir ke arah yang diharapkan.

Gambar 1. Ilustrasi Masalah Pertama

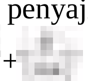
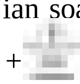
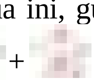
Dengan bantuan ilustrasi ini, diperkirakan akan ada sepuluh macam respon siswa yaitu: (1) $2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 = 15$; (2) $2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 = 15$; (3) $3(2) + 3(3) = 6 + 9 = 15$; (4) $3(2 + 3) = 3 \times 5 = 15$; (5) $3 + 3 + 3 + sapi = 13 \leftrightarrow 9 + sapi = 13 \leftrightarrow sapi = 13 - 9 \leftrightarrow sapi = 4$; (6)$3 + 3 + 3 + ? = 13 \leftrightarrow 9 + ? = 13 \leftrightarrow ? = 13 - 9 \leftrightarrow ? = 4$; (7) $2 + 2 + 2 - ayam = 3 \leftrightarrow 6 - ayam = 3 \leftrightarrow ayam = 3$; (8) $2 + 2 + 2 - \square\ 3 \leftrightarrow 6 - \ = \square \leftrightarrow \ = 3$ $\square$ua prediksi respon yang lainnya yaitu siswa langsung menjawab tanpa menggunakan representasi apapun dan siswa tidak memahami maksud soal.

Antisipasi (tindakan didaktis) yang mungkin dapat dilakukan sesuai dengan prediksi respon tersebut adalah Jika respon 1 dan 2 muncul, guru dapat mengarahkan siswa dengan pertanyaan misalnya "apakah ini saja cara yang bisa untuk menghitung jumlah seluruh hewan? adakah cara lain yang berbeda?" atau pertanyaan lain semacamnya yang dapat membantu mengarahkan siswa agar menemukan cara lain yang berbeda. Jika Respon 3 dan 4 tidak muncul, maka dapat diarahkan dengan pertanyaan tentang banyaknya kandang dan banyaknya ayam atau sapi yang jumlahnya sama pada masing-masing kandang. Jika jumlah hewan pada masing-masing kandang sama, maka dapat digunakan konsep perkalian hingga respon 3 dan 4 muncul. Untuk memunculkan respon 5, 6, 7 dan 8 maka dapat dimulai dengan pertanyaan "seberapa banyakkah 'beberapa' itu? Apakah jumlah itu tentu atau tak tentu?" kemudian menjelaskan bahwa jumlah tak tentu dari "beberapa" dapat dituliskan dengan suatu simbol hingga muncul respon yang diharapkan. Jika respon 9 muncul, dapat diarahkan dengan pertanyaan misalnya "bagaimana cara kamu menghitung jumlah 'beberapa'? Apakah jumlah 'beberapa' sudah jelas berapa? Bagaimana caranya agar bisa menghitung jumlah 'beberapa' itu?" atau pertanyaan lain yang sejenis agar muncul respon representasi seperti respon 5, 6, 7, dan 8. Jika respon 10 muncul, dapat dibantu dengan membaca soal bertahap kalimat demi kalimat hingga siswa dapat memahami maksud soal.

Permasalahan pada situasi kedua masih pada konteks yang sama, namun dikembangkan sedemikian rupa sehingga mulai muncul tahap berpikir pra-aljabar sebagai berikut. Pak Ali memiliki peternakan yang berisi enam kandang berbeda dimana tiga kandang masing-masing berisi ayam dan tiga kandang lainnya masing-masing berisi sapi. Banyaknya ayam pada kandang pertama, kandang kedua dan kandang ketiga masing-masing adalah sama. Begitupula dengan banyaknya sapi pada kandang pertama, kandang kedua dan kandang ketiga masing-masing adalah sama. Namun tidak diketahui berapa jumlah hewan yang berada di dalamnya. (a) Tentukan minimal tiga cara berbeda untuk menghitung jumlah seluruh hewan di dalam keenam kandang. (b) Pak Ali membeli lagi 7 ekor sapi sehingga jumlah sapinya sekarang adalah 19 ekor. (c) Berapa ekor sapi yang semula dimiliki oleh Pak Ali? (d) Jika Pak Ali menjual 5 ekor ayam dan yang tersisa di kandang adalah 25 ekor, berapakah banyaknya ayam yang semula dimiliki oleh Pak Ali? Seperti disajikan dalam ilustrasi (Gambar 2).



