

## **PENALARAN MATEMATIS DALAM MENYELESAIKAN MASALAH MATEMATIKA SISWA SMP**

**Erni Puji Astuti**

FKIP, Universitas Muhammadiyah Purworejo

Email: [erni\\_umpwr@mail.com](mailto:erni_umpwr@mail.com)

### **ABSTRAK**

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui deskripsi penalaran matematis siswa Sekolah Menengah Pertama (SMP) dalam menyelesaikan masalah matematika. Metode yang digunakan adalah kualitatif. Jenis penelitiannya adalah studi kasus. Data yang dikumpulkan yaitu hasil pekerjaan siswa. *Snowball sampling* sebagai teknik pengambilan subjek. Subjek dalam penelitian ini adalah siswa SMP yang berjumlah 2 siswa. Teknik yang digunakan untuk mengumpulkan data adalah dokumentasi. Teknik analisis datanya dengan cara reduksi data, penyajian data, menarik kesimpulan, dan verifikasi. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwapenalaran matematis subjek S1 dan subjek S2, mempunyai penalaran matematis yang baik karena memenuhi semua indikator penalaran matematis. Hal ini menunjukkan bahwa penalaran matematis siswa SMP baik.

**Kata kunci:** penalaran matematis, masalah matematika

### **PENDAHULUAN**

Pendidikan merupakan salah satu proses dimana dapat merubah pola pikir melalui pengajaran dan pelatihan untuk menambah wawasan agar siswa lebih aktif untuk mengembangkan pola pikirnya. Mata pelajaran matematika merupakan salah satu pelajaran yang dapat mengembangkan pola pikir siswa. Matematika adalah suatu ilmu pengetahuan yang tergolong ilmu dasar serta mempunyai peranan penting dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Pembelajaran matematika di sekolah menengah pertama mampu mengembangkan potensi yang dimiliki siswa, sehingga mereka mampu memahami matematika secara benar. Pada pembelajaran matematika berhasil tidaknya suatu pembelajaran tergantung pada proses pembelajarannya, semua itu tidak bisa lepas dari peran serta guru. Oleh karena itu, peran guru sangat penting dalam membantu siswa memahami dan menguasai materi pelajaran. Selain harus mempunyai pengetahuan matematika yang cukup, seorang

guru matematika perlu mempunyai kemampuan matematis yang baik agar tujuan pembelajaran dapat tercapai.

Kemampuan matematis adalah kemampuan untuk menghadapi permasalahan baik dalam matematika maupun kehidupan nyata. *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) tahun 2000 menyatakan bahwa lima kemampuan matematis yang harus dimiliki siswa yaitu (1) belajar untuk berkomunikasi (*mathematical communication*); (2) belajar untuk bernalar (*mathematical reasoning*); (3) belajar untuk memecahkan masalah (*mathematical problem solving*); (4) belajar untuk mengaitkan ide (*mathematical connection*); (5) belajar untuk merepresentasikan ide-ide (*mathematical representation*).

Penalaran dalam matematika sulit dipisahkan dari kaidah-kaidah logika. Menurut Shadiq dalam Tina Sri Sumartini (2015: 3) mengemukakan bahwa

“penalaran adalah suatu proses atau suatu aktifitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang benar berdasar pada beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya”.

Menurut Asep Jihat dan Abdul Haris (2008: 149) menyatakan bahwa “penalaran merupakan kompetensi yang ditunjukkan siswa dalam melakukan penalaran dan mengkomunikasikan gagasan matematika”.

Dengan demikian, kemampuan penalaran ini diperlukan siswa untuk membantu siswa dalam menyimpulkan dan membuktikan suatu pernyataan sampai pada menyelesaikan masalah dalam matematika. Penalaran matematis merupakan proses atau aktivitas berpikir dalam menarik kesimpulan berdasarkan pada pernyataan yang telah dibuktikan kebenarannya.

Menurut Sumarno dalam Asmar Bani (2011: 15), memberikan indikator kemampuan yang termasuk pada kemampuan penalaran matematis yaitu:

- a. membuat analogi dan generalisasi;
- b. memberikan penjelasan dengan menggunakan model;
- c. menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematika;
- d. menyusun dan menguji konjektur;
- e. memeriksa validitas argument;

- f. menyusun pembuktian langsung;
- g. menyusun pembuktian tidak langsung;
- h. memberikan contoh penyangkalan; dan
- i. mengikuti aturan inferensi.

