ISSN 2459-9948
e-ISSN 2579-5864

Estimator Deret Fourier Dalam Regresi Nonparametrik dengan Pembobot Untuk Perencanaan Penjualan Camilan Khas Madura

Anisatus Sholiha, Kuzairi, M. Fariz Fadillah Mardianto

Universitas Islam Madura

Email:Anies.disha@gmail.com

DOI https://doi.org/10.31102/zeta.2018.4.1.18-23

ABSTRACT

The purpose of regression analysis is determining the relationship between response variables to predictor variables. To estimate the regression curve there are three approaches, parametric regression, nonparametric regression, and semiparametric regression. In this study, the estimator form of nonparametric regression curve is analyzed by using the Fourier series approach with sine and cosine bases, sine bases, and cosine bases. Based on Weighted Least Square (WLS) optimization, the estimator result can be applied to model the sale planning of Madura typical snacks. Nonparametric regression estimators with the Fourier series approach are weighted with uniform and variance weight. The best model that be obtained in this study for uniform weight, based on cosine and sine basis with GCV value of 1541.015, MSE value of 0.1375912 and determination coefficient value of 0.4728418%. The best model for variance weight is based on cosine and sine basis with a GCV value of 1541.011, MSE value of 0.1375912 and determination coefficient of 0.4728227%.

Keywords: ***Nonparametric Regression, Fourier Series, WLS, GCV, Sale of Madura Typical Snacks.***

ABSTRAK

Analisis regresi bertujuan untuk mengetahui hubungan antara variabel respon terhadap variabel prediktor. Untuk mengestimasi kurva regresi ada tiga pendekatan yaitu regresi parametrik, regresi nonparametrik, dan regresi semiparametrik. Dalam penelitian ini dikaji bentuk estimator kurva regresi nonparametrik dengan pendekatan deret Fourier dengan basis sinus dan cosinus, basis sinus, dan basis cosinus. Berdasarkan estimator yang diperoleh dengan menggunakan optimasi Weighted Least Square (WLS) diaplikasikan untuk memodelkan perencanaan penjualan camilan khas Madura. Estimator regresi nonparametrik dengan pendekatan deret Fourier terbobot. Model yang diperoleh pada penelitian ini untuk pembobot seragam adalah dengan basis cosinus sinus dengan nilai GCV sebesar 1541.015 dan MSE sebesar 0.1375912 dan koefisien determinan sebesar 0.4728418% dibandingkan dengan basis sinus dan cosinus. Model untuk pembobot variansi adalah dengan basis cosinus sinus dengan nilai GCV sebesar 1541.011 dan MSE sebesar 0.1375912 dan koefisien determinan sebesar 0.4728227% dibandingkan dengan basis sinus dan cosinus.
Kata kunci: ***Regresi Nonparametrik, Deret Fourier, WLS, GCV, Penjualan Camilan Khas Madura.***

1. PENDAHULUAN

Madura merupakan salah satu daerah di Indonesia dengan luas kurang lebih 5,168 km^2 atau kurang lebih 10 persen dari luas daratan Jawa Timur. Suku Madura merupakan penduduk asli Madura yang merupakan populasi besar di Indonesia, jumlahnya sekitar 20 juta jiwa yang tersebar hampir di setiap daerah di Indonesia. Madura juga menghasilkan makanan atau camilan khas antara lain rengginang, kacang lorjuk, keripik pattola, teri krispi, petis dan lain-lain. Camilan khas Madura bisa didapatkan hampir disetiap daerah di Madura. Salah satu pusat penjualan makanan dan camilan khas Madura adalah toko oleh-oleh khas Madura. Penjualan camilan khas Madura setiap bulannya tidak menentu, hal tersebut dipengaruhi oleh pembeli yang datang pada waktu tertentu. Keluar masuknya barang juga tidak menentu. Hubungan antara penjualan dengan barang yang masuk serta barang yang terjual tersebut dapat menggunakan metode regresi nonparametrik

Regresi nonparametrik merupakan regresi yang sangat fleksibel dalam memodelkan pola data sehingga subjektifitas dari peneliti dapat diminimalisir (Prahutama, 2013). Salah satu estimasi regresi nonparametrik adalah deret Fourier. Kelebihan dari estimator deret Fourier adalah mampu mengatasi data yang mempunyai sebaran trigonometri, dalam hal ini sinus dan cosinus.