Gambar 2 Ilustrasi Masalah Kedua

Melalui penyajian soal kedua ini, guru mengharapkan akan muncul dua belas maca respon yaitu: (1)  +  +  +  +  +  ;(2) $3(ayam)+3(sapi)$; (3) $3(ayam+sapi)$; (4) $3(sapi)+7=19 \leftrightarrow 3(sapi)=12 \leftrightarrow \quad sapi=\frac{12}{3} \leftrightarrow sapi=4$; (5) $3(?)=12 \leftrightarrow ?=\frac{12}{3} \leftrightarrow ?=4$; (6) $sapi+7=19 \leftrightarrow sapi=12$; (7) $3(ayam)-5=25 \leftrightarrow 3(ayam)=30 \leftrightarrow ayam=\frac{30}{3} \leftrightarrow \quad ayam=10$; (8) $3(?)-5=25 \leftrightarrow 3(?)=30 \leftrightarrow ?=\frac{30}{3} \leftrightarrow ?=10$; (9) $ayam-5=25 \leftrightarrow ayam=30$. Tiga prediksi respon yang lain yaitu siswa salah melakukan perhitungan, siswa langsung menjawab tanpa menggunakan representasi apapun dan siswa tidak memahami maksud soal.

Sesuai dengan prediksi respon siswa tersebut, antisipasi yang mungkin dapat dilakukan diantaranya: respon yang diharapkan pada situasi ini adalah siswa mampu membuat suatu permisalan dari sesuatu yang belum diketahui. Bisa berupa gambar, tulisan ataupun huruf. Sekaligus dapat membuat suatu persamaan untuk memperoleh nilai yang belum diketahui tersebut. Jika respon tersebut tidak muncul, maka siswa diarahkan sesuai dengan pola berpikir yang muncul. Jika respon 1 muncul, dapat diarahkan dengan pertanyaan misalnya, "apakah gambar kandang tersebut dapat diganti dengan suatu simbol?". Jika respon 2 dan 3 muncul, maka perlu diklarifikasikan apakah yang dimaksud ayam dan sapi itu adalah 1 ekor saja ataukah banyaknya yang belum diketahui. Hingga siswa memahami bahwa jika suatu representasi sebenarnya mewakili suatu nilai yang belum diketahui secara jelas. Untuk dapat memunculkan respon 4, 5, 6, 7 dan 8, maka sebelumnya harus dimunculkan pemahaman bahwa banyaknya sapi yang belum diketahui jumlahnya pada masing-masing kandang adalah sama. Karena ada tiga kandang, maka dapat dikalikan 3. Kemudian dari jumlah yang belum diketahui itu ditambahkan lagi sebanyak 7. Setelah ditambahkan 7, jumlah seluruhnya ada 19. Proses ini rawan memunculkan respon 9. Sehingga perlu diingatkan bahwa ada 3 kandang yang masing-masing belum diketahui berapa banyaknya hewan yang ada di dalamnya. Jika respon 10 muncul maka diingatkan agar teliti dalam proses perhitungan. Jika respon 11 muncul, dapat dibantu dengan mengarahkan menggunakan pertanyaan misalnya "dapatkah kamu menghitungnya jika terdapat sesuatu yang belum jelas jumlahnya? Bagaimanakah cara untuk bisa melakukannya?"

atau pertanyaan lain yang mengarahkan siswa untuk membuat suatu representasi terhadap jumlah yang belum diketahui hingga representasi tersebut muncul. Sedangkan jika respon 12 muncul maka antisipasi yang dapat dilakukan misalnya mengarahkan siswa untuk membaca soal bertahap kalimat demi kalimat hingga siswa dapat memahami maksud soal.

Untuk membantu proses berpikir siswa agar lebih fokus pada pengenalan konsep variabel sekaligus melakukan operasi hitung pada bentuk aljabar, selanjutnya disajikan soal berikut. Ibu membeli beberapa apel kemudian membeli lagi tiga buah apel dan sekarang ibu membeli beberapa jeruk. (a) Buatlah kalimat matematikanya, (b) Jika ibu membeli lagi 6 buah apel dan 8 buah jeruk, berapakah seluruh buah yang ibu beli? Dapatkah kamu menuliskannya ke dalam kalimat matematika?

