Vol. 4, No. 1 – April 2019
ISSN: 2503-5274(p), 2657-1900(e)

Jurnal Fisika
Fisika Sains dan Aplikasinya

# ANALISA KOMPUTASI PERGERAKAN ORBIT BUMI TERHADAP MATAHARI BERDASARKAN HUKUM KEPLER MEMANFAATKAN WOLFRAM MATHEMATICA

***Leonia M.F.B. Da Silva, Ali Warsito, Andreas Ch. Louk***
*Fisika, Fakultas Sains dan Teknik, Universitas Nusa Cendana,*
*Maulafa, Kota Kupang, Kode Pos 85141, Indonesia*
*E-mail: leoniadasilva1008@gmail.com*

## Abstrak

*Sebuah simulasi yang menggambarkan lintasan orbit benda langit telah dilakukan dengan menggunakan Wolfram Mathematica versi 10.3. Penyelesaian persamaan diferensial dalam kasus orbit bumi terhadap matahari yang bergerak mengikuti gerak elipsoidal diselesaikan dengan persamaan Euler-Lagrange. Penelitian ini bertujuan untuk membuktikan hukum Kepler II dalam kasus orbit benda langit berbentuk elips yang meliputi kecepatan dan posisi setiap saat. Dari hasil simulasi metode Euler yang telah dilakukan dapat dilihat pada notebook mathematica berupa grafik orbit bumi berbentuk elips pada setiap percepatan saat nilai $\dot{v}_y = 1{,}25\ m/s^2$, sehingga dapat dikatakan memenuhi hukum Kepler I. Dari simulasi ini juga diperoleh nilai eksentrisitas (ε) sebesar 0,562437, energi total (E) sebesar -0,21875 kg $m^2/s^2$ dan -0.218758 kg $m^2/s^2$ dan nilai periode (T) sebesar 21,7112 s dan 21,7114 s.*

**Kata Kunci**: *orbit, simulasi gerak elipsoidal, Euler-Lagrange, Hukum Kepler.*

## Abstract

*A simulation that describes the trajectory of the orbit of a celestial bodies has been done by using Wolfram Mathematica software version 10.3. differential equations in the case of the earth's orbit around the Sun that moves along the ellipsoidal are solved by the Euler-Lagrange equation. This research aimed to proved the law of Kepler II in the case of the orbit an elliptical celestial bodies which includes velocity and position at any time. From the results of the Euler method simulation that has been carried out, it can be seen on the Mathematica notebook in the form of graphs of earth's elliptical orbit trajectories in each acceleration when the value of $\dot{v}_y = 1{,}25\ m/s^2$, so that it can be said to fulfill Kepler's I law. From this simulation also obtained the value of eccentricity (ε) : 0,562437, total energy (E) : -0,21875 kg $m^2/s^2$ and E: -0,218758 kg $m^2/s^2$ and value of period (T) : 21,7112 s and T: 21,7114 s.*

**Keywords:** *orbit, Ellipsoidal motion simulation, Euler-Lagrange, Kepler's Law.*

## PENDAHULUAN

Orang-orang zaman dahulu menganut teori geosentris dimana bumi merupakan pusat alam semesta. Namun seiring berjalannya waktu dan berkembangnya ilmu pengetahuan dan teknologi barulah diketahui bahwa bumi dan planet-planet lainnya bergerak mengitari matahari [1].

Awal perkembangan ilmu astronomi di mulai pada tahun 140 SM, muncul teori tentang benda langit yang bergerak melingkari sebuah titik, dan lintasan benda ini disebut lingkaran (*epicycle*). Teori ini dikemukakan oleh seorang astronom bernama Claudius Ptolomeus yang berasal dari Alexandria di Mesir. Nicolaus Copernicus (1473 – 1543) pada abad ke-15, muncul dengan teorinya tentang tata surya yaitu semua benda langit termasuk bumi, bergerak mengitari matahari dalam orbit yang berbentuk lingkaran atau disebut model heliosentris [2–4].