Dalam penelitian ini akan dilakukan untuk peramalan pejualan camilan khas Madura yang menggunakan metode regresi nonparametrik dengan pendekatan deret Fourier terbobot. Serta akan diselidiki perencanaan penjualan camilan khas Madura menggunakan analisis regresi nonparametrik deret Fourier terbobot.

ISSN: 2459-9948
e-ISSN: 2579-5864

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis regresi

Analisis regresi merupakan analisis data yang digunakan untuk mengetahui hubunganantara variabel respon (Y) dan variabel prediktor (X). Analisis regresi juga memiliki kemampuan untuk menggambarkan perpencaran titik di sekitar kurva.Selain untuk menggambaran perpancaran disekitar kurva, analisis regresi juga dapat digunakan untuk prediksi. Adapun analisis regresi memiliki tiga pendekatan yaitu regresi parametrik, regresi semiparametrik dan regresi nonparametrik (Riskiyah, 2017).

Regresi nonparametrik merupakan regresi yang sangat fleksibel dalam memodelkan pola data sehingga subjektifitas dari peneliti dapat diminimalisir. Regresi nonparametrik digunakan untuk mengetahui pola hubungan antara variabel respon (Y) dengan variabel prediktor (X) yang tidak diketahui bentuk kurvanya. Model regresi nonparametrik adalah sebagai berikut:

$$y_i = g(x_i) + \varepsilon_i;\ i = 1, 2, \ldots n, \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \quad (2.1)$$

Fungsi regresi g diasumsikan *smooth* sehingga menjamin fleksibilitas untuk mengestimasi fungsi regresinya. ε_i merupakan *error* yang berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi σ^2 (Tjahjono, 2009).

Deret Fourier adalah fungsi polinomial trigonometri yang mempunyai tingkat fleksibelitas tinggi. Dengan ekspansi ke dalam bentuk deret Fourier, suatu fungsi periodik bisa dinyatakan sebagai jumlahan dari beberapa fungsi harmonis, yaitu fungsi dari sinus dan cosinus, yang termasuk fungsi sinusoidal. Berdasarkan model regresi nonparametrik yang diberikan dipersamaan (2.2), $g(x_i)$ dihampiri oleh fungsi deret Fourier yang digunakan Bilodeau (1992).

$$g(x_i) = \gamma x_i + \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{K} a_k \cos kx_i \quad (2.2)$$

Sehinggga dari persamaan (2.2) diperoleh

$$y_i = \gamma x_i + \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{K} a_k \cos kx_i + \varepsilon_i;$$
$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \quad (2.3)$$

Persamaan (2.3) dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan vektor

$$\boldsymbol{y} = \mathbf{X}[K]\beta + \varepsilon; \varepsilon \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{I}) \quad (2.4)$$

Dengan menggunakan metode OLS (*Ordinary Least Square*) maka *error* diminimumkan melalui persamaan berikut

$$\min_{\beta \in \mathbf{R}^{k+2}} \mathbf{R}(\beta) = \min_{\beta \in \mathbf{R}^{k+2}} \varepsilon'\varepsilon = \min_{\beta \in \mathbf{R}^{k+2}} (\mathbf{y} - \mathbf{X}[K]\beta)'(\mathbf{y} - \mathbf{X}[K]\beta) \quad (2.5)$$

Kemudian diperoleh bentuk persamaan hasil perkalian

$$\mathbf{R}(\beta) = \boldsymbol{y}'\boldsymbol{y} - 2\beta'\mathbf{X}'[K]y + \beta'\mathbf{X}'[K]\mathbf{X}[K] \quad (2.6)$$