Soal ketiga ini, konteks yang disajikan berbeda dari soal 1 dan 2. Hal ini diharapkan mampu memberikan pengalaman belajar yang lebih variatif. Dari soal ketiga tersebut, terdapat tujuh respon yang diperkirakan yaitu: (1) $\square + 3 + \square$; (2) $\square + 3 + O$; (3) $A + 3 + J$; (4) $\square + 3 + O + 6 + 8$; (5) $\square + 3 + 6 + O + 8$; (6) $A + 3 + J + 6 + 8$; (7) $A + 3 + 6 + J + 8$. Antisipasi yang mungkin dapat dilakukan dari perkiraan respon tersebut diantaranya: Jika Respon 1, diarahkan agar merepresentasikan buah apel dan jeruk dengan simbol yang berbeda melalui pertanyaan misalnya, "apakah apel dan jeruk itu sama? Apakah dapat direpresentasikan dengan simbol yang sama? Apakah satu simbol dapat merepresentasikan dua hal yang berbeda?" atau pertanyaan sejenisnya hingga respon 2 muncul. Untuk memunculkan respon 3, dapat diarahkan dengan pertanyaan misalnya "dapatkah simbol-simbol itu diganti dengan suatu huruf? Mengapa? Apakah 1 huruf dapat menggantikan dua simbol yang berbeda? Mengapa?" atau pertanyaan lain yang sejenis. Jika respon 4 hingga 7 muncul, maka harus dipastikan bahwa siswa memahami bahwa apakah apel dan jeruk bisa dijumlahkan? Jadi bagaimana cara menjumlahkan 6 apel dan 8 jeruk? Hingga tertanam pemahaman bahwa yang dapat dijumlahkan hanyalah yang sejenis. Diharapkan antisipasi dapat mengarahkan hingga respon 7 muncul.

Lebih lanjut agar siswa dapat membuat suatu formulasi, diberikan soal berikut. Ani sedang berada di sebuah toko buku, ia ingin membeli sebuah buku cerita. Ani membawa uang sejumlah Rp. 19.000. Jika Ani ingin membeli sebuah buku seharga Rp. 25.000, berapa banyak lagi uang yang dibutuhkan Ani untuk dapat membelinya? Bagaimana jika harga bukunya Rp. 27.000 atau Rp. 32.000 atau Rp. 40.000? Dapatkah kamu membantu memecahkan masalah Ani? Dapatkah kamu menemukan cara untuk menulis kalimat tersebut secara aljabar sehingga dapat digunakan untuk menentukan berapa banyak yang dibutuhkan untuk membeli sebuah buku berapapun harganya?

Dari soal nomor empat tersebut, diperkirakan terdapat dua belas respon yang dikelompokkan ke dalam dua respon pertama berdasarkan pertanyaan yang diajukan dan respon ketiga berisi kemungkinan kesalahan yang dilakukan siswa dalam melakukan representasi matematis. Respon 1 (perkiraan jawaban siswa untuk pertanyaan pertama) diantaranya: (1) $25000 - 19000 = 6000$; (2) $27000 - 19000 = 8000$; (3) $32000 - 19000 = 13000$; (4) $40000 - 19000 = 21000$. Respon 2 (perkiraan jawaban siswa untuk pertanyaan kedua) diantaranya: (1) $\square - 19000 = \bigcirc$; (2) $\square - 19000 = a$; (3) $a - 19000 = b$; (4) $\bigcirc + 19000 = \square$; (5) $\square + 19000 = a$; (6) $b + 19000 = a$. Respon 3 diantaranya: (1) $a + b = 19000$; (2) $a : b = 19000$.

Berdasarkan prediksi (perkiraan) respon siswa tersebut, maka antisipasi yang mungkin dapat dilakukan diantaranya: guru membantu mengarahkan dengan memberikan pertanyaan misalnya: dapatkah kalian menentukan polanya? Bagaimana bila banyaknya "berapapun"? Dapatkah dituliskan dalam suatu bilangan? Apakah makna dari simbol itu? Dapatkah dua huruf dalam suatu persamaan merepresentasikan bilangan yang sama? Jika respon 1 tidak muncul, maka bisa diarahkan dengan pertanyaan yang mengacu pada berapa uang yang kurang untuk dapat membeli buku dengan harga-harga tersebut. Sehingga siswa dapat melihat suatu pola hingga muncul respon 2. Jika respon 3 muncul, artinya siswa belum mampu membuat pola. Sehingga memerlukan bimbingan hingga respon 2 muncul.

Pada soal nomor 5, 6 dan 7 diberikan dengan tujuan untuk mengkonfirmasikan pemikiran siswa (validasi). Untuk soal nomor 5 diharapkan siswa dapat benar-benar memahami bahwa suatu variabel merupakan representasi dari suatu bilangan yang belum diketahui sehingga dapat diganti dengan sebarang bilangan sepanjang memenuhi persamaan (jika berupa persamaan). Berikut ini adalah soal nomor 5. Perhatikan bentuk berikut: $3C + 5$. (a) Dapatkah simbol *C* diganti dengan angka 6? Mengapa? (b) Dapatkah simbol *C* diganti dengan angka 40? Mengapa?