Menurut Bingham dalam Dilek, Lynn, dan Recai (2012: 173) menyatakan bahwa:

*“Problem solving, which is one of the important elements of school mathematics, can be defined as the process of finding the best way to clear the hurdle that is faced, which requires series of attempts with regards to eliminating difficulties that are faced in order to achieve a certain objective”.*

Pernyataan tersebut menjelaskan bahwa pemecahan masalah, yang merupakan salah satu elemen penting dari matematika sekolah, dapat didefinisikan sebagai proses menemukan cara terbaik untuk menghapus rintangan yang dihadapi, yang mengharuskan serangkaian upaya berkaitan dengan menghilangkan kesulitan yang dihadapi untuk mencapai tujuan tertentu.

Pembicaraan mengenai pemecahan masalah matematika tidak terlepas dari tokoh utamanya yaitu George Polya. Menurut Polya dalam Ahmad Susanto (2013: 202) menyebutkan ada empat langkah dalam pembelajaran pemecahan masalah, yaitu:

- a. memahami masalah, langkah ini meliputi: 1) apa yang diketahui, keterangan apa yang diberikan, atau bagaimana keterangan soal; 2) apakah keterangan yang diberikan cukup untuk mencari apa yang ditanyakan; 3) apakah keterangan tersebut tidak cukup, atau keterangan itu berlebihan; dan 4) buatlah gambar atau notasi yang sesuai;
- b. merencanakan penyelesaian, langkah ini terdiri atas: 1) pernahkah Anda menemukan soal seperti ini sebelumnya, pernahkah ada soal yang serupa dalam bentuk lain; 2) rumus mana yang dapat digunakan dalam masalah ini; 3) perhatikan apa yang ditanyakan; dan 4) dapatkan hasil dan metode yang lalu digunakan disini;
- c. melalui perhitungan, langkah ini menekankan pada pelaksanaan rencana penyelesaian yang meliputi: 1) memeriksa setiap langkah apakah sudah benar atau belum; 2) bagaimana membuktikan bahwa langkah yang dipilih sudah benar; dan 3) melaksanakan perhitungan sesuai dengan rencana yang dibuat; dan
- d. memeriksa kembali proses dan hasil. Langkah ini menekankan pada bagaimana cara memeriksa kebenaran jawaban yang diperoleh, yang terdiri dari: 1) dapatkan diperiksa kebenaran jawaban; 2) dapatkan jawaban itu dicari dengan cara lain; 3) dapatkan jawaban atau cara tersebut digunakan untuk soal-soal lain.

Menurut Asep Jihat dan Abdul Haris (2008: 149-150) “pemecahan masalah merupakan kompetensi strategik yang ditunjukkan siswa dalam memahami, memilih pendekatan dan strategi pemecahan, dan menyelesaikan model untuk menyelesaikan masalah”. Indikator yang menunjukkan pemecahan masalah menurut Asep Jihat dan Abdul Haris adalah:

- a. menunjukkan pemahaman masalah;
- b. mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam pemecahan masalah;
- c. menyajikan masalah secara matematik dalam berbagai bentuk;
- d. memilih pendekatan dan metode pemecahan masalah secara tepat;
- e. mengembangkan strategi pemecahan masalah;
- f. membuat dan menafsirkan model matematika dari suatu masalah; dan
- g. menyelesaikan masalah yang tidak rutin.

Dari pengertian pemecahan masalah yang telah dijabarkan maka dapat disimpulkan bahwa pemecahan masalah adalah usaha nyata dalam rangka mencari ide yang berkenaan dengan tujuan yang ingin dicapai.

Mengingat pentingnya penalaran matematis bagi siswa, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui penalaran matematis siswa sekolah menengah pertama dalam menyelesaikan masalah matematika.