Jika persamaan (2.6) diturunkan secara parsial terhadap vektor β dan sesuai konsep optimasi dimana hasil turunnya sama dengan nol, dalam hal ini vektor nol, maka diperoleh

$$-2\mathbf{X}'[K]\boldsymbol{y} + 2\mathbf{X}'[K]\mathbf{X}[K]\hat{\beta} = \mathbf{0} \quad (2.6)$$

Dari persamaan (2.6) diperoleh estimator untuk parameter regresi nonparametrik dengan pendekatan deret Fourier sesuai dengan Bilodeau (1992) sebagai berikut

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'[K]\mathbf{X}[K])^{-1}\mathbf{X}'[K]\boldsymbol{y} \quad (2.7)$$

dengan estimator untuk kurva regresinya adalah

$$\hat{g}(x_i) = \hat{\gamma} x_i + \frac{\hat{a}_0}{2} + \sum_{k=1}^{K} \hat{a}_k \cos kx_i$$

dengan demikian estimator untuk y_i adalah

$$\hat{y}_i = \hat{\gamma} x_i + \frac{\hat{a}_0}{2} + \sum_{k=1}^{K} \hat{a}_k \cos kx_i \quad (2.8)$$

2.2 Metode WLS

Metode WLS atau kuadrat terkecil tertimbang pada prinsipnya sama dengan metode OLS, bedanya pada metode WLS terdapat penambahan variabel baru yaitu *w* yang menunjukkan bobot atau timbangan. Estimasi parameter $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$ untuk regresi nonparametrik dengan metode bentuk optimasi *Weighted Least Square* yaitu:

$$\min_{\boldsymbol{\beta} \in \mathbf{R}^{k+2}} \mathbf{R}(\boldsymbol{\beta}) = \min_{\boldsymbol{\beta} \in \mathbf{R}^{k+2}} \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon}$$
$$= \min_{\boldsymbol{\beta} \in \mathbf{R}^{k+2}} (\mathbf{y} - \mathbf{X}[K]\boldsymbol{\beta})'\mathbf{V}(\mathbf{y} - \mathbf{X}[K]\boldsymbol{\beta})$$

kemudian diperoleh bentuk persamaan

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X^T V X})^{-1}\boldsymbol{X^T V y} \quad (2.9)$$

dengan $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{W^{-1}}$. Matrik $\mathbf{W}$ didefinisikansebagai berikut:

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} w_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_n \end{pmatrix}$$

Beberapa matriks pembobot yang dapat digunakan dalam estimasi parameter diantaranya adalah:

(i) $\boldsymbol{W}_i = N^{-1}\boldsymbol{I}$; sehingga setiap pengukuran diperlakukan sama.

(ii) $\boldsymbol{W}_i = (nn_i)^{-1}\boldsymbol{I}$; sehingga setiap pengukuran dalam subjek diperlakukan sama.

$\boldsymbol{W}_i = \boldsymbol{V^{-1}}$ dimana $\boldsymbol{V^{-1}} = \text{var}\,(y_i)$; sehingga memperhitungkan varians antar subjek dalam perhitungan (Malik, 2014).

2.3 Pemilihan Parameter Osilasi dan Penghalus Optimal Beserta Ukuran Kebaikan Model

Sementara itu untuk kebaikan model regresi nonparametrik dengan pendekatan deret Fourier diukur berdasarkan pemilihan parameter osilasi optimal yang memberikan nilai MSE terkecil. Parameter osilasi optimal dipilih berdasarkan formulasi *Generalized Cross Validation* (GCV) (Prahutama, 2013). Adapun indikator kebaikan dari model regresi nonparametrik dapat dilihat dari ukuran-ukuran berikut

1. *Mean Square Error* (MSE)

   Dari metode WLS (*Weighted Least Square*) diatas maka *Mean Square Error* (MSE) ditentukan oleh persamaan berikut

   $$MSE[K] = \frac{1}{n}\boldsymbol{y}'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}[K])'\boldsymbol{V}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}[K])\boldsymbol{y}$$

   Dengan**I** merupakan matriks identitas. Model yang baik dapat diukur dari nilai MSE yang kecil (Wahba, 1990).