Pengembangan pemahaman siswa tentang variabel dilakukan dengan melalui pemformalan aturan fungsional. Karena melalui permasalahan tentang hubungan fungsional memberikan kesempatan kepada siswa untuk membangun notasi dan memperluas pemahaman. Sehingga guru dapat memanfaatkan situasi ini untuk memperkenalkan aljabar. Misalnya dengan menjelaskan bahwa jumlah tak tentu dari "beberapa" dapat dituliskan dengan suatu simbol. Pada tahap ini guru menegaskan bahwa sesuatu yang belum jelas berapa nilainya dapat dituliskan menjadi suatu simbol, atau dengan kata lain bahwa suatu simbol merupakan representasi dari suatu nilai yang belum diketahui atau belum jelas nilainya. Sehingga dapat diganti-ganti nilainya dengan bilangan berapapun. Simbol-simbol tersebut biasanya menggunakan huruf alfabet dari *a*, *b*, ..., *z*, dll. Baik dituliskan menggunakan huruf besar ataupun huruf kecil. Simbol-simbol berupa huruf tersebut disebut *variabel* (parameter). Sedangkan kalimat matematika yang memuat variabel tersebut disebut bentuk aljabar.

Pada soal nomor 6, permasalahan yang diajukan lebih luas yaitu tidak hanya tentang pengenalan variabel melainkan juga memperkenalkan makna dari tanda sama dengan. Soal nomor 6 adalah sebagai berikut. Diketahui $M + M = 30$ dan $Y + B = 30$. (a) Berapakah nilai *M*? Berapakah nilai *Y*? Berapakah nilai *B*? (b) Dapatkah *Y* dan *B* bernilai 15? Mengapa? Berdasarkan soal tersebut, berikut ini adalah beberapa prediksi respon siswa yang mungkin muncul. Respon 1 (prediksi jawaban dari pertanyaan poin (a)) antara lain: (1) $M = 15$; $Y = 15$; $B = 15$; (2) Bilangan-bilangan yang lain jika dijumlahkan adalah 30; (3) Tidak menjawab. Respon 2 (prediksi jawaban dari pertanyaan poin (b)) diantaranya: (1) Dapat; (2) Mungkin; (3) Tidak dapat; (4) Tidak menjawab. Sehingga antisipasi yang mungkin dapat diberikan adalah guru membantu mengarahkan dengan memberikan pertanyaan misalnya: "Apakah makna dari simbol itu? Dapatkah dua huruf dalam suatu persamaan merepresentasikan bilangan yang sama? Mengapa?" atau dengan pertanyaan lain yang sejenis.

Agar pemahaman siswa lebih mendalam, lebih lanjut diberikan soal ketujuh sebagai berikut. Jika diberikan suatu bentuk: $x + t + b = x + n + b$. Apakah pernyataan tersebut selalu benar, kadang-kadang benar, tidak akan mungkin benar? Jelaskan. Untuk membantu memahami situasi ini, dapat diberikan bantuan dengan pertanyaan pancingan sebagai berikut. Misalkan $P + M = M + S$. "Pada bentuk tersebut apakah P, Mdan S dapat merepresentasikan bilangan yang sama? Apakah mungkin *P* dan *S* bilangan yang sama? Apakah mungkin *M* dan *M* bilangan yang sama? Mengapa?". Lebih lanjut, "pada bentuk $P + M = M + S$, jika P dan S mungkin adalah bilangan yang sama, apakah $P + M = M + P$ selalu benar, kadang-kadang benar, atau tidak mungkin benar? Mengapa?".

Dari situasi-situasi tersebut pada akhirnya diharapkan dapat secara efektif menumbuhkan intuisi matematis siswa. Representasi informal yang diajukan siswa berdasarkan intuisi matematis yang dimiliki diharapkan dapat menjadi landasan yang tepat untuk mengarahkan proses berpikir siswa pada representasi matematis lebih formal. Untuk tujuan tersebut, maka disajikan soal kedelapan yang merupakan bentuk aljabar secara formal sebagai berikut. Sederkanakanlah bentuk-bentuk berikut ini. (a) $5x + 2x$; (b) $4h - 2 + 5k + 3$; (c) $4a + 3b - 2a + 5b$; (d) $3m + 4p - m + 6$. Diperkirakan akan muncul beberapa respon berikut. Respon 1 (prediksi jawaban dari pertanyaan pertama) adalah (1) $7x$ atau (2) $7x^2$. Respon 2 (prediksi jawaban dari pertanyaan kedua) diantaranya: (1) $4h + 5k + 1$; (2) $4h + 5k + 5$; (3) $4h + 5k - 1$; (4) $4h + 5k - 5$; (5) $9hk + 1$; (6) $9hk + 5$; (7) $9hk - 1$; (8) $9hk - 5$. Respon 3 (prediksi jawaban dari pertanyaan ketiga) antara lain: (1) $2a + 8b$; (2) $2a + 2b$; (3) $6a - 2b$; (4) $6a + 2b$; (5) $10ab$. Respon 4 (prediksi jawaban dari pertanyaan keempat) yaitu: (1) $2m + 4p + 6$; (2) $2m + 10p$; (3) $4m + 4p + 6$; (4) $6mp + 6$; (5) $8mp + 6$; (6) $12mp$; (7) $14mp$.