## **METODE PENELITIAN**

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah kualitatif. Metode penelitian kualitatif adalah metode penelitian yang digunakan untuk meneliti pada kondisi obyek yang alamiah, dimana peneliti adalah sebagai instrumen kunci, teknik pengumpulan data dilakukan secara triangulasi (gabungan) dan hasil penelitian kualitatif lebih menekankan makna dari pada generalisasi (Sugiyono, 2015: 1). Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi kasus. Studi kasus adalah deskripsi dan analisis intensif terhadap suatu fenomena, unit sosial, atau sistem yang dibatasi oleh tempat dan waktu (Bloomberg & Volpe, 2008). Desain studi kasus dalam penelitian ini dilakukan untuk memperoleh pemahaman mendalam dari situasi dan makna, perhatian lebih diutamakan pada proses daripada hasil.

*Snowball sampling* sebagai teknik pengambilan subjek dalam penelitian ini. Subjek dalam penelitian ini adalah siswa Sekolah Menengah Pertama (SMP) yang

berjumlah 2 siswa. Teknik pengumpulan data menurut Sugiyono (2015) merupakan langkah yang paling strategis dalam penelitian karena tujuan utama dari penelitian adalah mendapatkan data. Tanpa mengetahui teknik pengumpulan data maka peneliti tidak akan mendapatkan data yang memenuhi standar data yang ditetapkan. Teknik yang digunakan untuk mengumpulkan data saat pelaksanaan penelitian adalah dokumentasi dan data hasil pekerjaan siswa. Teknik analisis data menurut Miles & Huberman (Sugiyono, 2015) aktivitas dalam analisis data kualitatif dilakukan secara interaktif dan berlangsung secara terus-menerus sampai tuntas, sehingga datanya sudah jenuh. Aktivitas dalam analisis data dilakukan dengan cara reduksi data, penyajian data, menarik kesimpulan, dan verifikasi.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Kemampuan penalaran sangat diperlukan untuk membantu siswa dalam menyimpulkan dan membuktikan suatu pernyataan sampai pada penyelesaian masalah matematika. Penalaran matematis merupakan proses atau aktivitas berpikir dalam menarik kesimpulan berdasarkan pada pernyataan yang telah dibuktikan kebenarannya. Adapun indikator penalaran matematis dalam penelitian ini disajikan pada tabel berikut ini.

**Tabel 1.** Indikator Penalaran Matematis

No	Aspek yang diamati
1.	Kemampuan siswa untuk menyajikan pernyataan matematika secara tertulis
2.	Kemampuan siswa mengajukan dugaan
3.	Kemampuan siswa memanipulasi matematika
4.	Siswa dapat menarik kesimpulan dari suatu pernyataan.

Soal yang dipakai untuk mengukur penalaran matematis siswa SMP adalah soal faktorisasi suku aljabar, sebagai berikut. Jika  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2} + \frac{x}{x^2} = \frac{1+x}{x^2}$ , maka selesaikanlah

$$\frac{5}{x^2-9} + \frac{2}{x+3}!$$

Berikut ini adalah contoh jawaban subjek S1 yang dapat dilihat pada Gambar 1.

Diketahui : Jika  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2} + \frac{x}{x^2} = \frac{1+x}{x^2}$

Ditanya : Selesaikanlah !

a.  $\frac{5}{x^2-9} + \frac{2}{x+3}$

Gambar 1. Jawaban Subjek S1

Terlihat pada jawaban subjek S1 di atas, subjek S1 dapat menuliskan maksud soal. Dapat dikatakan subjek S1 sudah dapat menyajikan pernyataan matematika secara tertulis, sehingga akan lebih mudah dalam menyelesaikan masalah matematika.

Berikut ini adalah contoh jawaban subjek S1 yang dapat dilihat pada Gambar 2.

Jika  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2} + \frac{x}{x^2} = \frac{1+x}{x^2}$

Maka  $\frac{5}{x^2-9} + \frac{2}{x+3} = \left\{ \frac{5}{(x^2-9) = (x+3)(x-3)} + \frac{2}{x+3} \right\}$

Gambar 2. Jawaban Subjek S1

Terlihat pada jawaban subjek S1 di atas, subjek S1 sudah dapat mengajukan dugaan. Terbukti bahwa subjek S1 menuliskan pempfaktoran dari  $(x^2 - 9) = (x + 3)(x - 3)$ . Hal ini menunjukkan bahwa subjek S1 dapat memahami bahwa dalam menjumlahkan pecahan aljabar dengan penyebut yang tidak sama maka penyebutnya harus disamakan terlebih dahulu dengan melihat langkah dari yang diketahui. Subjek S1 melihat salah satu penyebutnya dari soal tersebut, kemudian menduga bahwa  $(x + 3)$  merupakan salah satu hasil pempfaktoran dari  $(x^2 - 9)$ . Oleh karena itu yang dilakukan oleh Subjek S1 yaitu memfaktorkan  $(x^2 - 9)$ .