2. *Generalized Cross Validation* (GCV)

   Generalized Cross Validation (GCV) merupakan salah satu kriteria untuk menentukan nilai *k* optimal.Nilai *k* optimal merupakan nilai parameter osilasi dari model sebagai representasi dari

ISSN: 2459-9948
e-ISSN: 2579-5864

bandwidth (Mardianto, 2017). Penentuan *k* optimal akan menghasilkan nilai R^2 yang tinggi. Nilai GCV dierikan sebagai berikut:

$$GCV[K] = \frac{MSE(K)}{\left(n^{-1}trace(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}[K])\right)^2}$$

Nilai GCV terkecil akan menghasilkan k yang optimal.

3. Koefisien Determinasi atau R^2
Koefisien determinasi atau R^2 merupakan ukuran konstribusi variabel-variabel prediktor terhadap variabel respon. Diberikan rumus koefisien determinasi sebagai berikut

$$R^2 = \frac{(\hat{\boldsymbol{y}} - \overline{\boldsymbol{y}})'(\hat{\boldsymbol{y}} - \overline{\boldsymbol{y}})}{(\boldsymbol{y} - \overline{\boldsymbol{y}})'(\boldsymbol{y} - \overline{\boldsymbol{y}})}$$

Dimana $\overline{\boldsymbol{y}}$merupakan vektor yang memuat rata-rata data respon. Interval dari R^2 adalah $0 \leq R^2 \leq 1$. Model yang baik dapat diukur dari nilai R^2 yang besar (Mardianto, 2017)

3. METODE PENELITIAN

Berikut ini merupakan langkah-langkah penelitian yang disajikan secara sistematis:

1. Studi Literatur
Pada hal ini dipelajari dengan secara rinci tentang segala hal yang berkaitan dengan penerapan regresi nonparametrik deret Fourier.

2. Pencarian Data
Data yang digunakan penelitian ini adalah data sekunder yang diambil di toko oleh-oleh pada tahun 2016. Unit penelitian yang diambil adalah jumlah barang masuk dan jumlah barang yang keluar di toko oleh-oleh khas Madura.

3. Penentuan Variabel Penelitian
Variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian ini terbagi menjadi dua yaitu variabel x (prediktor) dan variabel y (respon).

4. Analisis Deskriptif Data
Analisis deskriptif dilakukan dengan tujuan untuk mengetahui perencanaan penjualan pada toko oleh-oleh khas Madura,

5. Estimasi Regresi Nonparametrik Deret Fourier Terbobot
Pada tahap ini dilakukan estimasi parameter dari model yang didapat menggunakan metode WLS (*Weighted Least Square*)

6. Penerapan Estimator Deret Fourier dalam Regresi Nonparametrik Terbobot
Pada tahapan ini, dilakukan perencanaan penjualan camilan khas Madura dengan melihat faktor yang mempengaruhi dari perencanaan penjualan dengan menerapkan regresi nonparametrik deret Fourier terbobot.

7. Prediksi dan Penarikan Kesimpulan
Pada langkah ini dilakukan prediksi dengan membawa hasil analisis data dengan metode deret Fourier kedalam permasalahan. Selanjutnya dilakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil analisis data sehingga permasalahan dapat terjawab.