Seorang matematikawan yang juga merupakan seorang astronom Jerman bernama Johannes Kepler (1571 – 1630), muncul dengan merumuskan tiga hukum-hukumnya secara empiris didasarkan pada data hasil pengamatan yang dilakukan bersama Tycho Brahe seorang astronom dari Denmark dengan menggunakan hipotesis teori Heliosentris Copernicus [5]. Penjelasan ketiga hukum ini

Jurnal Fisika
Fisika Sains dan Aplikasinya

yaitu hukum pertama Kepler mengatakan mengenai apa bentuk orbit planet dan posisi matahari. Hukum kedua Kepler menyatakan bagaimana kecepatan sudut planet di orbit bervariasi dengan jaraknya dari matahari. Hukum ketiga Kepler berkaitan dengan ukuran yang berbeda dari orbit dalam sistem untuk periode revolusi planet-planet di orbit [6].
Pada abad ke-17 Newton berhasil memberikan penjelasan fisis terhadap hukum Kepler yang diturunkan secara empiris. Dalam hukum gravitasi, Newton memperoleh persamaan irisan kerucut. Suatu irisan kerucut dapat berupa lingkaran, elips, parabola, atau hiperbola. Karena elips adalah juga salah satu bentuk irisan kerucut, hasil ini membuktikan kebenaran hukum Kepler tentang bentuk orbit planet-planet mengitari Matahari. Dengan kata lain, Newton mampu menunjukkan, hukum Kepler merupakan akibat dari hukum gravitasi, dimana hukum gravitasi Newton menyatakan bahwa gaya gravitasi antara dua benda bermassa sebanding dengan hasil kali massa kedua benda dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak antara kedua benda tersebut. Matahari dan planet-planet yang mengitarinya memiliki massa yang berbeda-beda, sehingga matahari dan juga planet-planet mengalami tarik menarik satu sama yang lain [7].

Berdasarkan kajian latar belakang yang dibahas diatas, pergerakan orbit benda langit akan lebih mudah dipelajari melalui suatu simulasi yang dapat memberikan gambaran secara visual. Pembuatan simulasi ini telah banyak dilakukan untuk menunjang pemahaman konsep terkait pergerakan orbit benda langit yang bergerak mengikuti gerak elipsoidal, sehingga penulis terdorong mengerjakan penelitian dengan judul **"Analisa Komputasi Pergerakan Orbit Bumi Terhadap Matahari Berdasarkan Hukum Kepler Dengan Memanfaatkan Wolfram Mathematica".**

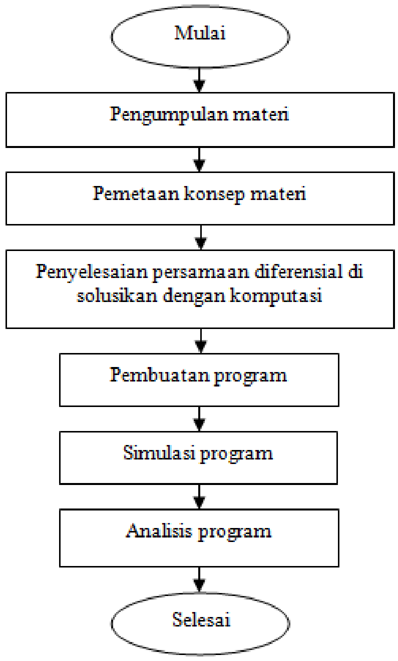
## METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan di Laboratorium Fisika, Fakultas Sains dan Teknik, Universitas Nusa Cendana dan Pemukiman Masyarakat. Waktu penelitian yaitu mulai dari bulan Desember 2017 sampai bulan Desember 2018. Alat dan Bahan yang akan digunakan dalam penelitian ini yaitu sebuah perangkat keras komputer dan software yang digunakan adalah Wolfram Mathematica 10.3.