Berikut ini adalah contoh jawaban subjek S1 yang dapat dilihat pada Gambar 3.

Jika  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2} + \frac{x}{x^2} = \frac{1+x}{x^2}$

Maka  $\frac{5}{x^2-9} + \frac{2}{x+3} = \left\{ \frac{5}{(x^2-9) = (x+3)(x-3)} + \frac{2}{x+3} \right\}$

$= \frac{5}{x^2-9} + \frac{2(x-3)}{x^2-9} = \frac{5 + 2x - 6}{x^2-9} = \frac{2x-1}{x^2-9}$

Gambar 3. Jawaban Subjek S1

Terlihat pada jawaban subjek S1 di atas, subjek S1 sudah dapat melakukan manipulasi matematika. Terbukti subjek S1 ketika akan menjumlahkan pecahan aljabar, Subjek S1 melakukan manipulasi dengan menyamakan penyebutnya terlebih dahulu. Hal ini menunjukkan bahwa Subjek S1 memahami bahwa ketika penyebutnya tidak sama maka harus disamakan terlebih dahulu, setelah penyebutnya sama baru menjumlahkan pembilangnya untuk mendapatkan penyelesaian.

Berikut ini adalah contoh jawaban subjek S1 yang dapat dilihat pada Gambar 4.

Handwritten work for Gambar 4: "Jadi, a. Jika  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{1+x}{x^2}$  maka  $\frac{5}{x^2-9} + \frac{2}{x+3} = \frac{2x-1}{x^2-9}$ "

**Gambar 4.** Jawaban Subjek S1

Terlihat pada jawaban subjek S1 di atas, subjek S1 sudah dapat menarik kesimpulan dari suatu pernyataan dengan melihat yang diketahui dengan hasil penyelesaian yang diperoleh.

Berikut ini adalah contoh jawaban subjek S2 yang dapat dilihat pada Gambar 5.

Handwritten work for Gambar 5: "Diketahui : Jika  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{1+x}{x^2}$   
Ditanya : Selesaikan lah!  
a.  $\frac{5}{x^2-9} + \frac{2}{x+3}$ "

**Gambar 5.** Jawaban Subjek S2

Terlihat pada jawaban subjek S2 di atas, subjek S2 dapat menuliskan maksud soal. Dapat dikatakan subjek S2 sudah dapat menyajikan pernyataan matematika secara tertulis, sehingga akan lebih mudah dalam menyelesaikan masalah matematika.

Berikut ini adalah contoh jawaban subjek S2 yang dapat dilihat pada Gambar 6.

Handwritten work for Gambar 6: "a. Jika  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{1+x}{x^2}$   
Maka  $\frac{5}{x^2-9} + \frac{2}{x+3} = \left\{ (x^2-9) = (x+3)(x-3) \right\}$ "

**Gambar 6.** Jawaban Subjek S2

Terlihat pada jawaban subjek S2 di atas, subjek S2 sudah dapat mengajukan dugaan. Terbukti bahwa subjek S2 menuliskan pempfaktoran dari  $(x^2 - 9) = (x + 3)(x - 3)$ . Hal ini menunjukkan bahwa subjek S1 dapat memahami bahwa dalam

menjumlahkan pecahan aljabar dengan penyebut yang tidak sama maka penyebutnya harus disamakan terlebih dahulu dengan melihat langkah dari yang diketahui. Subjek S2 melihat salah satu penyebutnya dari soal tersebut, kemudian menduga bahwa  $(x + 3)$  merupakan salah satu hasil pemfaktoran dari  $(x^2 - 9)$ . Oleh karena itu yang dilakukan oleh Subjek S2 yaitu memfaktorkan  $(x^2 - 9)$ .

Berikut ini adalah contoh jawaban subjek S2 yang dapat dilihat pada Gambar 7.