Situasi ini telah memunculkan bentuk aljabar secara formal. Melalui kegiatan ini diharapkan siswa mampu melakukan operasi hitung pada bentuk aljabar sekaligus mengenal unsur-unsur aljabar yang lain, misalnya koefisien, konstanta, dan suku. Jika respon 1.2 yaitu $(7x^2)$ muncul, dapat diarahkan bahwa melakukan operasi penjumlahan harus pada suku yang sejenis yaitu cukup menjumlahkan koefisiennya (bilangan yang ada di depan variabel) hingga muncul respon 1.1 yaitu $7x$. Respon 2.2 – 2.4 merupakan kesalahan yang mungkin terjadi disebabkan kurangnya pemahaman siswa dengan operasi hitung menggunakan tanda negatif. Hal ini dapat diantisipasi dengan mengingatkan siswa tentang operasi menggunakan tanda negatif hingga diperoleh respon yang diharapkan yaitu respon 1.1 atau $7x$. Respon 2.5 – 2.8 merupakan beberapa kemungkinan kesalahan dalam memahami operasi penjumlahan dan perkalian. Jika respon ini muncul, antisipasi yang dapat dilakukan yaitu menekankan tentang perbedaan operasi hitung penjumlahan dengan perkalian. Pada soal c, diharapkan muncul respon 3.1 yaitu siswa dapat mendeteksi dan mengelompokkan suku-suku yang sejenis. Untuk membantu siswa hingga muncul respon 3.1, maka dapat dibantu dengan pertanyaan "apakah huruf a dan b merepresentasikan sesuatu yang sama? Apakah sesuatu yang tidak sama bisa dijumlahkan?" dan pertanyaan lain yang sejenis yang dapat semakin menanamkan pemahaman di benak siswa tentang melakukan operasi pada suku sejenis bentuk aljabar. Pada situasi pada soal d, variasi soal ditambahkan dengan adanya konstanta. Diharapkan memberikan pemahaman yang lebih mendalam tentang melakukan operasi hitung penjumlahan pada bentuk aljabar.

DAFTAR PUSTAKA

Kieran, C. (2004). *Algebraic Thinking in Early Grades: What Is It?*. The Mathematics Educator 2004, Vol.8, No.1, 139 – 151.

Lincoln, Y. S., dan Guba E. G. (1985). *Naturalistic Inquiry*. California: Sage Publications, Inc.

Malara N.A. dan Navarra G. (2002). *ArAl: a Project for an Early Approach to Algebraic Thinking.* GREM, Department of Mathematics, University of Modena-Reggio E.,Italy.

Minnick, J. H., dan Strauss, R. C. (1969). *Beginning Algebra*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.

Moleong, L. J. (2009). *Metodologi Penelitian Kualitatif: EdisiRevisi.* Bandung: PT Remaja Rosdakarya.

Pinter, Charles C.1982. *A Book Of Abstract Algebra*. Amerika: McGraw-Hill, Inc.

Radford, L. (2012). *Early Algebraic Thinking Epistemological, Semiotic, And Developmental Issues.* 12th International Congress on Mathematical Education Program COEX, Seoul, Korea.

Suryadi, D. (2008). *Metapedadidaktik dalam Pembelajaran Matematika: Suatu Strategi Pengembangan Diri Menuju Guru Matematika Profesional.* Pidato Guru Besar Universitas Pendidikan Indonesia.

Suryadi, D. (2011). *Kesetaraan Dedactical Design Research (DDR) dengan Matematika Realistik dalam Pengembangan Pembelajaran Matematika.* Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNS.

Suryadi, D. (2013). *Didactical Design Research (DDR) dalam Pengembangan Pembelajaran Matematika.* Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika.

Wahyudin, (2013). *Matematika Dasar/ Pengetahuan Bermuatan Pedagogis/ Gagasan-gagasan yang Kuat untuk Para Guru.* Bandung : Mandiri Bandung.

Wooton, W. & Drooyan, I. (1968). *Intermediate Algebra: Second Alternate Edition.* California: Wadsworth Publishing Company, Inc.