



# Pengaruh Viskositas Terhadap Deformasi Akibat Gempa Bumi Besar (Studi Kasus: Gempa Bumi dengan Kekuatan Mw 8,5)

Erlan Sumanjaya, Rida Samdara dan Ashar Muda Lubis\*

\*corresponding author. Email: asharmudalubis@yahoo.com

Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Bengkulu, Indonesia

Diterima 15 Mei 2015; Disetujui 28 Juni 2015

**Abstrak** - Pengaruh viskositas terhadap deformasi telah dilakukan pada lapisan astenosfer dengan nilai viskositas mulai dari  $1 \times 10^{17}$  Pa·s sampai  $1 \times 10^{21}$  Pa·s. Penelitian ini bertujuan mengetahui pengaruh viskositas terhadap pola deformasi pasca gempa bumi. Penelitian ini menggunakan *grid search method*. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa nilai viskositas sebesar  $1 \times 10^{17}$  Pa·s mempunyai tingkat *subsidence* yang cukup tinggi baik secara horizontal maupun vertikal. Namun besar deformasi yang ditunjukkan berkurang seiring dengan bertambahnya nilai viskositasnya. Perlakuan diatas menunjukkan bahwa setiap nilai viskositas yang diestimasi mempunyai pola yang berbeda-beda sehingga terlihat adanya pengaruh viskositas terhadap deformasi.

**Kata Kunci:** viskositas; deformasi; *grid search method*.

## 1. Pendahuluan

Pada saat terjadi gempa bumi besar, energi potensial yang terkumpul pada zona suduksi selama bertahun-tahun hingga ratusan tahun dilepaskan serentak sehingga menimbulkan perubahan muka bumi secara tiba-tiba. Hal ini tentunya dapat menimbulkan bencana bagi kehidupan manusia [9]. Peristiwa seperti ini dapat mengakibatkan perubahan stress sampai kelapisan astenosfer. Kemudian dalam jangka waktu yang lama akan diikuti oleh deformasi *post-seismic* [8].

Penelitian deformasi *post-seismic* menjadi prioritas karena dapat memberikan informasi mengenai perubahan stress, karakteristik dari friksi dan properti material sepanjang zona subduksi. Properti material seperti kerak dan reologi mantel merupakan suatu parameter yang sangat esensial sekali untuk diketahui bagaimana bumi bereaksi ketika diberi tekanan dan proses apa saja yang berperan pada bagian dalam permukaan bumi. Terutama sekali yang perlu dilihat yaitu viskositas pada mantel. Hal itu dikarenakan viskositas mengambil peranan penting dalam mengontrol aktivitas atau dinamika pada mantel [11]. Mengingat pada bagian tersebut susunan struktur material bersifat *melting state* sehingga sangat sensitif sekali apabila terjadi gangguan.

Oleh karena pola deformasi yang terbentuk sangat dipengaruhi oleh besar viskositas pada bagian astenosfer. Sehingga perlu dilakukan penelitian bagaimana pengaruh viskositas terhadap pola deformasi pada kasus gempa bumi besar dengan kekuatan Mw 8,5.

Penelitian ini bertujuan untuk melihat pengaruh viskositas terhadap perubahan deformasi dari waktu ke waktu mengingat setiap tempat mempunyai susunan atau struktur pembentuk material yang berbeda-beda. Hasil dari penelitian ini juga dapat digunakan sebagai dasar referensi dalam penentuan viskositas yang baik pada suatu daerah disekitar zona subduksi.

## 2. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode *grid search method* dalam menentukan model untuk beberapa nilai viskositas terhadap pola deformasi. Penelitian ini mengikuti garis besar dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Membuat model struktur lapisan dengan menginput kecepatan gelombang primer, gelombang sekunder, densitas batuan dan ketebalan lapisan litosfer.
2. Menginput source model seperti *strike, slip, rake* dan *dip*.
3. Membuat estimasi viskositas mulai dari rentang dari  $1 \times 10^{17}$  Pa·s sampai  $1 \times 10^{21}$  Pa·s.