### Prosedur Penelitian

Untuk memperoleh hasil penelitian yang akurat dalam penelitian ini, maka dilakukan beberapa tahapan proses penelitian yaitu sebagai berikut:

### Metode pelaksanaan




Gambar 1 Langkah-langkah Penelitian

### Penyelesaian dengan Metode Euler-Lagrange

Euler-Lagrange merupakan salah satu metode untuk menghasilan model *dynamic* pada sistem mekanik [8,9]. Metode Euler Lagrange pernah digunakan dalam penelitian tentang pemodelan hidrodinamik dan turbulensi pada sebuah bubble column [10].

Persamaan energi kinetik adalah:

$$T = \frac{1}{2}mv^2 \tag{1}$$

Dimana nilai $v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2$ pada persamaan (1), Persamaan potensial gravitasi adalah:

$$V(r) = -\frac{GMm}{r}$$

Dengan r merupakan jarak antara benda bermassa ke suatu titik $(x, y)$ dimana nilai

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Persamaan gerak bumi mengelilingi matahari dapat dirumuskan dengan menggunakan Lagrangian sebagai berikut:

$$L = T - V = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{GMm}{r}$$
$$L = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{GMm}{\sqrt{x^2 + y^2}} \qquad (2)$$

Persamaan umum Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = 0 \qquad (3)$$

Persamaan Euler-Lagrange untuk kasus ini dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} = 0$$
$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial L}{\partial y} = 0$$

dari persamaan ini diperoleh:
Diasumsikan massa orbit diabaikan maka persamaan menjadi:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{-x}{\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)^3} \qquad (4)$$
$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{-y}{\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)^3} \qquad (5)$$

Kemudian persamaan (4) dan (5) diubah ke persamaan diferensial orde pertama sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = v_x \qquad (i)$$
$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{-x}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \qquad (ii)$$
$$\frac{dy}{dt} = v_y \qquad (iii)$$
$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{-y}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \qquad (iv)$$

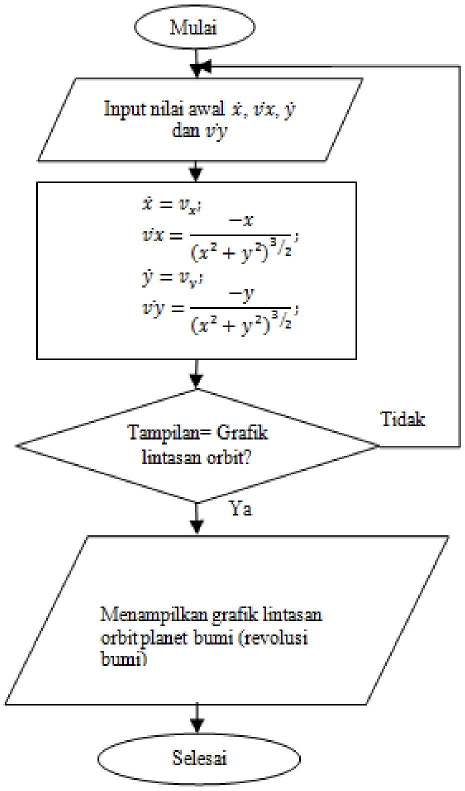
**Perancangan Program**

Simulasi pergerakan orbit bumi terhadap matahari menggunakan bahasa pemrograman Wolfram Mathematica 10.3. Wolfram Mathematica merupakan perangkat lunak komputasi matematik simbolik yang menyediakan dukungan mendalam pada pemrosesan dan analisis citra. Keunggulan perangkat lunak ini adalah ia menggunakan bahasa Wolfram Language yang telah dikenal luas sebagai bahasa pemrograman yang relatif sederhana dan mudah dipahami [11–13]

Adapun proses perancangan program penelitian ini dirancang melalui tahapan-tahapan sebagai berikut:

a. Perancangan diagram alir (*flowchart*) dan algoritma simulasi penyelesaian persamaan pergerakan orbit bumi terhadap matahari dengan metode Euler-Lagrange.
b. Pembuatan program berdasarkan rancangan diagram alir dan algoritma dengan mengunakan Wolfram Mathematica 10.3.