4. HASIL PENELITIAN

4.1 Estmasi deret Fourier

4.1.1 Estimasi Cosinus Fourier

Pendekatan regresi nonparametrik dengan estimator deret cosinus Fourier yang telah didekati dengan pembobot seragam memiliki parameter osilasi (k). Metode GCV digunakan untuk menentukan nilai k optimal. k optimal didapat sebesar 6. Adapun tabel estiomasi dari *k* optimal 6 sebagai berikut:

Tabel 1 Hasil Estimasi dengan Basis Cosinus untuk Pembobot Seragam

Pembobot Seragam	
K	6
MSE	0,138503
GCV	1.551,331
R^2	0,4697632

Berdasarkan Tabel 1 nilai parameter osilasi *k* optimal untuk pembobot seragam yaitu sebesar 6 dengan MSE sama dengan 0,138503, GCV sama dengan 1.551,331 dan R^2 sebesar 46% sehingga diperoleh model estimator deret cosinus Fourier dengan pembobot seragam dalam regresi nonparametrik sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = \frac{\hat{a}_0}{2} + \hat{\gamma}x_i + \hat{a}_1 \cos x_i + \hat{a}_2 \cos 2x_i + \hat{a}_3 \cos 3x_i + \hat{a}_4 \cos 4x_i + \hat{a}_5 \cos 5x_i + \hat{a}_6 \cos 6x_i \quad (4.1)$$

Berdasarkan hasil perhitungan parameter osilasi dengan *software* R, nilai dalam model dapat di tuliskan sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = -1.176676 - 6.065623x_i - 2.079673 \cos x_i - 1.423267 \cos 2x_i - 7.361557 \cos 3x_i - 2.733387 \cos 4x_i - 6.539947 \cos 5x_i - 7.575232 \cos 6x_i \quad (4.2)$$

Pendekatan regresi nonparametrik dengan estimator deret cosinus Fourier yang telah didekati dengan pembobot variansi memiliki parameter osilasi (k). Metode GCV digunakan untuk menentukan nilai k optimal. k optimal didapat sebesar 6. Adapun tabel estiomasi dari *k* optimal 6 sebagai berikut:

Tabel 2 Hasil Estimasi dengan basis Cosinus untuk Pembobot Variansi

Pembobot Variansi	
K	6
MSE	0,1385024
GCV	1.551,278
$\mathbf{R^2}$	0,4695986

Berdasarkan Tabel 2 nilai parameter osilasi k optimal untuk pembobot variansi yaitu sebesar 6 dengan MSE sama dengan 0,1385024, GCV sama dengan 1.551,278 dan R^2 sebesar 46% sehingga diperoleh model estimator deret cosinus Fourier dengan pembobot variansi dalam regresi nonparametrik sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = \frac{\hat{a}_0}{2} + \hat{\gamma}x_i + \hat{a}_1 \cos x_i + \hat{a}_2 \cos 2x_i + \hat{a}_3 \cos 3x_i + \hat{a}_4 \cos 4x_i + \hat{a}_5 \cos 5x_i + \hat{a}_6 \cos 6x_i \quad (4.3)$$

ISSN: 2459-9948
e-ISSN: 2579-5864

Berdasarkan hasil perhitungan parameter osilasi dengan *software* R, nilai dalam model dapat di tuliskan sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = -1.176307 - 6.065777x_i - 2.079022\cos x_i - 1.422824\cos 2x_i - 7.359286\cos 3x_i - 2.732555\cos 4x_i - 6.537986\cos 5x_i - 7.572979\cos 6x_i \quad (4.4)$$

4.1.2 Estimasi Sinus Fourier

Pendekatan regresi nonparametrik dengan estimator deret sinus Fourier yang telah didekati dengan pembobot seragam memiliki parameter osilasi (k). Metode GCV digunakan untuk menentukan nilai k optimal. k optimal didapat sebesar 5. Adapun tabel estiomasi dari k optimal 5 sebagai berikut:

Tabel 3 Hasil Estimasi dengan Basis Sinus untuk Pembobot Seragam

Pembobot Seragam	
K	5
MSE	0,1371001
GCV	1.693,589
$\mathbf{R^2}$	0,4709759

Berdasarkan Tabel 3 nilai parameter osilasi k optimal untuk pembobot seragam yaitu sebesar 5 dengan MSE sebesar 0,1371001 danR^2 sebesar 47% sehingga diperoleh model estimator deret sinus Fourier dengan pembobot seragam dalam regresi nonparametrik sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = \frac{\hat{a}_0}{2} + \hat{\gamma}x_i + \hat{a}_1\sin x_i + \hat{a}_2\sin 2x_i + \hat{a}_3\sin 3x_i + \hat{a}_4\sin 4x_i + \hat{a}_5\sin 5x_i \quad (4.5)$$

Berdasarkan hasil perhitungan parameter osilasi dengan *software* R, nilai dalam model dapat di tuliskan sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = 286486.8713 - 91190.5835x_i - 157334.0101\sin x_i - 49894.3537\sin 2x_i - 14870.1826\sin 3x_i - 3184.0082\sin 4x_i - 354.5837\sin 5x_i \quad (4.6)$$

Pendekatan regresi nonparametrik dengan estimator deret sinus Fourier yang telah didekati dengan pembobot variansi memiliki parameter osilasi (k). Metode GCV digunakan untuk menentukan nilai k optimal.$k$optimal didapat sebesar 5. Adapun tabel estiomasi dari k optimal 5 sebagai berikut:

Tabel 4 Hasil Estimasi dengan Basis Sinus untuk Pembobot Variansi

Pembobot Variansi	
K	5
MSE	0,1374669
GCV	1.696,374
$\mathbf{R^2}$	0,4721213

Berdasarkan Tabel 4 nilai parameter osilasi k optimal untuk pembobot variansi yaitu sebesar 5 dengan MSE sebesar 0,1374669 dan R^2 sebesar 47% sehingga diperoleh model estimator deret sinus Fourier dengan pembobot variansi dalam regresi nonparametrik sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = \frac{\hat{a}_0}{2} + \hat{\gamma}x_i + \hat{a}_1\sin x_i + \hat{a}_2\sin 2x_i + \hat{a}_3\sin 3x_i + \hat{a}_4\sin 4x_i + \hat{a}_5\sin 5x_i \quad (4.7)$$

Berdasarkan hasil perhitungan parameter osilasi dengan *software* R, nilai dalam model dapat di tuliskan sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = 290895.9834 - 92594.0525x_i - 159749.8773\sin x_i - 50655.0009\sin 2x_i - 15093.9576\sin 3x_i - 3230.9435\sin 4x_i - 359.6479\sin 5x_i \quad (4.8)$$

4.1.3 Estimasi Cosinus dan Sinus Fourier

Pendekatan regresi nonparametrik dengan estimator deret cosinus dan sinus Fourier yang telah didekati dengan pembobot seragam memiliki parameter osilasi (k). Metode GCV digunakan untuk menentukan nilai k optimal. k optimal didapat sebesar 3. Adapun tabel estiomasi dari k optimal 3 sebagai berikut:

Tabel 5 Hasil Estimasi dengan Basis Cosinus dan Sinus untuk Pembobot Seragam

Pembobot Seragam	
K	3
MSE	0,1375912
GCV	1.541,015
$\mathbf{R^2}$	0,4728418

Berdasarkan Tabel 5 nilai parameter osilasi k optimal untuk pembobot variansi yaitu sebesar 3 dengan MSE sebesar 0,1375912 dan
R^2 sebesar 47% sehingga diperoleh model estimator deret cosinus dan sinus Fourier dengan pembobot seragam dalam regresi nonparametrik sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = \frac{\hat{a}_0}{2} + \hat{\gamma}x_i + \hat{a}_1\cos x_i + \hat{a}_2\cos 2x_i + \hat{a}_3\cos 3x_i + \hat{b}_1\sin x_i + \hat{b}_2\sin 2x_i + \hat{b}_3\sin 3x_i \quad (4.9)$$