4. Menggunakan *source model* GNS Broadband dimana *source model* tersebut meliputi beberapa parameter seperti *dip*, *slip*, *rake* dan *strike*.

Untuk menghitung deformasi digunakan persamaan yang telah diungkapkan oleh [3]

Untuk lapisan elastik

$$\begin{cases} u_r^E(r, \varphi, z, t; j; \mu_1, \gamma_1) = H(t) \frac{\Delta u}{4\pi} \left[ \int_0^\infty Y_1^E(z; \xi; j; \mu_1, \gamma_1) \partial_r J(r, \varphi; \xi) d\xi + \int_0^\infty Y_1^E(z; \xi; j; \mu_1) \frac{1}{r} \partial_\varphi J'(r, \varphi; \xi) d\xi \right] \\ u_\varphi^E(r, \varphi, z, t; j; \mu_1, \gamma_1) = H(t) \frac{\Delta u}{4\pi} \left[ \int_0^\infty Y_1^E(z; \xi; j; \mu_1, \gamma_1) \frac{1}{r} \partial_\varphi J(r, \varphi; \xi) d\xi - \int_0^\infty Y_1^E(z; \xi; j; \mu_1) \partial_r J'(r, \varphi; \xi) d\xi \right] \\ u_z^E(r, \varphi, z, t; j; \mu_1, \gamma_1) = H(t) \frac{\Delta u}{4\pi} \int_0^\infty Y_2^E(z; \xi; j; \mu_1, \gamma_1) J(r, \varphi; \xi) d\xi \end{cases} \quad (1)$$

Untuk lapisan viskoelastik

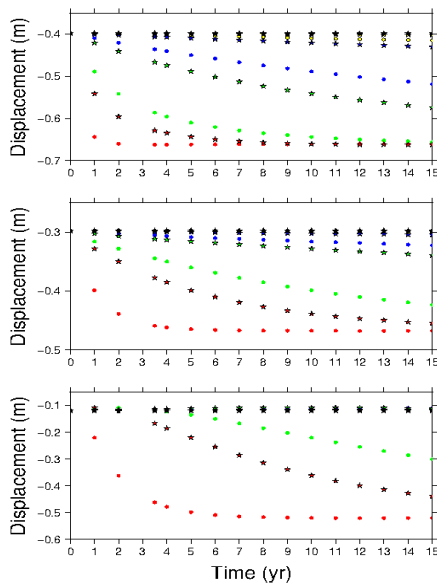
$$\begin{cases} u_r^\square(r, \varphi, z, s; j) = \frac{\Delta u}{4\pi} \left[ \int_0^\infty Y_1^\square(z, s; j) \partial_r J(r, \varphi) d\xi + \int_0^\infty Y_1^\square(z, s; j) \frac{1}{r} \partial_r J'(r, \varphi) d\xi \right] \\ u_\varphi^\square(r, \varphi, z, s; j) = \frac{\Delta u}{4\pi} \left[ \int_0^\infty Y_1^\square(z, s; j) \frac{1}{r} \partial_\varphi J(r, \varphi) d\xi - \int_0^\infty Y_1^\square(z, s; j) \partial_r J'(r, \varphi) d\xi \right] \\ u_z^\square(r, \varphi, z, s; j) = \frac{\Delta u}{4\pi} \int_0^\infty Y_2^\square(z, s; j) J(r, \varphi) d\xi \end{cases} \quad (2)$$