**Perancangan Diagram Alir (*Flowchart*)**

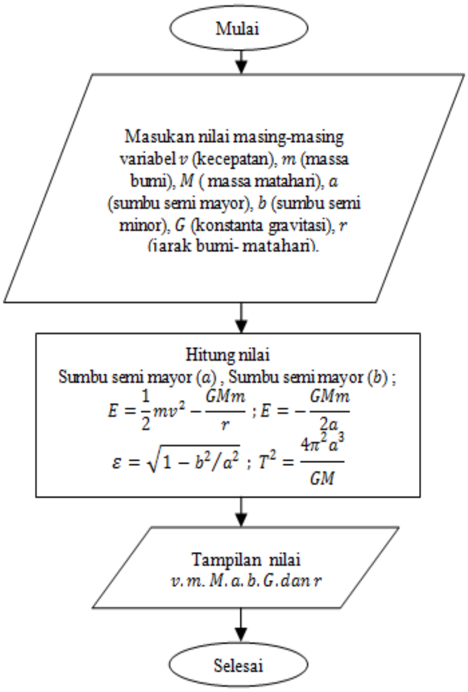



Gambar 2. *Flowchart* Metode Euler Lagrange

Penjelasan Gambar 2:

a. Input Nilai
Program dimulai dengan memberikan data-data input terlebih dahulu.
Nilai-nilai yang diinput pada simulasi ini yaitu kecepatan awal dan percepatan awal $\dot{x}_{(t)}$, $\dot{v}x_{(t)}$, $\dot{y}_{(t)}$ dan $\dot{v}y_{(t)}$.
b. Pendefinisian variabel-variabel metode Euler-Lagrange
Variabel-variabel metode Euler-Lagrange didefenisikan sesuai dengan persamaan pada *flowchart* blok II.
c. Membaca pemilihan tampilan
Program membaca pemilihan tampilan yang diinginkan, jika tampilan yang diinginkan adalah grafik lintasan orbit planet bumi (revolusi bumi), maka plot yang di tampilkan adalah plot kecepatan dan percepatan seperti yang diharapkan.

Apabila tampilan grafik tidak sesuai yang diinginkan maka program akan diulang.




Gambar 3 *Flowchart* Metode Analitik

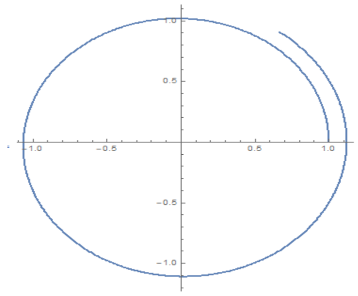
Penjelasan Gambar 3:

a. Input Variabel
Program dimulai dengan memberikan input variabel terlebih dahulu. Variabel-variabel yang diinput yaitu variabel $v$ (kecepatan), $m$ (massa bumi), $M$ ( massa matahari), $a$ (sumbu semi mayor), $b$ (sumbu semi minor), $G$ (konstanta gravitasi), $r$ (jarak bumi-matahari).

b. Menghitung nilai
Program kemudian menghitung nilai sumbu semi mayor $(a)$ , sumbu semi mayor $(b)$, energi total planet bumi $(E)$, eksentrisitas $(\varepsilon)$, dan periode $(T)$ lalu ditampilkan.