Berdasarkan hasil perhitungan parameter osilasi dengan *software* R, nilai dalam model dapat di tuliskan sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = -20910.4094 + 5995.8937x_i - 3132.9820\cos x_i - 1275.0005\cos 2x_i - 219.1838\cos 3x_i + 8696.3287\sin x_i + 1553.0409\sin 2x_i + 135.0111\sin 3x_i \quad (4.10)$$

Pendekatan regresi nonparametrik dengan estimator deret cosinus dan sinus Fourier yang telah didekati dengan pembobot variansi memiliki parameter osilasi (k). Metode GCV digunakan untuk menentukan nilai k optimal. k optimal didapat sebesar 3. Adapun tabel estiomasi dari k optimal 3 sebagai berikut:

Tabel 6. Hasil Estimasi dengan Basis Cosinus dan Sinus untuk Pembobot Variansi

Pembobot Variansi	
K	3
MSE	0.1375912
GCV	1.541.011
$\mathbf{R^2}$	0.4728227

ISSN: 2459-9948
e-ISSN: 2579-5864

Berdasarkan Tabel 6 nilai parameter osilasi k optimal untuk pembobot variansi yaitu sebesar 3 dengan MSE sebesar 0.1375912 dan R^2 sebesar 47% sehingga diperoleh model estimator deret cosinus dan sinus Fourier dengan pembobot variansi dalam regresi nonparametrik sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = \frac{\hat{a}_0}{2} + \hat{\gamma}x_i + \hat{a}_1 \cos x_i + \hat{a}_2 \cos 2x_i + \hat{a}_3 \cos 3x_i + \hat{b}_1 \sin x_i + \hat{b}_2 \sin 2x_i + \hat{b}_3 \sin 3x_i \quad (4.11)$$

Berdasarkan hasil perhitungan parameter osilasi dengan *software* R, nilai dalam model dapat di tuliskan sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = -20911.4971 + 5966.1987x_i - 3133.1750 \cos x_i - 1275.0764 \cos 2x_i - 219.1960 \cos 3x_i + 8696.7465 \sin x_i + 1553.1081 \sin 2x_i + 135.0149 \sin 3x_i \quad (4.12)$$

4.2 Pemilihan Estimasi Terbaik

Berdasarkan ketiga estimasi diatas dapat dilihat perbandingan antara nilai MSE, GCV dan R^2 pada pembobot seragam dan pembobot variansi sebagai berikut:

Tabel 7 Perbandingan Estimasi dengan basis cosinus, sinus dan cosinus dan sinus untuk Pembobot Seragam

Basis	Cosinus	Sinus	Cosinus dan Sinus
MSE	0.138503	0.1371001	0.1375912
GCV	1.551.331	1.693.589	1.541.015
$\mathbf{R^2}$	0.4697632	0.4709759	0.4728418

Berdasarkan Tabel 7, perbandingan nilai MSE, GCV dan $\mathbf{R^2}$ untuk pembobot seragam. Nilai MSE dari Cosinus dan sinus merupakan yang terkecil dan R^2 terbesar dibandinkan dengan nilai estimasi yang lain maka estimasi cosinus dan sinus merupakan model yang terbaik dengan MSE sebesar 0.1375912 , GCV sebesar 1541.015 dan R^2 0.4728418.

Tabel 8 Perbandingan Estimasi dengan basis cosinus, sinus dan cosinus dan sinus untuk Pembobot Variansi

Basis	Cosinus	Sinus	Cosinus dan Sinus
MSE	0.1385024	0.1374669	0.1375912
GCV	1.551.278	1.696.374	1.541.011
$\mathbf{R^2}$	0.4695986	0.4721213	0.4728227