Dimana sudut kemiringan  $\theta$  dan *slip angle*  $\chi$ . Disini,  $H(t)$  merupakan *unit step function*. Sementara itu deformasi untuk komponen elastik  $u_i^E (i = r, \varphi, z)$  dan deformasi viskoelastik  $\tilde{u}_i (i = r, \varphi, z)$ .  $J_k(\xi r)$  merupakan fungsi Bessel dan  $Y^E$  dan  $Y'^E$  merupakan kernel matriks yang

dapat dilihat pada Lampiran 1. variasi viskositas yang digunakan. Untuk warna merah terdiri dari bentuk lingkaran dan bintang dimana lingkaran menggambarkan viskositas  $1 \times 10^{17}$  Pa·s dan bintang  $5 \times 10^{17}$  Pa·s. Sama halnya dengan warna merah, warna hijau, biru, kuning, dan hitam juga terdiri dari bentuk lingkaran dan bintang masing-masing warna tersebut secara berturut-turut menggambarkan viskositas  $1 \times 10^{18}$  Pa·s,  $5 \times 10^{18}$  Pa·s;  $1 \times 10^{19}$  Pa·s,  $5 \times 10^{19}$  Pa·s;  $1 \times 10^{20}$  Pa·s,  $5 \times 10^{20}$  Pa·s, dan  $1 \times 10^{21}$  Pa·s,  $5 \times 10^{21}$  Pa·s.

### 3. Hasil dan Pembahasan

Hasil-hasil yang diperoleh pada penelitian ini ditampilkan pada gambar 1.



Gambar 1. Time-series untuk 3 komponen. (a) komponen horizontal untuk arah  $x$  (b) komponen horizontal untuk arah  $y$ . (c) komponen vertikal. Warna merah, hijau, biru, kuning, dan hitam menggambarkan

Berdasarkan data diatas dapat dilihat bahwa untuk setiap viskositas yang diestimasi memiliki besar deformasi yang berbeda-beda baik secara horizontal maupun vertikal. Untuk secara horizontal pada komponen  $x$  hampir semua estimasi bergerak kearah barat dengan besar deformasi yang berbeda-beda antara viskositas satu dengan viskositas yang lainnya.

Sedangkan untuk deformasi secara horizontal dalam komponen  $y$  hampir semua estimasi bergerak kearah selatan walaupun sebenarnya ada yang bergerak kearah utara dengan viskositas  $\geq 5 \times 10^{20}$  Pa·s namun deformasi yang dihasilkan sangat kecil sekali sehingga

besar pergeserannya hampir tidak kelihatan. Adapun deformasi untuk secara vertikal yang menandakan naik atau turunnya permukaan tanah dapat diketahui bahwa viskositas  $1 \times 10^{17}$  Pa·s -  $1 \times 10^{18}$  Pa·s bergerak turun dengan tajam sekali namun tampak berbeda halnya dengan viskositas  $\geq 5 \times 10^{18}$  Pa·s, deformasi yang dihasilkan bergerak naik tetapi pergerakan naiknya kecil sekali sehingga hampir tidak kelihatan pergerakannya.

Melihat kenyataan tersebut dapat diamati bahwa betapa sensitifnya nilai viskositas terhadap pola deformasi. Banyak penelitian mengenai deformasi *post-seismic* yang memperlihatkan bahwa setiap tempat itu berbeda karena dipengaruhi oleh susunan atau struktur pembentuk material bawah permukaan dan sebagai fungsi tektonik pada lingkungan tersebut seperti [13,4,3,16,5,7,8]. Sebagai tambahan, *laboratory experiment* telah mendemonstrasikan bahwa viskositas dari batuan lapisan litosfer maupun astenosfer bergantung pada *grand size*, *strain rate*, temperatur, susunan litosfer atau astenosfer ketika material tersebut terkena *stress*, *hydrous condition* (*water saturation*). Secara langsung [10] telah memberikan tanggapan bahwa *water diffusion* dapat membuat mantel atau kerak bumi saat gempa bumi akan terjadi dilatasi atau kompresi untuk kasus gempa bumi Sumatera, namun mereka belum memberikan solusi pada proses yang mereka jelaskan. Secara umum kehadiran air pada kerak dan mantel bumi merupakan reologi yang dapat mengurangi viskositas [1].