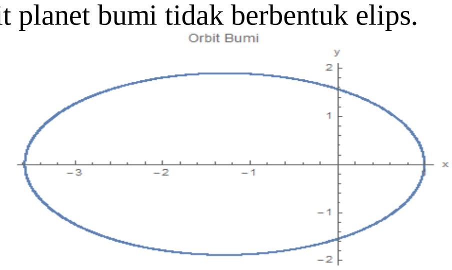
## HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam penelitian ini pergerakan orbit Bumi terhadap Matahari diselesaikan dengan menggunakan metode komputasi yakni metode Euler-Lagrange. Dalam penelitian ini masalah yang dikaji yaitu posisi dan kecepatan lintasan bumi terhadap matahari setiap saat, menggambarkan lintasan benda langit, eksentrisitas dan periode dari planet bumi, energi total dari planet bumi, dan obyek ruang angkasa di orbit bumi dapat melepaskan diri dari sistem tata surya. Satuan yang digunakan untuk menggambarkan lintasan orbit bumi yaitu Satuan Internasional (SI) untuk mempermudah perhitungan. Gambar 4 dibawah ini menampilkan hasil pengujian simulasi dengan menggunakan metode Euler-Lagrange, dimana terlebih dahulu sudah ditentukan nilai kecepatan dan percepatan awal dalam arah $x$ dan $y$ yang digunakan yaitu $\dot{x} = 1\ m/s$, $\dot{v}_x = 0$, $\dot{y} = 0$, dan $\dot{v}_y = 1\ m/s^2$. Nilai awal yang ditentukan apabila saat keadaan pada sumbu $x$ bernilai 1 untuk menghasilkan orbit elips maka percepatan dalam arah $y$ bernilai 1.



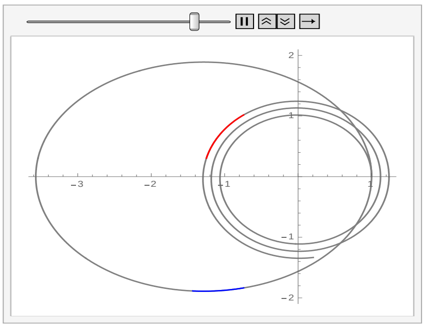
Gambar 4 Grafik kecepatan dan percepatan lintasan orbit planet bumi

Pada tampilan hasil simulasi dapat dilihat bahwa orbit bumi yang diperoleh tidak menutup dan malah berbentuk spiral ditandai dengan terlihatnya pergesaran yang terjadi pada sumbu $x$ dan akan terjadi pengulangan apabila waktunya diperbesar menjadi 2200 sekon. Hal ini menunjukkan ketidaksesuaian dengan Hukum Kepler I karena bentuk lintasan orbit planet bumi tidak berbentuk elips.




Gambar 5. Grafik lintasan dari orbit planet bumi

Sama seperti sebelumnya namun diubah parameter percepatan gerak bumi mengelilingi matahari dalam arah $y$ (m/s$^2$) menampilkan grafik lintasan dari orbit planet bumi terhadap matahari seperti berikut yaitu yaitu $\dot{x} = 1\ m/s$, $\dot{v}_x = 0$, $\dot{y} = 0$, dan $\dot{v}_y = 1{,}25\ m/s^2$. Hasil simulasi yang diperoleh yaitu grafik lintasan dari orbit planet berbentuk elips yaitu dapat dilihat dari jaraknya yang tidak sama (sinkron) pada setiap posisi, sehingga dapat dikatakan memenuhi Hukum Kepler I.

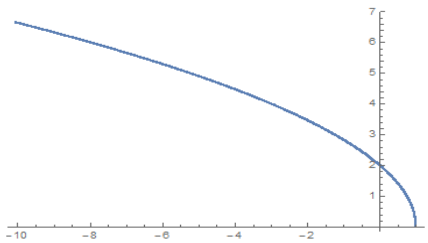


Gambar 6. Animasi orbit bumi pada plot grafik yang sama

Dari animasi ini dapat dilihat bahwa ada garis yang lebih panjang saat mendekati matahari dan ada yang lebih pendek saat menjauhi matahari yang artinya semakin dekat jarak bumi dari matahari maka kecepatannya semakin tinggi, begitu pula semakin jauh jarak bumi dari matahari maka kecepatannya akan semakin rendah. Oleh karena itu, kecepatan bumi di titik *perihelion* lebih besar dari titik *aphelion*.