The image shows handwritten mathematical work on lined paper. It starts with the statement: "a. Jika  $\frac{1}{x^2-9} + \frac{1}{x+3} = \frac{1+x}{x^2-9}$ ". Below this, it says "Maka" followed by the equation:  $\frac{5}{x^2-9} + \frac{2}{x+3} = \left\{ (x^2-9) = (x+3)(x-3) \right\}$ . The next line shows the fractions with a common denominator:  $= \frac{5}{x^2-9} + \frac{2(x-3)}{x^2-9} = \frac{5+2x-6}{x^2-9} = \frac{2x-1}{x^2-9}$ .

**Gambar 7.** Jawaban Subjek S2

Terlihat pada jawaban subjek S2 di atas, subjek S2 sudah dapat melakukan manipulasi matematika. Terbukti subjek S2 ketika akan menjumlahkan pecahan aljabar, Subjek S2 melakukan manipulasi dengan menyamakan penyebutnya terlebih dahulu. Hal ini menunjukkan bahwa Subjek S2 memahami bahwa ketika penyebutnya tidak sama maka harus disamakan terlebih dahulu, setelah penyebutnya sama baru menjumlahkan pembilangnya untuk mendapatkan penyelesaian.

Berikut ini adalah contoh jawaban subjek S2 yang dapat dilihat pada Gambar 8.

The image shows handwritten mathematical work on lined paper. It starts with the statement: "Jadi. a. Jika  $\frac{1}{x^2-9} + \frac{1}{x+3} = \frac{1+x}{x^2-9}$  maka  $\frac{5}{x^2-9} + \frac{2}{x+3} = \frac{2x-1}{x^2-9}$ ".

**Gambar 8.** Jawaban Subjek S2

Terlihat pada jawaban subjek S2 di atas, subjek S2 sudah dapat menarik kesimpulan dari suatu pernyataan dengan melihat yang diketahui dengan hasil penyelesaian yang diperoleh.

Berdasarkan hasil temuan-temuan tersebut, dapat dikatakan bahwa kedua subjek memiliki penalaran matematika. Hal ini diketahui dari kemampuan kedua subjek dalam menyelesaikan soal penalaran matematika, keempat indikator dari penalaran matematika muncul. Keempat indikator tersebut adalah Kemampuan siswa untuk menyajikan pernyataan matematika secara tertulis, Kemampuan siswa mengajukan dugaan, Kemampuan siswa memanipulasi matematika, dan Siswa dapat



menarik kesimpulan dari suatu pernyataan. Artinya penalaran matematika siswa SMP baik berdasarkan temuan tersebut.

## **SIMPULAN**

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan di atas, penalaran matematis subjek S1 dan subjek S2, mempunyai penalaran matematis yang baik karena memenuhi semua indikator penalaran matematis. Hal ini menunjukkan bahwa penalaran matematis siswa SMP baik berdasarkan temuan tersebut.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- Ahmad Susanto. 2013. *Teori Belajar dan Pembelajaran di Sekolah Dasar*. Jakarta: Kencana Prenada.
- Asep Jihad dan Abdul Haris. 2008. *Evaluasi Pembelajaran*. Yogyakarta: Multi Pressindo.
- Asmar Bani. 2011. *Meningkatkan Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematis Siswa Sekolah Menengah Pertama Melalui Pembelajaran Penemuan Terbimbing, SPS UPI, Bandung*. ISSN 1412-565X. [Online]. Tersedia: <http://repository.upi.edu/id/eprint/9490>. Diakses pada tanggal 20 November 2015.
- Dilek, Lynn, dan Recai. 2012. A Research on the Mathematical Problem Solving Beliefs of Mathematics, Science and Elementary Pre-Service Teachers in Turkey in terms of Different Variables. *International Journal of Humanities and Social Science Vol. 2 No. 24, Special is December 2012: 172-184*.
- NCTM. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Sugiyono. 2015. *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Tina Sri Sumartini. 2015. *Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah*. *Jurnal Pendidikan Matematika Vol. 5 No. 1 ISSN: 2086-4299*. [Online]. Tersedia: <http://jurnalmtk.stkip-garut.ac.id/data/edisi5/vol1/tina.pdf>.