Oleh karena itu, dibutuhkan karakteristik viskositas. Suatu metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu *grid search method* untuk melihat pengaruh terhadap deformasi. Hasil dari penelitian ini secara luas sesuai dengan reologi pada daerah lain seperti wilayah zona subduksi Sumatera yang terkait dengan gempa bumi besar yang terjadi di wilayah Sumatera-Andaman tahun 2004 dan gempa bumi Nias tahun 2005. Sebagai contoh, [15,16] menggunakan data GPS untuk melihat pola deformasi *post-seismic* sehingga dapat menjelaskan *viscoelastic relaxation* yang berhubungan dengan gempa bumi besar Sumatera-Andaman tahun 2004 dan gempa bumi Nias tahun 2005. Mereka menemukan viskositas yang terbaik untuk keadaan *steady-state* sebesar  $1 \times 10^{19}$  Pa·s dan  $5 \times 10^{17}$  Pa·s untuk bagian *transient viscosity*. Viskositas  $1 \times 10^{19}$  Pa·s juga ditemukan oleh [3] dimana

mereka menggunakan *uniform slip* pada daerah zona subduksi. Viskositas  $5 \times 10^{17}$  Pa·s juga diperoleh oleh [12] dengan menginvestigasi deformasi *post-seismic* menggunakan data GPS di Pulau Andaman.

Sebagai tambahan pengamatan deformasi menggunakan data *Gravity recovery and climate experiment* (GRACE) yang dihubungkan dengan gempa bumi besar pada daerah Sumatera-Andaman tahun 2004 dan didapat viskositas yang baik yaitu  $5 \times 10^{17}$  dan  $1 \times 10^{18}$  Pa·s [10,6]. Sebuah kombinasi dalam mengamati deformasi *post-seismic* dengan menggunakan data GPS dan GRACE memberikan nilai viskositas  $8 \times 10^{18}$  Pa·s pada kasus gempa bumi gempa bumi Sumatera-Andaman [11]. Sebuah penelitian mengenai distribusi *afterslip* menggunakan media poroelastik dan viskoelastik untuk mengamati pola deformasi *post-seismic* [8]. Mereka menemukan viskositas untuk wilayah Sumatera bagian Selatan sebesar  $2,5 \times 10^{18}$  Pa·s. Melihat kenyataan bahwa penelitian untuk kasus di daerah Sumatera saja viskositas yang ditemukan cukup bervariasi sehingga dapat menggambarkan betapa esensialnya viskositas dalam mempengaruhi pola deformasi yang diakibatkan oleh gempa bumi besar

#### 4. Kesimpulan

Berdasarkan analisis pengaruh viskositas terhadap deformasi maka dapat dilihat bahwa viskositas merupakan salah satu parameter yang sangat menentukan dalam pola deformasi. Hal ini ditandai dengan apabila viskositasnya diganti-ganti maka pola dan besar deformasi yang dihasilkan juga ikut berubah secara signifikan

#### Ucapan Terima Kasih

Ucapan terima kasih kami sampaikan kepada pimpinan Kemenristek Dikti atas dukungan dan telah membantu kelancaran pelaksanaan kegiatan penelitian ini. Kegiatan ini didanai Penelitian Hibah Bersaing Tahun 2016 dengan Nomor Kontrak 044/SP2H/LT/DRPM/II/2016.