Dalam menentukan nilai eksentrisitas, periode dan energi total maka terlebih dahulu harus diketahui nilai sumbu semi mayor $(a)$ dan sumbu semi minor $(b)$. Nilai tersebut diperoleh dengan fungsi posisi terhadap kecepatan bila kecepatan pada arah $x$ dan $y$ adalah nol. Nilai sumbu semi mayor yang diperoleh adalah $a = 2{,}28563$ m dan nilai sumbu semi minor adalah $b = 1{,}88985$ m. Untuk mendapatkan hasil demikian yaitu dengan menggunakan fungsi interpolasi data yang bertujuan untuk menentukan nilai pendekatan terhadap fungsi aslinya pada titik diantara data yang telah diketahui yaitu titik $(x_0, Vx_0)$ dan $(y_0, Vy_0)$. Energi total dapat dihitung apabila diketahui kecepatan pada awalnya yaitu sebesar 1,25 kali dari kecepatan awal bumi, sehingga energi total dengan yang diperoleh sebesar $E = -0{,}21875\ \mathrm{kg\ m^2/s^2}$ dan sebesar $E = -0{,}218758\ \mathrm{kg\ m^2/s^2}$, jadi perbandingan energi yang diperoleh dengan rumus pertama dan kedua tidak jauh berbeda. Tanda negatif pada nilai energi total yang dihasilkan tersebut mengisyaratkan bahwa planet terikat kuat oleh matahari dan tidak akan keluar dari lintasan orbit apabila tidak ada energi luar yang masuk ke planet. Nilai eksentrisitas diperoleh dari $\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$ sehingga nilai eksentrisitas yang didapatkan sebesar $\varepsilon = 0.562437$. Nilai eksentrisitas tersebut menandakan bahwa ketika terjadi perubahan jarak antara bumi-matahari ketika revolusi terjadi. Perubahan jarak antara bumi-matahari tersebut menyebabkan munculnya titik terdekat bumi dengan matahari (*perihelion*), dan titik terjauh bumi ke matahari (*aphelion*). Dilihat dari nilai eksentrisitas yang diperoleh maka dapat disimpulkan bahwa lintasan orbit bumi mengelilingi matahari berupa elips. Untuk mencari periode $(T)$ maka kecepatan dalam arah $x$ adalah nol. Periode planet bumi yang didapatkan adalah $T = 21{,}7114\ tahun$.

Sebuah obyek ruang angkasa dapat meloloskan atau melepaskan diri dari sistem tata surya maka akumulasi energi kinetik $(EK)$ dan energi potensial $(EP)$ harus bernilai nol atau dengan kata lain nilai energi kinetik dan energi potensial adalah sama. Untuk memberikan energi total nol maka perlu kecepatan awal bernilai nol. Maka akan diperoleh hasil simulasi seperti pada Gambar 7.




Gambar 7. Grafik kecepatan planet meloloskan diri dari sistem tata surya

Grafik diatas menjelaskan apabila sebuah obyek ruang angkasa atau satelit meloloskan diri secara total dari gravitasi bumi jika kecepatannya diperbesar $\sqrt{2}$ kalinya (1,4142135624) maka satelit tersebut dapat meloloskan diri dari tarikan gravitasi bumi sehingga disebut sebagai kecepatan lolos.

## KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Kecepatan dan percepatan lintasan orbit bumi terhadap matahari mengalami perubahan secara periodik. Dengan lintasan elips, maka jarak planet bumi ke

matahari tidaklah tetap, demikian juga dengan kecepatan orbit planet bumi dalam lintasannya tidak konstan.
2. Metode Euler-Lagrange yang digunakan untuk menganalisis gambaran lintasan orbit bumi terhadap matahari yaitu lintasan dari orbit planet berbentuk elips yaitu dapat dilihat dari jaraknya yang tidak sama (sinkron) pada setiap posisi.
3. Berdasarkan hasil perhitungan nilai eksentrisitas yang diperoleh sebesar $\varepsilon = 0{,}562437$ dan periode planet bumi sebesar $T = 21{,}7114\ s$.
4. Hasil perhitungan dari energi total planet bumi yaitu sebesar $E = -0{,}21875\ \mathrm{kg\ m^2}/s^2$ dan $E = -0{,}218758\ \mathrm{kg\ m^2}/s^2$.
5. Sebuah obyek ruang angkasa atau satelit meloloskan diri secara total dari gravitasi bumi jika kecepatannya diperbesar $\sqrt{2}$ kalinya (1,4142135624) maka satelit tersebut dapat meloloskan diri dari tarikan gravitasi bumi sehingga disebut sebagai kecepatan lolos.

**SARAN**

Permasalahan dalam penelitian ini adalah pergerakan orbit Bumi terhadap Matahari diselesaikan dengan menggunakan metode komputasi yakni metode Euler-Lagrange, sehingga penelitian ini dapat dilanjutkan dengan diselesaikan menggunakan metode komputasi lainnya untuk mensimulasikan gerak orbit planet-planet lainnya dalam sistem tata surya dengan menambah beberapa variabel yang ingin dikaji.

**DAFTAR PUSTAKA**

1 Hartanto CFB, Pamungkas A. Ilmu Pelayaran Astronomi Untuk ANT-III Dan IV. Leutikaprio, Yogyakarta. 2016.
2 Admiranto AG. Menjelajahi Tata Surya. Penerbit Kanisius (Anggota IKAPI)., Yogyakarta. 2009.
3 Hambali S. 2016. Astronomi Islam Dan Teori Heliocentris Nicolaus Copernicus. Al-Ahkam. **23**(2): 225.
4 Firdaus T, Sinensis AR. 2017. Perdebatan Paradigma Teori Revolusi: Matahari Atau Bumi Sebagai Pusat Tata Surya ? Titian Ilmu: Jurnal Ilmiah Multi Sciences. **9**(1): 23.
5 Darmawan D. Pengantar Mekanika Benda Langit. Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta. 2013.
6 E.A CD And R. Astronomy Principles And Practice. Institute Of Physics Publishing, London. 2003.
7 Erwin D. Epistemologi Dan Keterbatasan Teori Gravitasi. Sps UPI, Bandung. 2017.
8 Pambudi W, Pelawi J. 2016. Simulasi Folding Machine Dengan Pid , P , Pi , Pd Dan Fuzzy – Pd ( Proportional Differential ). Jurnal Sains Dan Teknologi. **1**(June 2015): 2.
9 Mulyono. 2016. Konferensi Nasional Penelitian Matematika Dan Pembelajarannya (KNPMP I) Universitas Muhammadiyah Surakarta, 12 Maret 2016 591. 591.
10 S. La N, D. Br Der, M. Sommerfeld And MFG Za. 2002. Modelling Hydrodynamics And Turbulence In A Bubble Column Using The Euler – Lagrange Procedure. Int. J. Multiph. Flow. **28**(8): Pp. 1381.
11 Wolfram S. The Mathematica Book. Wolfram Media, USA. 2003.
12 Kesireddy SM And A. Metallographic Image Processing Tools Using Mathematica Manipulate," In Innovations And Advances In Computing, Informatics, System Sciences, Networking And Engineering. Springer International Publishing. 2015.
13 Sholahudin U. Pemanfaatan Perangkat Lunak M Athematica Dalam Perkuliahan Kalkulus Materi Limit Fungsi Seminar Nasional Riset Terapan 2017 (SENASSET 2017). Pp 247–50.