Berdasarkan Tabel 8, perbandingan nilai MSE, GCV dan R^2untuk pembobot variansi. Nilai MSE dari Cosinus dan sinus merupakan yang terkecil dan R^2 terbesar dibandinkan dengan nilai estimasi yang lain maka estimasi cosinus dan sinus merupakan model yang terbaik dengan MSE sebesar 0.1375912, GCV sebesar 1541.011 dan R^2 sebesar 0.4728227.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan, dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Didapat model perencanaan penjualan camilan khas Madura tahun 2016 berdasarkan pendekatan regresi nonparametrik dengan estimator deret Fourier dengan basis cosinus dan sinus untuk pembobot seragam sebagai berikut:

   $$\hat{y}_i = -20910.4094 + 5995.8937x_i - 3132.9820 \cos x_i - 1275.0005 \cos 2x_i - 219.1838 \cos 3x_i + 8696.3287 \sin x_i + 1553.0409 \sin 2x_i + 135.0111 \sin 3x_i$$

   Model ini memiliki kriteria kebaikan dibandingkan dengan basis cosinus, dan basis sinus dengan nilai k sama dengan 3, GCV sama dengan 1541.015, MSE sama dengan 0.1375912, dan R^2 sama dengan 0.4728418. Jadi, model tidak memenuhi kriteria kebaikan model maka model kurang baik. Adapaun dengan pembobot variansi sebagai berikut:

   $$\hat{y}_i = -20911.4971 + 5966.1987x_i - 3133.1750 \cos x_i - 1275.0764 \cos 2x_i - 219.1960 \cos 3x_i + 8696.7465 \sin x_i + 1553.1081 \sin 2x_i + 135.0149 \sin 3x_i$$

   Model ini memiliki kriteria kebaikan dengan nilai k sama dengan 3, GCV sama dengan 1541.011, MSE sama dengan 0.1375912, dan R^2 sama dengan 0.4728227. Jadi, model tidak memenuhi kriteria kebaikan model maka model kurang baik.
2. Prediksi penjualan camilan khas Madura menggunkan model regresi nonparametrik dengan estimasi deret fourier mengunkan basis cosines dan sinus pada pembobot seragam memiliki kriteria kebaikan dengan nilai k sama dengan 3, GCV sama dengan 1541.015, MSE sama dengan 0.1375912, dan R^2 sama dengan 0.4728418. prediksi mendekati penjualan camilan khas Madura. Prediksi penjualan camilan khs Madura menggunkan model regresi nonparametrik dengan estimasi deret fourier mengunkan basis cosinus dan sinus pada pembobot seragam memiliki kriteria kebaikan dengan nilai k sama dengan 3, GCV sama dengan 1541.011, MSE sama dengan 0.1375912, dan R^2 sama dengan 0.4728227. prediksi mendekati penjualan camilan khas Madura.

DAFTAR PUSTAKA

Bilodeau, M., 1992. Models Smoother and Additive Models. *The Canadian Journal of Statistics,* pp. 257-269.

Malik, S., 2014. *Estimasi Kurva Regresi Nonparametrik Multivariabel Untuk Data Longitudinal Dengan Pendekatan Spline Aplikasi Pada Rata-Rata Jumlah Anak Lahir Hidup di Provinsi Jawa Timur.* Surabaya: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Mardianto, M. F. F., 2017. *Kumpulan Karya Ilmiyah Dalam Bentuk Artikel Sebagai Bahan Penilaian Mata Kuliah Regresi Nonparametrik dan Literature Review*. Yogyakarta: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Gajah Mada.

Prahutama, A., 2013. Model Regresi Nonparametrik Dengan Pendekatan Deret Fourier Pada Kasus Tingkat Pengangguran Terbuka di Jawa Timur. *Prosiding Seminar Nasional Statistika*, p. 69.

Riskiyah, S., 2017. *Penerapan Regresi Nonparametrik Spline truncated Untuk Mengetahui Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Hasil Tangkapan Ikanlayan di Kaupaten Pamekasan*. Pamekasan: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Islam Madura .

Tjahjono, E., 2009. *Estimator Deret Fourier Terbobot Pada Regresi Nonparametrik*. Surabaya: Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Wahba, G., 1990. *Spline Models for Observational Data*. Philadelphia, Pennsylvania: University of Wisconsin at Madison.