**Daftar Pustaka**

- [1] Burgmann, R., dan Dressen, G., 2008. *Rheology of the lower crust and upper mantle: evidence from rock mechanics, geodesy and field observations*, *Annu. Rev Earth Planet. Sci.*, 36, 531-67, doi: 10.1146/annurev.earth.36.031207.124326
- [2] Briggs, R.W., Sieh, K., Meltzner, A.J., Natawidjaja, D.H., Galetzka, J., Suwargadi, B., Hsu, Y., Simons, M., Hananto, N., Suprihanto, I., Prayudi, D., Avouac, J.P., Prawirdirdjo, L., Bock, L., 2006. *Deformation and slip along the sunda megathrust in the great 2005 Nias-Simeulue earthquake*. *Science*, 311(5769),1897-1901, doi:10.1126/science.1122602.
- [3] Fukahata, Y., dan Matsu'ura, M., 2006. *Quasi-static intrnal deformation due to a dislocation source in a multilayered elastic/viscoelastic half-space and equivalence theorem*. *Geophys. J. Int*, 166, 418-433. doi: 10.1111/j.1365-246X.2006.02921.x.
- [4] Gourmelen, N. dan Amelung, F., 2005. *Postseismic mantle relaxation in the Central Nevada seismic belt*, *Science*, 310(5753), 1473-1476, doi: 10.1126/science.1119798.
- [5] Hammond, W.C., Kreemer, C. Dan Blewit, G., 2009. *Geodetic constraints on contemporary deformation in the northern Walker Lane: 3, Central Nevada Seismic Belt postseismic relaxation*, *Geol. Soc. Am. Spec. Pap.*, 447, 33-54, doi: 10.1130/2009.2447(3).
- [6] Han, S.C., Sauber, J., Lutckhe, S.B., Ji, C., Pollitz, F.F., 2008. *Implications of postseismic gravity change following the great 2004 Sumatera-Andaman earthquake from the regional harmonic analysis of GRACE intersatellite tracking data*, *J. Geophys. Res.*, 113, B11413, doi: 10.1029/2008JB005705.
- [7] Jhonson, K.M., Burgmann, R. dan Freymuller, J.T., 2009. *Coupled afterslip and viscoelastic flow following the 2002 Denali fault, Alaska earthquake*, *Geophys. J. Int.*, 176(3), 670-682, doi: 10.1111/j.1365-246X.2008.04029.x.
- [8] Lubis. A.M., Hashima, A. Dan Sato, T., 2013. *Analysis of afterslip distribution following the 2007 September Southern Sumatera earthquake using poroelastic and viscoelastic media*. *Geophys. J. Int.*, 192,18-37. doi: 10.1093/gji/ggs020.
- [9] Natawidjaja, D.H., Sieh, K., Galetzka, J., Suwargadi, B.W., Cheng, H., Edward, R.L., Chlieh, M., 2006. *Source parameters of the great Sumateran megatheust earthquakes of 1797 and 1833 inferred from coral microatolls*, *J. Geophys. Res.*, 111, B06403, doi:10.01029/02005JB004025.
- [10] Ogawa, R dan Heki, K., 2007. *Slow postseismic recovery of geoid depression formed by the 2004 Sumatera-Andaman earthquake by mantle water diffusion*, *Geophys. Res. Lett.*, 34, L06313, doi:10.1029/2007GL029340.
- [11] Panet, I., Pollitz, F.F., Mikhailov, V., Diament, M., Banerjee, P. dan Grijalva, K., 2010. *Upper mantle rheology from GRACE dan GPS postseismic deformation after the 2004 Sumatera-Andaman earthquake*, *Geochem., Geophys., Geosyst.*, 11, Q06008, doi: 10.1029/2009GC002905.
- [12] Paul, J., Lowry, A.R., Bilham, R., Sen., S dan Smalley, R.Jr., 2007. *Postseismic deformation of the Andaman Island following the 26 December 2004 great Sumatera-Andaman earthquake*, *Geophys. Res. Lett*, 34, L19309, doi: 10.1029/2007GL031024.
- [13] Pollitz, F.F., Peltzer, G dan Burgmann, R., 2000. *Mobility of continental mantle: evidence from post-seismic geodetic observations following the 1992 Lander earthquake*, *J. Geophys. Res*, 105(B4), 8035-8054, doi: 10.1029/1999JB900380.
- [14] Pollitz, F.F., Burgmann, R dan Banerjee, P., 2006. *Post-seismic relaxation following the great 2004 Sumatera-Andaman earthquake on a compressible self-gravitating Earth*, *Geophys. J. Int.*, 167(1), 397-420, doi: 10.1111/j.1365-246X.2006.03666.x.
- [15] Pollitz, F.F., Banerjee, P., Grijalva, K., Nagarajan, B dan Burgmann, R., 2008. *Effect of 3-D viscoelastic structure on post-seismic relaxation from the 2004  $M_w = 9,2$  Sumatera earthquake*, *Geophys. J. Int.*, 173(1), 189-204, doi: 10.1111/j.1365-246X.2007.03666.x.
- [16] Ryder, I., Parsons, B., Wright, T.J., dan Funning, G.J., 2007. *Post-seismic motion following the 1997 Manyi(Tibet) earthquake: Insar observations and modelling*, *Geophys. J. Int.*, 169(3), 1009-1027, doi: 10.1111/j.1365246X.2006.03312x

### Lampiran 1

Pers. (1) yang telah diungkapkan oleh [3] dapat diketahui bahwa huruf E yang ditulis diatas menunjukkan jumlah penyelesaian elastik terkait.  $J$  dan  $J'$  yang tidak bergantung- $z$  dapat didefinisikan sebagai:

$$J(r, \varphi; \xi) = \begin{pmatrix} a_0(\varphi)J_0(\xi r) \\ a_1(\varphi)J_1(\xi r) \\ a_2(\varphi)J_2(\xi r) \end{pmatrix}, J'(r, \varphi; \xi) = \partial_\varphi \begin{pmatrix} a_1(\varphi)J_1(\xi r) \\ a_2(\varphi)J_2(\xi r) \end{pmatrix} \tag{3}$$

dengan

$$\begin{cases} a_0(\varphi) = \frac{1}{4} \sin \chi \sin 2\theta \\ a_1(\varphi) = -\sin \chi \cos 2\theta \sin \varphi + \cos \chi \cos \theta \cos \varphi \\ a_2(\varphi) = \frac{1}{4} \sin \chi \sin 2\theta \cos 2\varphi + \frac{1}{2} \cos \chi \sin \theta \sin 2\varphi \end{cases} \tag{4}$$

disini,  $J_k(\xi r)$  merupakan fungsi Bessel dalam  $k$ .  $Y_k^E(k = 1,2,3,4)$  dan  $Y_k'^E(k = 1,2)$  merupakan *kernel vectors* yang bergantung- $z$  dengan mengubah  $4 \times 3$  dan  $2 \times 2$  perubahan matriks  $Y^E$  dan  $Y'^E$ , masing-masing menjadi:

$$Y^E(z; j; \mu_1, \gamma_1) = \begin{pmatrix} Y_1^E(z; j; \mu_1, \gamma_1) \\ Y_2^E(z; j; \mu_1, \gamma_1) \\ Y_3^E(z; j; \mu_1, \gamma_1) \\ Y_4^E(z; j; \mu_1, \gamma_1) \end{pmatrix}, Y'^E(z; j; \mu_1, \gamma_1) = \begin{pmatrix} Y_1'^E(z; j; \mu_1, \gamma_1) \\ Y_2'^E(z; j; \mu_1, \gamma_1) \end{pmatrix} \tag{5}$$

Selanjutnya faktor  $\xi$  dihilangkan agar menjadi lebih sederhana. Untuk memperoleh matriks deformasi seperti ini digunakan *downgoing algorithm* untuk  $z < d$  dan *upgoing algorithm* untuk  $z > d$  untuk menekan ketidakstabilan. Kemudian, matriks deformasi dapat diungkapkan sehingga membentuk:

$$\begin{cases} Y^E(z; j; \mu_1, \gamma_1) = \exp(-q\xi) s_{jm}(z; \mu_1, \gamma_1) + \delta_{nj} \delta_{nm} \exp(-|z-d|\xi) Y^s(z; \gamma_n) \\ Y'^E(z; j; \mu_1) = \exp(-q\xi) s'_{jm}(z; \mu_1) + \delta_{nj} \delta_{nm} \exp(-|z-d|\xi) Y'^s(z) \end{cases} \tag{6}$$

dengan

$$q = \begin{cases} |z-d| & (j \neq n) \text{ atau } (m \neq n) \\ z+d-2H_{n-1} & (j = m = n) \end{cases} \tag{7}$$

Dimana  $\delta_{nj}$  dan  $\delta_{nm}$  sebagai *Kronecker delta*.

Berdasarkan pers.(2) diketahui bahwa:

$$\begin{cases} Y_k^\square(z, s; j) = \frac{1}{s} Y_k^E(z; j; \mu_1, \gamma_1) & (k = 1, 2, 3, 4) \\ Y_k'^\square(z, s; j) = \frac{1}{s} Y_k'^E(z; j; \mu_1) & (1, 2) \end{cases} \tag{8}$$

dengan

$$\gamma(s) = \frac{\gamma_l s + k_l}{s + k_l} \tag{9}$$

dan

$$k_l = \frac{4\gamma_l - 1}{3\tau_l} \tag{10}$$

Disini, dapat diasumsikan lapisan *ke-j* merupakan elastik. Diperlihatkan pada bagian selanjutnya,  $Y_k^E(z; j; \hat{\mu}_l, \hat{\gamma}_l)$  dan  $Y_k'^E(z; \hat{\mu}_l, \hat{\gamma}_l)$  dalam pers. (2.14) dapat diungkapkan sebagai fungsi rasional dari tranformasi Laplace dengan variabel dalam domain *s* pada bentuk berikut:

$$Y_k^{(j)E}(z; j; \hat{\mu}_l, \hat{\gamma}_l) = \frac{\sum_{i=0}^M a^{(i)} s^i}{\sum_{i=0}^M b^{(i)} s^i} \tag{11}$$

dengan

$$\frac{a^{(M)}}{b^{(M)}} = Y_k^{(j)E}(z; j; \hat{\mu}_l, \hat{\gamma}_l) \tag{12}$$

Disini, perlu diketahui bahwa sebenarnya  $Y_k'^E$  tidak bergantung pada  $\hat{\gamma}_l$ , sehingga derajat *M* dari polinomial  $Y_k'^E$  berbeda dengan  $Y_k^E$ . Ketika sumber diletakkan pada lapisan elastik yang terletak di atas lapisan viskoelastik *half-space*, sebagai contohnya, derajat *M* pada polinomial tiga untuk  $Y_k^E$  dan satu untuk  $Y_k'^E$ . Setelah diberikan ungkapan eksplisit pada fungsi rasionalnya maka dapat diperoleh penyelesaian viskoelastik dalam domain waktu sehingga pers. (8) dapat ditulis ulang menjadi:

$$Y_k^{(j)E}(z, s; j) = \frac{1}{s} Y_k^{(j)E}(z; j; \mu_l; \gamma_l) - \sum_{i=1}^M c_i \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s - d_i} \right) \tag{13}$$

dimana

$$c_i = \frac{1}{b^{(m)} d_i} \prod_{l=1(l \neq i)}^M \frac{1}{(d_i - d_l)} \sum_{l=0}^M a^{(l)} d_i^l \tag{14}$$

dan  $d_i$  merupakan akar-akar dari pers. aljabar  $\sum_{i=0}^M b^{(i)} s^i = 0$ , yang selalu bernilai negatif. Operasi dari invers transformasi Laplace pada  $\tilde{Y}_k^{(j)}$  diperoleh:

$$Y_k^{(j)}(z, t; j) = H(t) \left[ Y_k^{(j)E}(z; j; \mu_l, \gamma_l) - \sum_{i=1}^M c_i \{1 - \exp(d_i t)\} \right] \tag{15}$$

dengan mengganti  $\tilde{Y}_k^{(j)}$  ke dalam pers. (2) dan  $Y_k^{(j)}$  ke dalam pers. (15) maka diperoleh komponen deformasi viskoelastik  $u_i (i = r, \varphi, z)$  dalam domain waktu.